

Высшее профессиональное образование

В. Ю. Шишмарев

# НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебник



Автоматизация  
и управление



ВЫСШЕЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

В. Ю. ШИШМАРЕВ

# НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Учебник  
для студентов  
высших учебных заведений*



Москва  
Издательский центр «Академия»  
2010

УДК 658.562(075.8)  
ББК 30.82я73  
Ш675

**Рецензенты:**

заслуженный работник высшей школы РФ, зав. кафедрой «Стандартизация и сертификационные испытания техники» МГТУ «Станкин», д-р пед. наук, канд. техн. наук, проф. *А. Г. Схиртладзе*; главный специалист ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики», канд. техн. наук *В. И. Галкин*

**Шишмарев В. Ю.**

**Ш675** Надежность технических систем : учебник для студ. высш. учеб. заведений / В. Ю. Шишмарев. — М. : Издательский центр «Академия», 2010. — 304 с.  
ISBN 978-5-7695-6251-8

Рассмотрены вопросы теории и показатели надежности ремонтируемых и неремонтируемых объектов, методы оценки надежности нерезервированных и резервированных систем, принципы конструирования, обеспечивающие получение надежных систем. Изложены методы расчета надежности систем различных типов. Приведены расчеты надежности элементов систем автоматизации, машин и систем отдельных групп. Описаны методы повышения надежности технологического оборудования и программного обеспечения.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования.

УДК 658.562(075.8)  
ББК 30.82я73

*Учебное издание*

**Шишмарев Владимир Юрьевич**

**Надежность технических систем**

**Учебник**

Редактор *Н. Е. Овчеренко*. Технический редактор *Е. Ф. Коржуева*  
Компьютерная верстка: *Г. Ю. Никитина*. Корректор *А. П. Сизова*

Изд. № 101113262. Подписано в печать 30.06.2009. Формат 60×90/16. Гарнитура «Таймс». Бумага офс. № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 19,0. Тираж 2000 экз. Заказ № 29083.

Издательский центр «Академия». [www.academia-moscow.ru](http://www.academia-moscow.ru)  
Санитарно-эпидемиологическое заключение № 77.99.60.953.Д.007831.07.09 от 06.07.2009.  
129085, Москва, пр-т Мира, д. 101в, стр. 1, а/я 48. Тел.: (495) 648-0507, факс: 616-0029.

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных издательством электронных носителей в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат». 410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. [www.sarpk.ru](http://www.sarpk.ru)

*Оригинал-макет данного издания является собственностью  
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом  
без согласия правообладателя запрещается*

© Шишмарев В. Ю. , 2010

© Образовательно-издательский центр «Академия», 2010

ISBN 978-5-7695-6251-8

© Оформление. Издательский центр «Академия», 2010



## Введение

В связи с развитием технического прогресса все более актуальными становятся вопросы повышения надежности разнообразных технических устройств и систем — механизмов, машин, станков, аппаратов, приборов, систем автоматики, электронного оборудования и т. д. Надежность является важнейшим технико-экономическим показателем качества любого технического устройства или системы. В связи с этим при широком применении машин и исполнительных механизмов в системах автоматического управления производственными процессами технический уровень производства в большей степени определяется надежностью этих машин и систем. Отказы машин и систем в процессе эксплуатации наносят значительный материальный ущерб народному хозяйству.

Современные машины используются в разнообразных климатических условиях. К этим условиям относятся: изменение температуры и давления окружающего воздуха, высокая влажность, различные агрессивные среды, удары и вибрации, высокие механические перегрузки и т. д. Все эти факторы оказывают неблагоприятное влияние на надежность машин и систем. К машинам, работающим в указанных условиях, можно отнести, например, системы летательных аппаратов, используемых в условиях широкого диапазона изменения температуры и давления окружающего воздуха.

*Под надежностью машины или системы* понимается ее способность безотказно работать с неизменными техническими характеристиками в течение заданного промежутка времени и при определенных условиях применения. Следовательно, надежность машинной системы характеризуется вероятностью безотказной работы в течение заданного промежутка времени.

Под отказом в теории надежности понимается событие, после возникновения которого изделие утрачивает свою способность выполнять заданные функции. В общем случае под отказом следует понимать не только непредвиденную остановку системы из-за случайной ее неисправности, но также и вынужденное прекращение ее работы для выполнения необходимого ремонта и наладки. Поэтому к отказу в работе нужно относить и все выходы из рабочего состояния.

Первоначально вопросы надежности исследовались в области механического оборудования. Для обеспечения надежности работы этого оборудования при его проектировании и изготовлении

закладывался определенный запас прочности в отдельные детали и этим создавалась необходимая гарантия надежности работы и долговечности службы.

С развитием электрификации возникли проблемы обеспечения надежной передачи электроэнергии. Такие меры, как использование параллельной работы электрических машин и трансформаторов, наличие на электростанциях резерва, объединение высоковольтных линий электропередачи в единую систему и другие мероприятия направлены на то, чтобы снабжение электроэнергией потребителей было возможно более надежным.

Новое направление проблема надежности получила с появлением и развитием радиоэлектроники, авиации, ракетной и космической техники. Вначале проблема надежности в этих отраслях решалась путем использования высоких запасов прочности и широкого применения резервирования, что приводило к значительному увеличению массы оборудования. Однако такой путь повышения надежности для новых типов авиационного оборудования и радиоэлектронной аппаратуры оказался неприемлемым. Современная техника требует существенного уменьшения массы и габаритных размеров оборудования при высокой его надежности.

Надежность сложного оборудования зависит от надежности работы его элементов. Например, надежность электрической машины, как сложного устройства, зависит от надежности работы ее основных частей — магнитной системы, обмоток статора и ротора, подшипников, коллектора или контактных колец и щеточного устройства. Теория надежности различает три характерных типа отказов, которые внутренне присущи машине или любому изделию и проявляются независимо от обслуживающего персонала:

1) отказы, которые происходят в течение раннего периода эксплуатации. Они называются приработочными отказами и в большинстве случаев происходят вследствие недостатков технологии производства и недостаточного качества контроля деталей при их изготовлении и сборке;

2) отказы, вызываемые износом отдельных частей машины и систем. Они возникают в машинах и системах, которые длительно работают без ремонта или же неправильно обслуживаются. Отказы за счет износа деталей являются признаком старения системы. Во многих случаях отказы в работе системы за счет износа ее деталей могут быть ограничены путем своевременной замены их новыми во время ремонта;

3) внезапные отказы в период нормальной эксплуатации системы, которые возникают случайно и не могут быть устранены ни наладкой, ни наилучшим ее обслуживанием. Под внезапным отказом понимается отказ, возникший в результате скачкообраз-

ного изменения характеристик или параметров машины или системы под влиянием внезапных перегрузок или других факторов.

Теория надежности машин и систем развивается относительно недавно и поэтому не может еще претендовать на законченность. Некоторые вопросы этой теории еще недостаточно разработаны и нуждаются в уточнении. Имеющиеся опубликованные неполные статистические данные об уровне надежности различных типов эксплуатируемых машин и систем в настоящее время в связи с интенсивным развитием новых методов проектирования и производства уже недостаточно полно отражают фактическое состояние проблемы надежности, в особенности на фоне совершенствования конструкций, появления новых материалов для них и т.д. Теория надежности машин и систем охватывает широкий круг вопросов, отражающих общую теорию надежности, вопросы проектирования, технологии производства и эксплуатации этих систем. В связи с этим ознакомление с этой проблемой требует знаний в области конкретных изделий и математической подготовки.

### 1.1. Основные термины и определения

*Надежность* (общая) — свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах все параметры, обеспечивающие выполнение требуемых функций в заданных условиях эксплуатации.

Первостепенное значение надежности в технике связано с тем, что уровень надежности в значительной степени определяет развитие техники по основным направлениям: автоматизации производства, интенсификации рабочих процессов и транспорта, экономии материалов и энергии.

Современные технические средства состоят из множества взаимодействующих механизмов, аппаратов и приборов. Например, в современных автоматизированных прокатных комплексах насчитывается более миллиона деталей, современные системы радиопреимущества ракет имеют десятки миллионов элементов, тогда как первые простейшие машины и радиоприемники состояли только из десятков или сотен деталей. Отказ в работе хотя бы одного ответственного элемента сложной системы без резервирования может привести к нарушению работы всей системы.

Недостаточная надежность оборудования приводит к огромным затратам на ремонт, простоям оборудования, прекращению снабжения населения электроэнергией, водой, газом, транспортными средствами, иногда к авариям, связанным с большими экономическими потерями, разрушением крупных объектов и человеческими жертвами.

При недостаточной долговечности машины изготавливают в большем, чем нужно, количестве, что ведет к перерасходу металла, излишкам производственных мощностей, завышению расходов на ремонт и эксплуатацию. Физический срок службы машин в среднем существенно меньше срока морального износа.

Быстрое развитие науки о надежности в период научно-технической революции связано:

а) с автоматизацией, многократным усложнением машин и их соединением в крупные комплексы;

б) задачами безлюдной технологии;

в) непрерывным форсированием машин, уменьшением их металлоемкости, повышением их силовой, тепловой, электрической напряженности.

В теории надежности рассматриваются следующие обобщенные объекты:

изделие — единица продукции, выпускаемая предприятием, цехом и т.д., например, подшипник, ремень, станок, автомобиль;

элемент — простейшая при данном рассмотрении составная часть изделия, в задачах надежности может состоять из многих деталей;

система — совокупность совместно действующих элементов, предназначенная для самостоятельного выполнения заданных функций.

Понятия «элемент» и «система» трансформируются в зависимости от поставленной задачи. Машина, например, при установлении ее собственной надежности рассматривается как система, состоящая из отдельных элементов — механизмов, деталей и т.д., а при изучении автоматической линии — как элемент.

Различают изделия невосстанавливаемые, которые не могут быть восстановлены потребителем и подлежат замене (например, электрические и электронные лампы, подшипники качения и т.д.), восстанавливаемые, которые могут быть восстановлены потребителем (например, станок, автомобиль, радиоприемник).

Основные понятия и термины надежности стандартизованы.

*Работоспособность* — состояние изделия, при котором оно способно нормально выполнять заданные функции (с параметрами, установленными в технической документации). Работоспособность не касается требований, непосредственно не влияющих на эксплуатационные показатели, например повреждение окраски и т.д.

*Исправность* — состояние изделия, при котором оно удовлетворяет всем не только основным, но и вспомогательным требованиям. Исправное изделие обязательно работоспособно.

*Неисправность* — состояние изделия, при котором оно не соответствует хотя бы одному из требований технической документации. Различают неисправности, не приводящие к отказам, и неисправности и их сочетания, приводящие к отказам.

*Отказ* — полная или частичная утрата работоспособности. Различают отказы функционирования, при которых выполнение своих функций рассматриваемым элементом или объектом прекращается (например, поломка зубьев шестерни), и отказы параметрические, при которых некоторые параметры объекта изменяются в недопустимых пределах (например, потеря точности станка).



Причины отказов подразделяют на случайные и систематические. Случайные причины — это предусмотренные перегрузки, дефекты материала и погрешности изготовления, не обнаруженные контролем, ошибки обслуживающего персонала или сбой системы управления. Примеры: твердые включения в обрабатываемую среду, крупные неровности дороги, наезды на препятствия, недопустимые отклонения размеров заготовок или их неправильный зажим, раковины, закалочные трещины. Случайные факторы преимущественно вызывают отказы при действиях в неблагоприятных сочетаниях.

Систематические причины — это закономерные явления, вызывающие постепенное накопление повреждений: влияние среды, времени, температуры, облучения, коррозия, старение, нагрузки и работа трения — усталость, ползучесть, износ, функциональные воздействия, засорения, залипания, утечки.

В соответствии с этими причинами и характером развития и проявления различают отказы внезапные (поломки от перегрузок, заедания), постепенные по развитию и внезапные по проявлению (усталостные разрушения, перегорания ламп, короткие замыкания из-за старения изоляции) и постепенные (износ, старение, коррозия, залипание). Внезапные отказы вследствие своей неожиданности более опасны, чем постепенные. Постепенные отказы представляют собой выходы параметров за границы допуска в процессе эксплуатации или хранения.

По причинам возникновения отказы можно также разделить на конструкционные, вызванные недостатками конструкции, технологические, вызванные несовершенством или нарушением технологии, и эксплуатационные, вызванные неправильной эксплуатацией.

Отказы в соответствии со своей физической природой бывают связаны с разрушением деталей или их поверхностей (поломки, выкрашивание, износ, коррозия, старение) или не связаны с разрушением (засорение каналов подачи топлива, смазки или подачи рабочей жидкости в гидроприводах, ослабление электроконтактов). В соответствии с этим отказы устраняют: заменой деталей, регулированием или очисткой.

По своим последствиям отказы могут быть легкими — легкоустраняемыми, средними, не вызывающими разрушений других узлов, и тяжелыми, вызывающими тяжелые вторичные разрушения, а иногда и человеческие жертвы.

По возможности дальнейшего использования изделия отказы бывают полные, исключающие возможность работы изделия до их устранения, и частичные, при которых изделие может частично использоваться, например, с неполной мощностью или на пониженной скорости.

По сложности устранения различают отказы, устранимые в порядке технического обслуживания, в порядке среднего или капитального ремонта и по месту устранения — отказы, устранимые в эксплуатационных и стационарных условиях, что особенно существенно для транспортных машин, в частности для автомобилей.

Встречаются также самоустраняющиеся отказы, например, в системах автоматической подачи заготовок на станках.

По времени возникновения отказы можно подразделить на прирабочные, возникающие в первый период эксплуатации, связанные с попаданием на сборку дефектных элементов; при нормальной эксплуатации (за период до появления износных отказов); износные, вызванные старением.

Рассмотрим свойства изделий в аспекте проблемы надежности.

*Безотказность* (или надежность в узком смысле слова) — свойство непрерывно сохранять работоспособность в течение заданного времени или наработки. Это свойство особенно важно для машин, отказ в работе которых связан с опасностью для жизни людей или с перерывом в работе большого комплекса машин, с остановкой автоматизированного производства или с браком дорогого изделия.

*Долговечность* — свойство изделия длительно сохранять работоспособность до предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта. Предельное состояние изделия характеризуется невозможностью его дальнейшей эксплуатации, снижением эффективности или безопасности. Для невосстанавливаемых изделий понятия долговечности и безотказности практически совпадают.

*Ремонтопригодность* — приспособленность изделия к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, повреждений и поддержанию и восстановлению работоспособности путем технического обслуживания и ремонта. С усложнением систем все труднее становится находить причины отказов и отказавшие элементы. Так, в сложных электрогидравлических системах станков поиск причин отказа может занимать более 50 % общего времени восстановления работоспособности. Важность ремонтнопригодности машин определяется огромными затратами на ремонт машин в народном хозяйстве.

*Сохраняемость* — свойство объекта сохранять значение показателей безотказности, долговечности, ремонтнопригодности после хранения и транспортирования. Практическая роль этого свойства особенно велика для приборов. Так, по американским источникам во время Второй мировой войны около 50 % радиоэлектронного оборудования для военных нужд и запасных частей к нему вышло из строя в процессе хранения.

## 1.2. Показатели надежности

Показатели надежности различаются в соответствии с компонентами надежности на показатели безотказности, долговечности, ремонтпригодности и сохраняемости. По восстанавливаемости изделий они делятся на показатели для восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий.

Используют показатели, характеризующие отдельные свойства, и комплексные показатели.

Применяют относительные показатели, характеризующие общий уровень надежности, и абсолютные или числовые показатели, характеризующие отдельные типоразмеры машин.

Надежность изделий в зависимости от их вида может оцениваться частью или всеми показателями надежности.

**Показатели безотказности.** Вероятность безотказной работы — вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ не возникнет.

Средняя наработка до отказа — математическое ожидание наработки до отказа невосстанавливаемого изделия. Под наработкой понимают продолжительность или объем выполненной работы объекта.

Средняя наработка на отказ — отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Интенсивность отказов — показатель надежности невосстанавливаемых изделий, равный отношению среднего числа отказавших в единицу времени (или наработки в других единицах) объектов к числу объектов, оставшихся работоспособными. Этот показатель более чувствителен, чем вероятность безотказной работы, особенно для изделий высокой надежности.

Параметр потока отказов — показатель надежности восстанавливаемых изделий, равный отношению среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольную малую его наработку к значению этой наработки (соответствует интенсивности отказов для неремонтируемых изделий, но включает повторные отказы).

**Показатели долговечности.** Технический ресурс (сокращенно ресурс) — наработка объекта от начала его эксплуатации после ремонта до предельного состояния. Ресурс выражается в единицах времени работы (обычно в часах), длины пути (в километрах) и в единицах выпуска продукции. Для невосстанавливаемых изделий понятия технического ресурса и наработки до отказа совпадают.

*Срок службы* — календарная наработка до предельного состояния. Выражается обычно в годах.

Для деталей машин в качестве критерия долговечности используется технический ресурс.

Для машин, эксплуатируемых в разных условиях и имеющих более точный показатель, чем календарный срок службы (в частности, для транспортных машин — пробег, для двигателей — мото-часы), также используется *технический ресурс*. Для других машин используется срок службы.

**Показатели ремонтпригодности и сохраняемости.** К данным показателям относят: среднее время восстановления работоспособного состояния; вероятность восстановления работоспособного состояния в заданное время; сроки сохраняемости и комплексные показатели, применяемые в основном для автоматических комплексов и сложных систем. Комплексные показатели, в свою очередь, характеризуются коэффициентами:

технического использования — отношение математического ожидания времени работоспособного состояния за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени работоспособного состояния и всех простоев для ремонтов и технического обслуживания;

готовности — вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме периодов, в которых эксплуатация не предусматривается. Коэффициент определяют как отношение математических ожиданий времени нахождения в работоспособном состоянии к математическим ожиданиям суммы этого времени и времени внепланового ремонта.

### 1.3. Случайные величины и их характеристики

Внезапные отказы определяются случайными неблагоприятными сочетаниями нескольких факторов. Случайность связана с тем, что причины события остаются для нас скрытыми. Рассеяние ресурсов по критерию усталости (оцениваемое отношением наибольшего ресурса к наименьшему) для подшипников достигает 40, для зубчатых передач 10...15. Рассеяние ресурсов по износу также весьма значительно. Существенные рассеяние имеют действующие нагрузки, механические характеристики материалов и деталей, зазоры и натяги. Поэтому в расчетах надежности многие параметры должны рассматриваться случайными величинами, т.е. такими, которые могут принять то или иное значение, неизвестное заранее. Они могут быть непрерывного или прерывного (дискретного) типа.

Для каждого числа  $x$  в диапазоне изменения случайной величины  $X$  существует определенная вероятность  $p(X < x)$ , что  $X$  не превосходит  $x$ . Эта зависимость  $F(x) = p(X < x)$  называется *функцией распределения* или функцией вероятности случайной величины  $X$ .

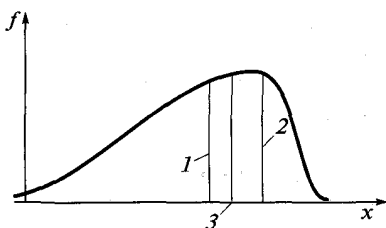


Рис. 1.1. Плотность вероятности и числовые характеристики центра группирования случайной величины:

1 — медиана; 2 — мода; 3 — математическое ожидание

Функция  $F(x)$  является неубывающей функцией  $x$  (монотонно возрастающей для непрерывных процессов и ступенчато возрастающей для дискретных процессов). В пределах изменения случайной величины  $X$  она изменяется от 0 до 1.

Производная от функции распределения по текущей переменной  $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$  называется *плотностью распределения*. Она характеризует частоту повторений данного значения случайной величины. В задачах надежности ее широко используют в качестве плотности вероятности.

В ряде случаев достаточно характеризовать распределение случайной величины некоторыми случайными величинами (рис. 1.1): математическим ожиданием (средним значением), модой и медианой, характеризующими положение центров группирования случайных величин по числовой оси, дисперсией, средним квадратическим отклонением, коэффициентом вариации, характеризующими рассеяния случайной величины.

Характеристики распределений используются в статистической трактовке (для обработки результатов наблюдений) и в вероятностной трактовке (для прогнозирования надежности).

*Математическое ожидание* (среднее значение)  $m_x$  — основная и простейшая характеристика случайной величины  $x$ . Значение математического ожидания, определяемое по результатам наблюдений как для дискретных, так и для непрерывных величин, называют оценкой математического ожидания или оценкой среднего значения  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} \quad (1.1)$$

или

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{g_i x_i}{N}, \quad (1.2)$$

где  $N$  — общее число наблюдений;  $x_i$  — значение случайной величины;  $g_i$  — число одинаковых значений  $x_i$ . Черта над обозначением случайной величины означает среднее значение.



В формуле (1.1) суммируют все  $N$  членов, а в формуле (1.2) — число членов с разными значениями  $x_i$ . При достаточно большом числе наблюдений (испытаний) полагают, что  $m_x = \bar{x}$ .

В вероятностных задачах математическое ожидание определяют в зависимости от плотности распределения  $f(x)$  (для непрерывных величин) или вероятности  $p_i$  появления значений  $x_i$  (для дискретных величин):

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx; \quad m_x = \sum_1^N p_i x_i. \quad (1.3)$$

*Дисперсия случайной величины* — математическое ожидание квадрата отклонения этой величины от ее математического ожидания.

*Оценка дисперсии случайной величины* — среднее значение квадрата разности между значениями случайной величины и ее средним значением:

$$D_x^* = \frac{1}{N-1} \sum_1^N (x_i - \bar{x})^2, \quad (1.4)$$

или

$$\frac{1}{N-1} \sum_1^N g_i (x_i - \bar{x})^2. \quad (1.5)$$

Слово «дисперсия» означает рассеяние и характеризует разброс случайной величины.

Для непрерывных случайных величин

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx. \quad (1.6)$$

Для дискретных случайных величин

$$D_x = \sum (x_i - m_x)^2 p_i. \quad (1.7)$$

Дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины. Поскольку удобнее пользоваться характеристикой рассеяния, имеющей ту же размерность, что и случайная величина, то была введена характеристика — среднее квадратическое отклонение, представляющее собой корень квадратный из дисперсии,

$$S_x = \sqrt{D_x}.$$

Для оценки рассеяния с помощью безразмерной (относительной) величины используют коэффициент вариации, равный отношению среднего квадратического отклонения к математическому ожиданию:

$$v_x = S_x / m_x.$$

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение являются гораздо более репрезентативными характеристиками рассеяния, например среднее арифметическое абсолютных значений отклонений.

*Квантиль* — это среднее значение случайной величины, соответствующее заданной вероятности. Квантиль, соответствующая вероятности 0,5, называется *медианой*. Медиана характеризует расположение центра группирования случайной величины. Площадь под графиком функции плотности распределения делится медианой пополам.

Для характеристики рассеяния случайной величины используют также вероятностное отклонение, равное половине разности квантилей  $x_{0,75}$  и  $x_{0,25}$ , т.е. значений случайной величины, соответствующих вероятностям 0,75 и 0,25.

*Мода случайной величины* — наиболее вероятное значение или, иначе, то ее значение, при котором плотность вероятности максимальна.

Аналогично с предыдущими характеристиками трансформируются термины мода и медиана в статистической трактовке. Для симметричного модального (т.е. имеющего один максимум) распределения математическое ожидание, мода и медиана совпадают.

## 1.4. Оценка параметров надежности

Существенное рассеяние основных параметров надежности предопределяет необходимость рассматривать ее в вероятностном аспекте.

Как было показано ранее на примере характеристик распределений, параметры надежности используются в статистической трактовке для оценки состояния и в вероятностной трактовке — для прогнозирования. Первые выражаются в дискретных числах, их в теории вероятностей и математической теории надежности называют *оценками*. При достаточно большом количестве испытаний они принимаются за истинные характеристики надежности.

Рассмотрим проведенные для оценки надежности испытания или эксплуатацию значительного числа  $N$  элементов в течение

времени  $t$  (или наработки в других единицах). Пусть к концу испытания или срока эксплуатации останется  $N_p$  работоспособных (неотказавших) элементов и  $n$  отказавших.

Тогда относительное число отказов

$$q(t) = n / N.$$

Если испытание проводится как выборочное, то  $q(t)$  можно рассматривать как статистическую оценку вероятности отказа или, если  $N$  достаточно велико, как вероятность отказа.

В дальнейшем в случаях, когда необходимо подчеркивать отличие оценки вероятности от истинного значения вероятности, оценка будет дополнительно помечаться знаком «\*», в частности  $q^*(t)$ .

Вероятность безотказной работы оценивается относительным числом работоспособных элементов

$$p(t) = \frac{N_p}{N} = 1 - \frac{n}{N}. \quad (1.8)$$

Поскольку безотказная работа и отказ — взаимно противоположные события, то сумма их вероятностей равна 1:

$$p(t) + q(t) = 1.$$

Это же следует из приведенных ранее зависимостей:

при  $t = 0$   $n = 0$ ,  $q(t) = 0$  и  $p(t) = 1$ ;

при  $t = \infty$   $n = N$ ,  $q(t) = 1$  и  $p(t) = 0$ .

Распределение отказов по времени характеризуется функцией плотности распределения  $f(t)$  наработки до отказа. В статистической трактовке

$$f(t) = \frac{\Delta n}{N \Delta t} = \frac{\Delta q(t)}{\Delta t}, \quad (1.9)$$

в вероятностной трактовке

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt}.$$

Здесь  $\Delta n$  и  $\Delta q(t)$  — приращение числа отказавших объектов и соответственно вероятности отказов за время  $\Delta t$ .

Вероятности отказов и безотказной работы в функции плотности  $f(t)$  выражаются следующими зависимостями:

$$q(t) = \int_0^t f(t) dt; \quad \text{при } t = \infty \quad q(t) = \int_0^\infty f(t) dt = 1; \quad (1.10)$$

$$p(t) = 1 - q(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt. \quad (1.11)$$

*Интенсивность отказов*  $\lambda(t)$  в отличие от плотности распределения относится к числу объектов  $N_p$ , оставшихся работоспособными, а не к общему числу объектов. Соответственно в статистической трактовке

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{N_p \Delta t} \quad (1.12)$$

и в вероятностной трактовке, учитывая, что  $N_p/N = p(t)$ ,

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}. \quad (1.13)$$

Получим выражение для вероятности безотказной работы в зависимости от интенсивности отказов. Для этого в выражение (1.13) подставим  $f(t) = -\frac{dp(t)}{dt}$ , разделим переменные и проинтегрируем:

$$\frac{dp(t)}{p(t)} = -\lambda(t)dt; \ln p(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt; \quad (1.14)$$

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}. \quad (1.15)$$

Соотношение (1.15) является одним из основных уравнений теории надежности.

К числу важнейших общих зависимостей надежности относятся зависимости надежности систем от надежности элементов.

Рассмотрим надежность наиболее характерной для машиностроения простейшей расчетной модели системы из последовательно соединенных элементов (рис. 1.2), у которой отказ каждого элемента вызывает отказ системы, а отказы элементов принимаются независимыми.

Используем известную теорему умножения вероятностей, согласно которой вероятность произведения, т.е. совместного проявления независимых событий, равна произведению вероятностей

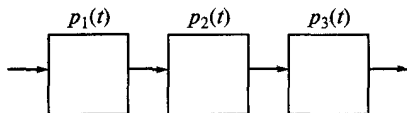


Рис. 1.2. Структурная схема надежности последовательной системы

этих событий. Следовательно, вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов:

$$p_c(t) = p_1(t)p_2(t)\dots p_n(t). \quad (1.16)$$

Если  $p_1(t) = p_2(t) = \dots = p_n(t)$ , то  $p_c(t) = p^n(t)$ , поэтому надежность сложных систем получается низкой. Например, если система состоит из 10 элементов с вероятностью безотказной работы 0,9 (как в подшипниках качения), то общая вероятность составляет  $0,9^{10} \approx 0,35$ .

Обычно вероятность безотказной работы элементов достаточно высокая, поэтому, выразив  $p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)$  через вероятности отказов и пользуясь теорией приближенных вычислений, получим

$$p_c(t) = [1 - q_1(t)][1 - q_2(t)]\dots[1 - q_n(t)] \approx 1 - [q_1(t) + q_2(t) + \dots + q_n(t)], \quad (1.17)$$

так как произведениями двух малых величин можно пренебречь. При  $q_1(t) = q_2(t) = \dots = q_n(t)$  получаем  $p_c = 1 - nq_1(t)$ . Пусть в системе из шести одинаковых последовательных элементов  $p_1(t) = 0,99$ , тогда  $q_1(t) = 0,01$  и  $p_c(t) = 0,94$ .

Вероятность безотказной работы нужно уметь определять для любого промежутка времени. По теореме умножения вероятностей

$$p(T + t) = p(T)p(t) \text{ или } p(t) = \frac{p(T + t)}{p(T)}, \quad (1.18)$$

где  $p(T)$  и  $p(T + t)$  — вероятности безотказной работы за время  $T$  и  $T + t$  соответственно;  $p(t)$  — условная вероятность безотказной работы за время  $t$  (термин «условная» здесь введен, поскольку предполагается, что изделия не имели отказа до начала интервала времени или наработки).

## 1.5. Различные периоды работы технических устройств

При рассмотрении работоспособности какого-либо технического устройства или изделия различают три периода его «жизни»: период приработки, когда при испытании устройства или изделия происходит отбраковка конструктивных, технологических и производственных дефектов, период нормальной эксплуатации, ха-





Рис. 1.3. Функция интенсивности  $\lambda(t)$  отказов экспоненциального распределения

рактирующийся внезапными отказами приблизительно постоянной интенсивности, и период старения, когда появляются отказы возрастающей интенсивности, вызываемые износом устройства или изделия (рис. 1.3).

Из всех этих периодов «жизни» технического устройства главным является период нормальной эксплуатации, который характеризуется длительной работой устройства или машины при определенных климатических и других условиях применения.

**Период нормальной эксплуатации устройства.** В период нормальной эксплуатации технического устройства обычно происходят внезапные отказы, которые носят случайный характер. Физическая природа таких отказов обусловлена внезапной концентрацией нагрузок, действующих внутри и вне устройства. Случайность возникновения внезапных отказов проявляется в том, что события происходят неожиданно и нерегулярно. Однако в достаточно большие и приблизительно равные промежутки времени они повторяются примерно с одинаковой интенсивностью.

После периода приработки устройства, в котором интенсивность отказов повышенная, наступает период нормальной эксплуатации, в течение которого имеет место наиболее низкий уровень интенсивности внезапных отказов приблизительно постоянной величины. В этом случае экспоненциальная зависимость во времени надежности по уравнению (1.15) служит достаточной аппроксимацией событий.

На рис. 1.3 представлена примерная кривая зависимости интенсивности отказов в работе технического устройства  $\lambda$  от времени эксплуатации  $t$  для трех характерных периодов его работы — периода приработки, периода нормальной эксплуатации и перио-

да износа. К такому устройству может быть отнесена и электрическая машина. Как показывает эта кривая, в начале периода приработки машины интенсивность отказа в ее работе может быть высока, затем она падает, и к моменту времени  $t = T_n$  — началу периода нормальной эксплуатации — интенсивность отказов становится минимальной и в среднем приблизительно постоянной величиной

$$\lambda \approx 1/T_{\text{ср}},$$

где  $T_{\text{ср}}$  — средняя наработка до первого отказа машины или устройства, ч.

Когда время эксплуатации машины или устройства достигает значения  $t = T_n$ , начинает сказываться износ их частей. С этого момента интенсивность отказов в работе начинает быстро возрастать, так что за период работы машины или устройства с  $T_n$  до  $T_p$  вероятность отказов их может достигнуть примерно 0,5, или 50 %. Время  $T_p$  можно назвать средним значением времени долговечности машины или устройства с учетом износа, или их техническим ресурсом, при условии отсутствия ремонта. Однако при проведении ремонта машины или устройства путем замены изношенных частей и исправления других дефектов срок службы их может быть соответственно увеличен.

Время эксплуатации машины или устройства  $T_n$  при постоянной интенсивности отказов в работе  $\lambda$  всегда меньше долговечности, или технического ресурса  $T_p$ . Вместе с тем среднее время безотказной работы машины, или средняя наработка до первого отказа,  $T_{\text{ср}} = 1/\lambda$  обычно гораздо больше, чем ее долговечность, или технический ресурс  $T_p$ . Например, если в течение периода нормальной эксплуатации интенсивность внезапных отказов в работе машины или устройства  $\lambda$  невелика, то значение времени  $T_{\text{ср}}$  может достигать очень большой величины, измеряемой нередко десятками или сотнями тысяч часов. Это время указывает, насколько надежна машина или устройство в период нормальной эксплуатации  $t$ .

**Период износа устройства.** Высокую надежность технического устройства, в том числе и электрической машины, на продолжительный период можно обеспечить посредством соответствующей приработки, которая позволяет исключить приработочные отказы, и с помощью профилактического ремонта устройства путем замены изношенных частей и исправления других его дефектов.

Высокая надежность технического устройства — это низкая интенсивность отказов в работе и, следовательно, большое среднее время безотказной работы, или средняя наработка до первого отказа  $T_{\text{ср}}$ . Время  $T_{\text{ср}}$  (рис. 1.4) — некоторое среднее время, за ко-

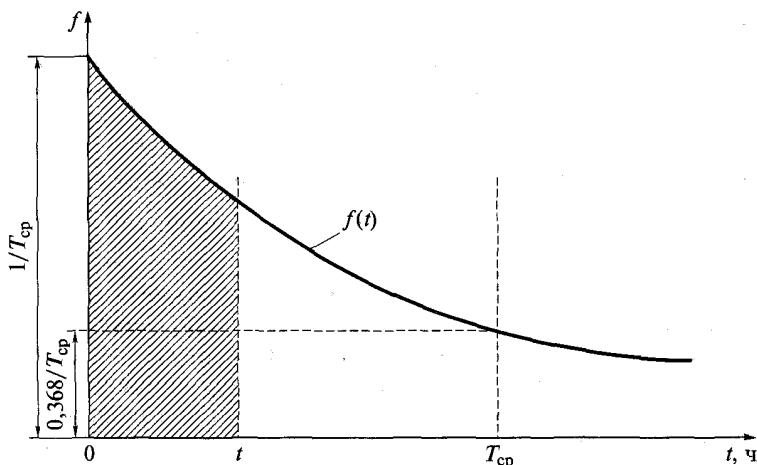


Рис. 1.4. График плотности вероятности  $f(t)$  и среднее время безотказной работы  $T_{cp}$

торое возникает отказ в работе устройства. Поскольку это только среднее время, то на практике следует ожидать, что в некоторых случаях отказы в работе устройства могут возникать значительно раньше этого времени, а в других — позже его. Поэтому в общем случае нельзя считать, что техническое устройство или машина будет безотказно работать обязательно все  $T_{cp}$  часов. Надежная работа устройства реально получается только для интервала времени, значительно меньшего средней наработки до первого отказа  $T_{cp}$ .

Как указывалось ранее, внезапные отказы технического устройства постоянной интенсивности подчиняются экспоненциальному распределению, а износные отказы после периода нормальной эксплуатации  $T_n$  (см. рис. 1.3) — приблизительно нормальному распределению во времени. Плотность вероятности отказов  $f(t)$ , представляющая собой (см. рис. 1.4) степень убывания надежности  $p(t)$  во времени, будет иметь следующий вид для указанных распределений. Так, например, для внезапных отказов устройства их плотность вероятности

$$f(t) = \frac{1}{T_{cp}} e^{-\frac{t}{T_{cp}}}, \quad (1.19)$$

где  $t$  — время работы устройства, ч.

Плотность же вероятности износных отказов  $f(T)$  с учетом обозначений, принятых на рис. 1.3, будет

$$f(T) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\sigma \left[ 1 + \Phi \left( \frac{T_p}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right]} e^{-\frac{(T-T_p)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.20)$$

где  $T$  — общее время эксплуатации или работы технического устройства, ч;  $T_p$  — среднее значение долговечности, или технический ресурс устройства, ч;  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение времени между отказами, или стандартное отклонение от среднего значения долговечности, или технического ресурса,  $T_p$ ;

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (T - T_p)^2}{r}}$ , при этом  $r$  — число отказов в работе устройства,

происходящих спустя время  $T$ , которые суммируются в выражении

$\sum_{T_p}^T (T - T_p)^2$ ;  $\Phi \left( \frac{T_p}{\sigma\sqrt{2}} \right)$  — интеграл вероятности, определяемый по

справочникам для значения  $\frac{T_p}{\sigma\sqrt{2}}$ .

На рис. 1.4 представлена кривая плотности вероятности внезапных отказов  $f(T)$  устройств для экспоненциального распределения, а на рис. 1.5 — кривая плотности износowych отказов  $f(T)$  для нормального распределения. Вероятность внезапного отказа в работе устройства для промежутка времени от 0 до  $t$  будет представлять собой определенный интеграл от плотности вероятности отказов  $f(t)$  из уравнения (1.9) в пределах от 0 до  $t$ :

$$q(t) = \int_0^t f(t) dt = 1 - e^{-t/T_{cp}}, \quad (1.21)$$

т.е. вероятность внезапного отказа устройства численно будет определяться заштрихованной площадью под кривой плотности вероятности отказов  $f(t)$  (см. рис. 1.5). Общая площадь под этой кривой за бесконечно большой промежуток времени для экспоненциального случая  $f(t)$  будет

$$q(t) = \int_0^{\infty} f(t) dt = 1 - e^{-t/T_{cp}} \Big|_0^{\infty} = 1. \quad (1.22)$$

Следовательно, вероятность отказа в работе устройства за этот промежуток времени равна 100 %.

**Приработочные отказы устройства.** Рассмотренные ранее два периода жизни технического устройства — период нормальной

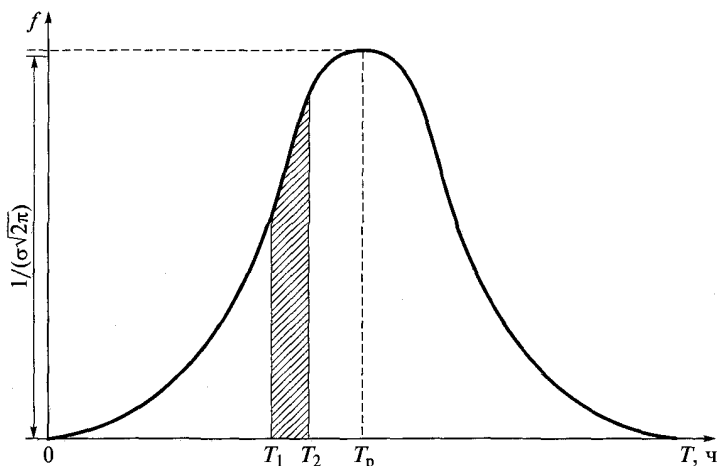


Рис. 1.5. Кривая плотности износowych отказов  $f(T)$  для нормального распределения:

$T_p$  — среднее время нормальной работы группы (партии) изделий;  $T_1$  и  $T_2$  — времена начала износowych отказов для конкретных двух изделий из партии

эксплуатации и период износа — характеризуют собой соотношение работоспособности и надежности его с внезапными и износowymi отказами в работе (см. рис. 1.3). Период нормальной эксплуатации соответствует работе устройств как однократного, так и многократного использования, период же износа относится только к ремонтируемым устройствам многократного использования.

Последние периодически проходят необходимый ремонт, во время которого производится замена изношенных или дефектных частей. Эти два периода жизни технического устройства являются главными для характеристики его надежности.

Однако, кроме внезапных и износowych отказов в работе какого-либо устройства, существуют еще приработочные отказы, которые могут также оказывать некоторое неблагоприятное влияние на его надежность. Для ряда технических устройств приработочные отказы устраняются в течение первого периода работы устройства обычно путем замены дефектных деталей исправными или их приработки, если это допускается конструкцией устройства. Например, в коллекторных или других электрических машинах перед выпуском их с промышленного предприятия-изготовителя в нормальную эксплуатацию предварительно производится притирка и приработка щеток на коллекторе или контактных кольцах, проверка состояния изоляции обмоток, наладка подшипниковых узлов и выполняются другие контрольные испытания машин.



## 1.6. Надежность в период нормальной эксплуатации

В период нормальной эксплуатации постепенные отказы еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность, которая не зависит от возраста изделия:

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const}, \quad (1.23)$$

где  $\lambda = 1/m_t$ ;  $m_t$  — средняя наработка до отказа (обычно в часах). Тогда  $\lambda$  выражается числом отказов в час и, как правило, составляет малую дробь.

Вероятность безотказной работы

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t} \quad (1.24)$$

подчиняется экспоненциальному закону распределения времени безотказной работы и одинакова за любой одинаковый промежуток времени в период нормальной эксплуатации.

Экспоненциальным законом распределения можно аппроксимировать время безотказной работы широкого круга объектов (изделий): особо ответственных машин, эксплуатируемых в период после окончания приработки и до существенного проявления постепенных отказов; элементов радиоэлектронной аппаратуры; машин с последовательной заменой отказавших деталей; машин вместе с электро- и гидрооборудованием и системами управления и др.; сложных объектов, состоящих из многих элементов (при этом время безотказной работы каждого может не быть распределено по экспоненциальному закону; нужно только, чтобы отказы одного элемента, не подчиняющегося этому закону, не доминировали над другими).

Существенное достоинство экспоненциального распределения — его простота: оно имеет только один параметр.

В большинстве случаев  $\lambda t \leq 0,1$  и формула для вероятности безотказной работы упрощается в результате разложения в ряд и отбрасывания малых членов:

$$p(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots \approx 1 - \lambda t. \quad (1.25)$$

Плотность распределения (в общем случае)

$$f(t) = -\frac{dp(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (1.26)$$

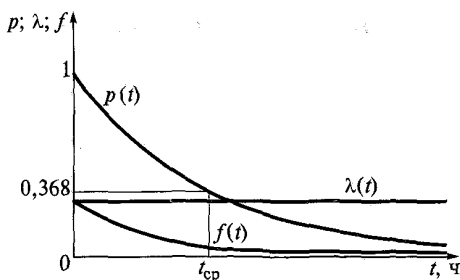


Рис. 1.6. Функции вероятности  $p(t)$  безотказной работы, плотности вероятности  $f(t)$  и интенсивности отказов  $\lambda(t)$  экспоненциального распределения

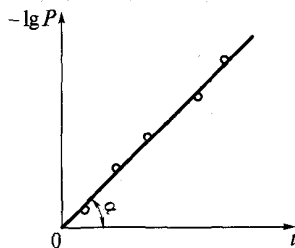


Рис. 1.7. Графическое определение вероятности безотказной работы по результатам экспериментов

Ниже приведены значения вероятности безотказной работы в зависимости от  $\lambda(t)t \approx t/m_t$ , см. формулу (1.24) (рис. 1.6):

$\lambda(t)t$ .....	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$p(t)$ .....	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Поскольку при  $t/m_t = 1$  вероятность  $p(t) \approx 0,37$ , то 63 % отказов возникает за время  $t < m_t$  и только 37 % позднее. Из приведенных значений следует, что для обеспечения требуемой вероятности безотказной работы 0,9 или 0,99 можно использовать только малую долю среднего срока службы (соответственно 0,1 и 0,01).

Если работа изделия происходит в разных режимах, а следовательно, и интенсивностях отказов  $\lambda_1$  (за время  $t_1$ ) и  $\lambda_2$  (за время  $t_2$ ), то

$$p(t) = e^{-(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2)}. \quad (1.27)$$

Эта зависимость следует из теоремы умножения вероятностей.

Для определения на основании опытов интенсивности отказов  $\lambda$  сначала оценивают среднюю наработку до отказа

$$m_t \approx \bar{t} = \frac{1}{N} \sum t_i, \quad (1.28)$$

где  $N$  — общее число наблюдений. Тогда  $\lambda = 1/\bar{t}$ .

Можно также воспользоваться графическим способом (рис. 1.7) — нанести экспериментальные точки в координатах  $t$  и  $-\lg p(t)$ . Знак «-» выбирают потому, что  $p(t) < 1$  и, следовательно,  $\lg p(t)$  — отрицательная величина. Тогда, логарифмируя выражение для вероятности безотказной работы:  $\lg p(t) = -\lambda t \lg e = -0,4343\lambda t$ , получаем тангенс угла прямой, проведенной через экспериментальные точки  $\operatorname{tg} \alpha = 0,4343\lambda$ , откуда  $\lambda = 2,3 \operatorname{tg} \alpha$ .

При использовании графического способа нет необходимости доводить до конца испытания всех образцов.

Для системы

$$p_c(t) = e^{-\sum \lambda_i t}.$$

Если  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_3$ ,  
то

$$p_{\text{ст}}(t) = e^{-n\lambda_1 t}. \quad (1.29)$$

Таким образом, вероятность безотказной работы системы, состоящей из элементов с вероятностью безотказной работы, подчиняющихся экспоненциальному закону, также подчиняется экспоненциальному закону. При этом интенсивности отказов отдельных элементов складываются.

Используя экспоненциальный закон распределения, несложно определить среднее число изделий  $n$ , которые выйдут из строя к заданному моменту времени, и среднее число изделий  $N_p$ , которые останутся работоспособными. При  $\lambda t \leq 0,1$   $n \approx N\lambda t$ ;  $N_p \approx N(1 - \lambda t)$ .

**Пример 1.1.** Оценить вероятность  $p(t)$  отсутствия внезапных отказов механизма в течение  $t = 10\,000$  ч, если интенсивность отказов составляет  $\lambda = 1/m_i = 10^{-8}$  ч<sup>-1</sup>.

**Решение.** Поскольку  $\lambda t = 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4} < 0,1$ , то воспользуемся приближенной зависимостью  $p(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0,9999$ .

## 1.7. Надежность в период постепенных отказов, возникающих из-за износа и старения

Для постепенных отказов нужны законы распределения времени безотказной работы, которые дают вначале низкую плотность распределения, затем максимум и далее падение, связанное с уменьшением числа работоспособных элементов.

В связи с многообразием причин и условий возникновения отказов в этот период для описания надежности применяют несколько законов распределений, которые устанавливают путем аппроксимации результатов испытаний или наблюдений в эксплуатации.

Нормальное распределение является наиболее универсальным, удобным и широко применяемым для практических расчетов (рис. 1.8 и 1.9). Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы (см. рис. 1.8, а). Нормальному распределению подчиняется наработка до отказа

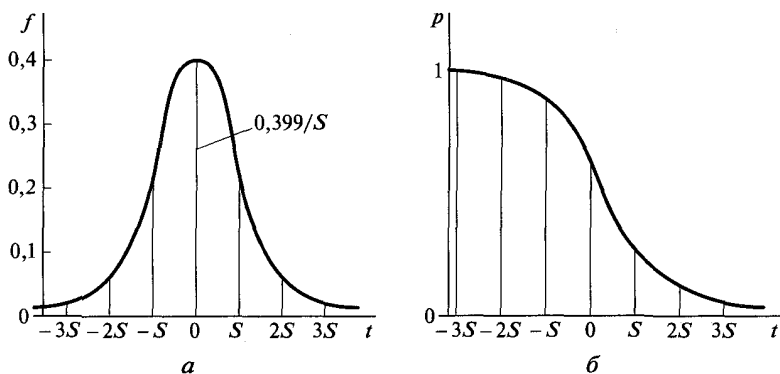


Рис. 1.8. Функция плотности вероятности (а) и интегральная функция вероятности усеченного нормального распределения (б)

многих восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий, размеры и ошибки измерений деталей и т. д.

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S^2}}. \quad (1.30)$$

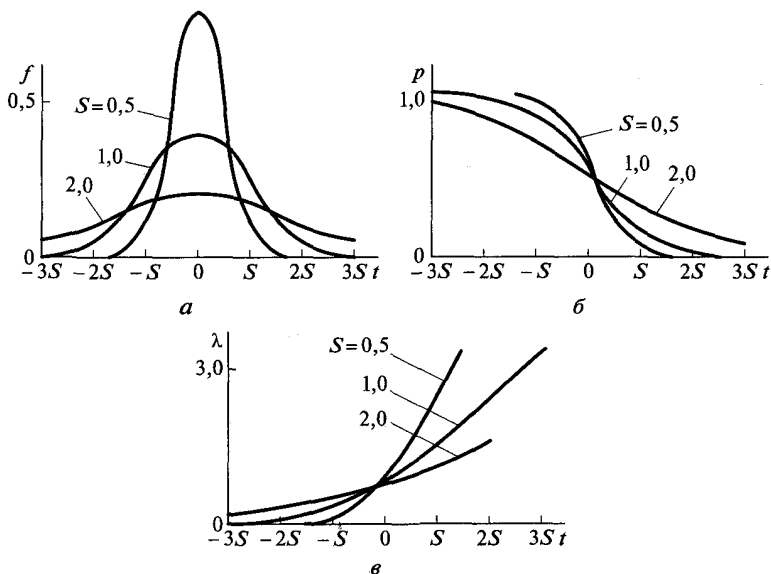


Рис. 1.9. Основные характеристики нормального распределения при разных значениях среднего квадратического отклонения:

$a$  — плотность вероятности  $f(t)$ ;  $b$  — вероятность безотказной работы  $p(t)$ ;  $c$  — интенсивность отказов  $\lambda(t)$

Распределение имеет два независимых параметра: математическое ожидание  $m_t$  и среднее квадратическое отклонение  $S$ . Значения параметров оценивают по результатам испытаний по следующим формулам:

$$m_t \approx \bar{t} = \sum \frac{t_i}{N}; \quad (1.31)$$

$$S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (t_i - \bar{t})^2}, \quad (1.32)$$

где  $\bar{t}$ ,  $s$  — оценка соответственно математического ожидания и среднего квадратического отклонения.

Сближение параметров и их оценок увеличивается с увеличением числа испытаний. Иногда удобнее оперировать с дисперсией  $D = S^2$ .

Кривая плотности распределения тем острее и выше, чем меньше  $S$ . Она начинается от  $t = -\infty$  и распространяется до  $t = +\infty$ . Это не является существенным недостатком, особенно если  $mt \geq \geq 3S$ , так как площадь, очерченная уходящими в бесконечность ветвями кривой плотности, выражающая соответствующую вероятность отказов, очень мала. Так, вероятность отказа за период времени  $m_t - 3S$  составляет всего 0,135 % и обычно не учитывается в расчетах. Вероятность отказа до  $m_t - 2S$  составляет 2,175 %. Наибольшая ордината кривой плотности распределения равна  $0,399/S$ .

Интегральная функция распределения

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt. \quad (1.33)$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы соответственно  $q(t) = F(t)$ ;  $p(t) = 1 - F(t)$ .

Вместо вычисления интегралов по формуле (1.33) обычно используют таблицы. Можно обойтись небольшими таблицами для нормального распределения, у которого  $m_x = 0$  и  $S_x = 1$ . Для этого распределения функция плотности

$$f_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1.34)$$

имеет одну переменную  $x$ . Величина  $x$  является центрированной, так как  $m_x = 0$ , и нормированной, так как  $S_x = 1$ . Функция плотности распределения записывается в относительных координатах с началом на оси симметрии петли.»

Функция распределения представляет собой интеграл от плотности распределения

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^x f_0(x) dx.$$

Из этого уравнения следует, что

$$F_0(x) + F_0(-x) = 1,$$

отсюда

$$F_0(-x) = 1 - F_0(x).$$

Для использования таблиц следует применять подстановку  $x = (t - m_t)/S$ ; при этом  $x$  — *квантиль нормированного нормального распределения* и обычно обозначается  $u_p$ .

Плотность распределения и вероятность безотказной работы соответственно  $f(t) = f_0(x)/S$ ;  $q(t) = F_0(x)$ ;  $p(t) = 1 - F_0(x)$ , где  $f_0(x)$  и  $F_0(x)$  берут по таблицам, имеющимся в справочниках. Ниже приведен фрагмент такой таблицы:

$x$ .....	0	1	2	3	4
$f_0(x)$ .....	0,3989	0,2420	0,0540	0,0044	0,0001
$F_0(x)$ .....	0,5	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

В литературе по надежности часто вместо интегральной функции распределения  $F_0(x)$  пользуются функцией Лапласа

$$\Phi(x) = \int_0^x f_0(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (1.35)$$

Очевидно, что

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^x f_0(x) dx + \int_0^x f_0(x) dx = 0,5 + \Phi(x). \quad (1.36)$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы, выраженные через функции Лапласа, различающиеся пределами интегрирования, имеют следующий вид:

$$q(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t - m_t}{S}\right); \quad (1.37)$$

$$p(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t - m_t}{S}\right). \quad (1.38)$$

Сравнивая изделия с одинаковой средней наработкой до отказа с разным средним квадратическим отклонением  $S$ , нужно подчеркнуть, что хотя при больших  $S$  и имеются экземпляры с большой долговечностью, но чем меньше  $S$ , тем много лучше изделия.

Помимо задачи оценки вероятности безотказной работы за данное время или за данную наработку встречается обратная задача — определение времени или наработки, соответствующих заданной вероятности безотказной работы. Значения этой наработки (времени) определяют с помощью квантилей нормированного нормального распределения

$$t = m_t + u_p S.$$

Значения квантилей даются в таблицах в зависимости от требуемой вероятности, в частности от вероятности безотказной работы. Ниже в качестве примера приводится фрагмент такой таблицы:

$p(t)$ .....	0,5	0,90	0,95	0,99	0,999	0,9999
$u_p$ .....	0	-1,282	-1,645	-2,326	-3,090	-3,719

Операции с нормальным распределением проще, чем с другими, благодаря простым формулам и имеющимся таблицам, поэтому им часто заменяют другие распределения. При малых коэффициентах вариации  $S/m_t$  нормальное распределение хорошо заменяет биномиальное, пуассоновое и логарифмически нормальное распределения.

Распределение суммы независимых случайных величин  $U = X + Y + Z$ , называемое *композицией распределений*, при нормальном распределении слагаемых также является нормальным распределением. Математическое ожидание и дисперсия композиции соответственно:

$$m_u = m_x + m_y + m_z; \quad (1.39)$$

$$S_u^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2, \quad (1.40)$$

где  $m_x, m_y, m_z$  — математические ожидания случайных величин  $X, Y, Z$ ;  $S_x^2, S_y^2, S_z^2$  — дисперсия тех же величин.

**Пример 1.2.** Оценить вероятность  $p(t)$  безотказной работы в течение времени  $t = 1,5 \cdot 10^4$  ч изнашиваемого подвижного сопряжения, если ресурс по износу подчиняется нормальному распределению с параметрами  $m_t = 4 \cdot 10^4$  ч,  $S = 10^4$  ч.

**Решение.** Находим квантиль  $u_p = \frac{1,5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4}{10^4} = -2,5$ ; по табл. 1.1

определяем, что  $p(t) = 0,9938$ .

**Пример 1.3.** Оценить 80%-й ресурс  $t_{0,8}$  гусеницы трактора, если известно, что долговечность гусеницы ограничена по износу, ресурс подчиняется нормальному распределению с параметрами  $m_t = 10^4$  ч;  $S = 6 \cdot 10^3$  ч.

*Решение.* При  $p(t) = 0,8$ ;  $u_p = -0,84$ , тогда ресурс составит, ч:

$$T_{0,8} = m_t + u_p S = 10^4 - 0,84 \cdot 6 \cdot 10^3 \approx 5 \cdot 10^3.$$

Усеченное нормальное распределение получается из нормального при ограничении интервала изменения случайной величины (рис. 1.8, б). Оно, в частности, вносит уточнение в расчеты надежности по сравнению с нормальным распределением при больших значениях коэффициента вариации  $u = S/m_t$ .

Функция плотности распределения записывается так же, как плотность нормального распределения, но с коэффициентом пропорциональности  $c$ :

$$f(t) = \frac{c}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2S^2}}, \quad (1.41)$$

где  $t_0$  — значение случайной величины, соответствующее максимуму  $f(t)$  и называемое модой.

Коэффициент  $c$  для распределения, ограниченного пределами изменения  $t$  от  $a$  до  $b$ , определяется из условия

$$\int_a^b f(t) dt = 1 = c[F(b) - F(a)],$$

где  $F(b)$  и  $F(a)$  — значения функции нормального распределения для предельных значений  $t$ .

Отсюда

$$c = \frac{1}{F(b) - F(a)}. \quad (1.42)$$

Пользуясь функцией  $F_0$  нормального распределения нормированной и центрированной случайной величины, запишем:

$$c = \frac{1}{F_0\left(\frac{b-t_0}{S}\right) - F_0\left(\frac{a-t_0}{S}\right)}. \quad (1.43)$$

Основное применение усеченное нормальное распределение имеет с параметрами  $a = 0$  и  $b = \infty$ , отражающее в задачах надежности невозможность отказов при отрицательных значениях времени. При этом

$$c = \frac{1}{F_0(t_0/S)}. \quad (1.44)$$



Таблица 1.1

Нормальное распределение				Распределение Вейбулла				
Квантиль $u_p$	Вероятность безотказной работы $p(t)$	Квантиль $u_p$	Вероятность безотказной работы $p(t)$	Параметр формы $m$	$\frac{1}{m}$	$b_m$	$c_m$	Коэффициент вариации $\frac{c_m}{b_m}$
0,000	0,5000	-2,054	0,98	0,400	2,5	3,32	10,4	3,14
-0,1	0,5398	-2,1	0,9821	0,417	2,4	2,98	8,74	2,93
-0,126	0,55	-2,170	0,985	0,435	2,3	2,68	7,38	2,75
-0,2	0,5793	-2,2	0,9861	0,455	2,2	2,42	6,22	2,57
-0,253	0,60	-2,3	0,9893	0,476	2,1	2,20	5,27	2,40
-0,3	0,6179	-2,326	0,99	0,500	2,0	2,00	4,47	2,24
-0,385	0,65	-2,4	0,9918	0,526	1,9	1,83	3,81	2,08
-0,4	0,6554	-2,409	0,992	0,556	1,8	1,68	3,26	1,94
-0,5	0,6915	-2,5	0,9938	0,588	1,7	1,54	2,78	1,80
-0,524	0,70	-2,576	0,995	0,625	1,6	1,43	2,39	1,67
-0,6	0,7257	-2,6	0,9953	0,667	1,5	1,33	2,06	1,55
-0,674	0,75	-2,652	0,996	0,714	1,4	1,24	1,78	1,43
-0,7	0,7580	-2,7	0,9965	0,769	1,3	1,17	1,54	1,32
-0,8	0,7881	-2,748	0,997	0,833	1,2	1,10	1,33	1,21
-0,842	0,80	-2,8	0,9974	0,909	1,1	1,05	1,15	1,10
-0,9	0,8159	-2,878	0,998	1,0	1,0	1,00	1,00	1,00
-1,0	0,8413	-2,9	0,9981	1,1	0,909	0,965	0,878	0,910
-1,036	0,85	-3,0	0,9986	1,2	0,833	0,941	0,787	0,837
-1,1	0,8643	-3,090	0,999	1,3	0,769	0,924	0,716	0,775
-1,2	0,8849	-3,291	0,9995	1,4	0,714	0,911	0,659	0,723
-1,282	0,90	-3,5	0,9998	1,5	0,667	0,903	0,615	0,681
-1,3	0,9032	-3,719	0,9999	1,6	0,625	0,897	0,574	0,640
-1,4	0,9192			1,7	0,588	0,892	0,540	0,605
-1,5	0,9332			1,8	0,556	0,889	0,512	0,575
-1,6	0,9452			1,9	0,526	0,887	0,485	0,547
-1,645	0,95			2,0	0,500	0,886	0,463	0,523
-1,7	0,9554			2,1	0,476	0,886	0,439	0,496
-1,751	0,96			2,2	0,455	0,886	0,425	0,480
-1,8	0,9641			2,3	0,435	0,886	0,409	0,461
-1,881	0,97			2,4	0,417	0,887	0,394	0,444
-2,0	0,9772			2,5	0,400	0,887	0,380	0,428

Примечания: 1. Под  $t$  понимается время или другие случайные величины.

2. Для логарифмически нормального распределения  $u_p = (\ln t - \mu)/S$ .

Значения  $c$  можно выбрать в зависимости от  $t_0/S$ :

$t_0/S$ .....	1	2	3
$c$ .....	1,189	1,023	1,001

Таким образом, при  $t_0 > 2S$  коэффициент с очень близок к 1. Вероятность безотказной работы

$$p(t) = cF_0 \left( \frac{t_0 - t}{S} \right). \quad (1.45)$$

Средний ресурс

$$m_t = t_0 + Sf^*(t_0/S), \quad (1.46)$$

где  $f^*$  — функция, которая определяется по табл. 1.1.

Примером усеченных распределений может быть распределение параметра качества изделий после отбраковки части изделий по этому параметру.

**В логарифмически нормальном распределении** логарифм случайной величины распределяется по нормальному закону. Как распределение положительных величин, оно несколько точнее, чем нормальное, описывает наработку до отказа деталей, в частности, по усталости. Его успешно применяют для описания наработки подшипников качения, электронных ламп и других изделий.

Логарифмически нормальное распределение удобно для случайных величин, представляющих собой произведение значительного числа случайных исходных величин, подобно тому как нормальное распределение удобно для суммы случайных величин.

Плотность распределения (рис. 1.10) описывается зависимостью

$$f(t) = \frac{1}{St\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2S^2}}, \quad (1.47)$$

где  $\mu$  и  $S$  — параметры, оцениваемые по результатам испытаний. Так, при испытаниях  $N$  изделий до отказа

$$\mu \approx \mu^* = \frac{\sum \ln t_i}{N};$$

$$S \approx s^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (\ln t_i - \mu^*)^2}, \quad (1.48)$$

где  $\mu^*$  и  $s$  — оценка параметров  $\mu$  и  $S$ .

На рис. 1.10 время указано в тысячах часов. Для различных типов изделий конкретные значения времени могут существенно меняться. При этом характерный вид графиков сохраняется.

Вероятность безотказной работы можно определить по таблицам для нормального распределения (см. табл. 1.1) в зависимости от

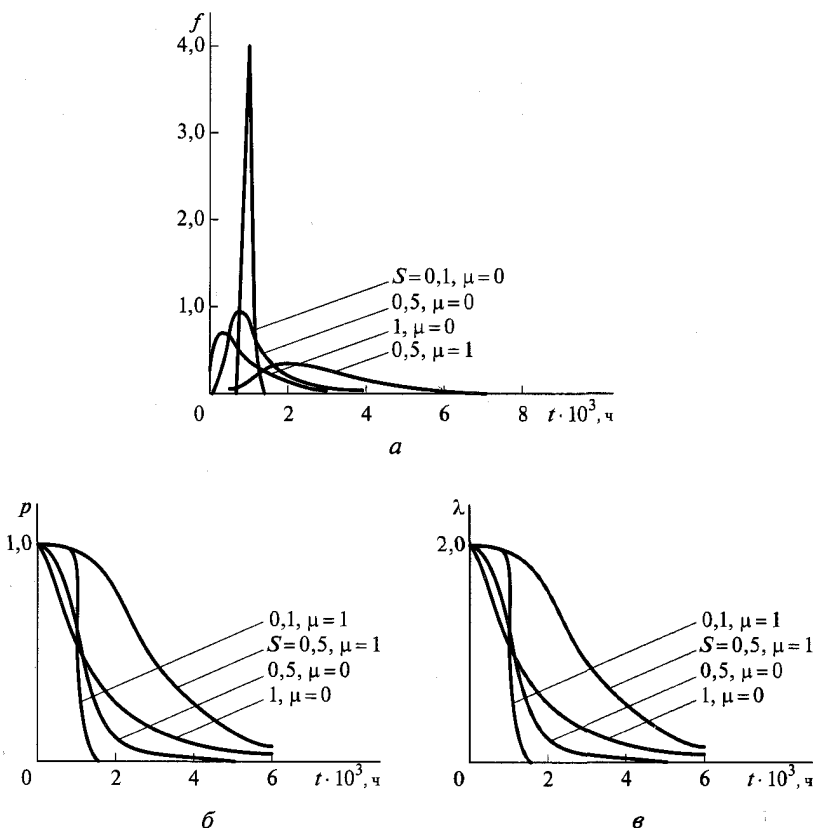


Рис. 1.10. Основные характеристики логарифмического распределения при разных параметрах:

$a$  — плотность вероятности  $f(t)$ ;  $б$  — вероятность безотказной работы  $p(t)$ ;  $в$  — интенсивность отказов  $\lambda(t)$

значения квантиля  $u_p = (\ln t - \mu)/S$ . Остальные параметры определяют по формулам.

Математическое ожидание наработки до отказа

$$m_t = e^{\mu + S^2/2}. \quad (1.49)$$

Среднее квадратическое отклонение

$$S_t = \sqrt{e^{2\mu + S^2} (e^{S^2} - 1)}. \quad (1.50)$$

Коэффициент вариации

$$v_t = S_t / m_t = \sqrt{e^{S^2} - 1}. \quad (1.51)$$

При  $\nu_i \leq 0,3$  полагают  $\nu_i \approx S$ , при этом ошибка составляет менее 1 %.

Часто применяют запись зависимостей для логарифмически нормального распределения в десятичных логарифмах. Соответственно плотность распределения

$$f(t) = \frac{0,4343}{S_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - \lg t_0)^2}{2S^2}}. \quad (1.52)$$

Оценки параметров  $\lg t_0$  и  $S$  определяют по результатам испытаний:

$$\lg t_0 \approx \lg t_0^* = \frac{\sum \lg t_i}{N}; \quad S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (\lg t_i - \lg t_0^*)^2}. \quad (1.53)$$

Математическое ожидание  $m_i$ , среднее квадратическое отклонение  $S_i$  и коэффициент вариации  $\nu_i$  наработки до отказа соответственно определяют по следующим формулам:

$$m_i = t_0 \cdot e^{2,651S^2}; \quad (1.54)$$

$$S_i = m_i \sqrt{\left(\frac{m_i}{t_0}\right)^2 - 1}; \quad (1.55)$$

$$\nu_i = \sqrt{(m_i / t_0)^2 - 1}. \quad (1.56)$$

При значениях  $\nu_i \leq 0,3$  можно считать  $\nu_i \approx 2,3S$ .

Для вероятностей безотказной работы  $p(t) \leq 0,99$  и при  $\nu_i \leq 0,3$  логарифмически нормальный закон можно заменять нормальным законом с параметрами  $m_i$  и  $S_i$  и плотностью

$$f(t) = \frac{1}{S_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - \lg t_0)^2}{2S_i^2}}. \quad (1.57)$$

Вероятность безотказной работы можно находить по специальным таблицам для этого распределения или таблицам для нормального распределения.

**Пример 1.4.** Оценить вероятность  $p(t)$  отсутствия усталостных повреждений вала в течение  $t = 10^4$  ч, если ресурс распределен логарифмически нормально с параметрами  $\lg t_0 \approx 4,5$ ;  $S = 0,25$ .

*Решение.* Вероятность

$$p(t) = F_0\left(\frac{\lg t - \lg t_0}{S}\right) = F_0\left(\frac{\lg 10^4 - 4,5}{0,25}\right) = 0,9772.$$

**Распределение Вейбулла** является универсальным и охватывает широкий диапазон изменения вероятностей. Наряду с логарифмически нормальным распределением оно удовлетворительно описывает наработку деталей по усталостным разрушениям, наработку до отказа подшипников, электронных ламп. Используется для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных и других машин. Применяется также для оценки надежности по приработочным отказам.

Распределение характеризуется следующей функцией вероятности безотказной работы (рис. 1.11):

$$p(t) = e^{-t^m/t_0}. \quad (1.58)$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1}. \quad (1.59)$$

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1} e^{-t^m/t_0}. \quad (1.60)$$

Распределение Вейбулла имеет также два параметра: параметр формы  $m > 0$  и параметр масштаба  $t_0 > 0$ .

Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно:

$$m_t = b_m t_0^{1/m}; \quad (1.61)$$

$$S_t = c_m t_0^{1/m}, \quad (1.62)$$

где  $b_m$  и  $c_m$  — коэффициенты (см. табл. 1.1).

Если в течение времени  $t^*$  отказы не наступают, то формулы для характеристик надежности несколько модифицируются. Так, вероятность безотказной работы

$$p(t) = e^{-\frac{(t-t^*)m}{t_0}}. \quad (1.63)$$

Возможности и универсальность распределения Вейбулла очевидны из следующих пояснений (см. рис. 1.11):

при  $m < 1$  функции  $\lambda(t)$  и  $f(t)$  от наработки до отказа убывающие;

при  $m = 1$  распределение превращается в экспоненциальное  $\lambda(t) = \text{const}$  и  $f(t)$  — убывающая функция;

при  $m > 1$  функция  $f(t)$  — одновершинная, функция  $\lambda(t)$  непрерывно возрастающая при  $1 < m < 2$  с выпуклостью вверх, а при  $m > 2$  — с выпуклостью вниз;

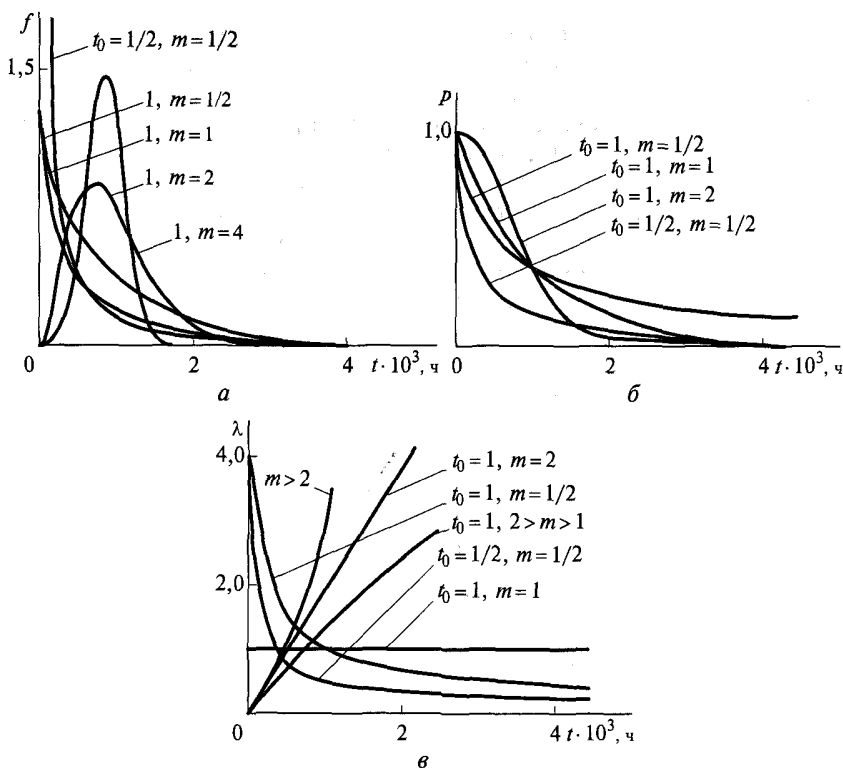


Рис. 1.11. Основные характеристики распределения Вейбулла при разных параметрах  $t_0$  и  $m$ :

$a$  — плотность вероятности  $f(t)$ ;  $b$  — вероятность безотказной работы  $p(t)$ ;  $c$  — интенсивность отказов  $\lambda(t)$

при  $m = 2$  функция  $\lambda(t)$  является линейной и распределение Вейбулла превращается в так называемое распределение Рэля;

при  $m = 3,3$  распределение Вейбулла близко к нормальному.

Графическая обработка результатов испытаний для распределения Вейбулла проводится в такой последовательности:

логарифмируют выражение для  $p(t)$ :

$$\lg p(t) = -\frac{t^m}{t_0^m} 0,4343;$$

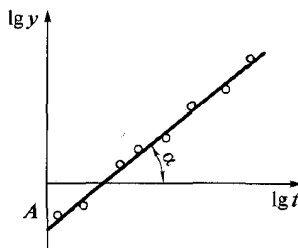
вводят обозначение  $y = -\lg p(t)$  и логарифмируют:

$$\lg y = m \lg t - A,$$

где

$$A = \lg t_0 + 0,362;$$

Рис. 1.12. Графическое определение параметров распределения Вейбулла



откладывают результаты испытаний на графике в координатах  $\lg t - \lg y$  (рис. 1.12), проводят через полученные точки прямую и получают  $m = \operatorname{tg} \alpha$ ;  $\lg t_0 = A - 0,362$ , где  $\alpha$  — угол наклона прямой к оси абсцисс;  $A$  — отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Надежность системы из последовательно соединенных одинаковых элементов, подчиняющихся распределению Вейбулла, также подчиняется распределению Вейбулла.

**Пример 1.5.** Оценить вероятность безотказной работы  $p(t)$  роликоподшипников в течение  $t = 10^4$  ч, если ресурс подшипников описывается распределением Вейбулла с параметрами  $t_0 = 10^7$  ч,  $m = 1,5$ .

*Решение.* Вероятность

$$p(t) = e^{-t^m / t_0} = e^{-10^4 \cdot 1,5 / 10^7} = 0,905.$$

## 1.8. Совместное действие внезапных и постепенных отказов

Вероятность безотказной работы изделия за период  $t$ , если до этого оно проработало время  $T$ , по теореме умножения вероятностей

$$p(t) = p_v(t)p_{\pi}(t), \quad (1.64)$$

где  $p_v$  — вероятность отсутствия внезапных отказов,  $p_v(t) = e^{-\lambda t}$ ;  $p_{\pi}$  — вероятность отсутствия постепенных отказов,  $p_{\pi}(t) = p_{\pi}(T + t)/p_{\pi}(T)$ .

Для системы из последовательно соединенных элементов вероятность безотказной работы за период  $t$

$$p_c(t) = e^{-i \sum \lambda_i} \prod \frac{p_{\pi i}(T + t)}{p_{\pi i}(T)}, \quad (1.65)$$

где знаки  $\Sigma$  и  $\Pi$  означают сумму и произведение.

Для новых изделий  $T = 0$  и  $p_{\pi i}(T) = 1$ .

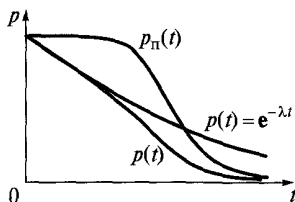


Рис. 1.13. Совместное действие внезапных и постепенных отказов, где верхняя кривая  $p(t)$  для внезапных отказов

На рис. 1.13 показаны кривые вероятности отсутствия внезапных отказов, постепенных отказов и кривая вероятности безотказной работы при совместном действии внезапных и постепенных отказов. Вначале, когда интенсивность постепенных отказов низка, кривая соответствует кривой  $p_п(t)$ , а потом резко снижается. В период постепенных отказов их интенсивность, как правило, многократно выше, чем внезапных.

## 1.9. Особенности надежности восстанавливаемых изделий

У невосстанавливаемых изделий рассматриваются первичные отказы, у восстанавливаемых — первичные и повторные. Все рассуждения и термины для невосстанавливаемых изделий распространяются на первичные отказы восстанавливаемых изделий.

Для восстанавливаемых изделий показательны графики эксплуатации и работы восстанавливаемых изделий (рис. 1.14). Первый показывает периоды работы, ремонта и профилактики (осмотров), второй — только периоды работы. С течением времени периоды работы становятся короче, а ремонта и профилактики длиннее.

У восстанавливаемых изделий свойства безотказности характеризуются величиной  $\bar{m}(t)$  — средним числом отказов за время  $t$ :

$$\bar{m}(t) = \frac{1}{N} \sum n_i, \quad (1.66)$$

где  $N$  — число испытываемых изделий;  $n_i$  — число отказов изделия за время  $t$ .

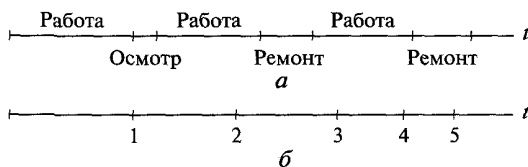


Рис. 1.14. Графики эксплуатации (а) и работы (б)



В статистической трактовке параметр потока отказов  $\Lambda(t)$  характеризует среднее число отказов, ожидаемых в малом интервале времени:

$$\Lambda(t) = \frac{\Delta \bar{m}(t)}{\Delta t}, \quad (1.67)$$

где  $\Delta \bar{m}(t)$  — приращение среднего числа отказов за время  $\Delta t$ , т.е. среднее число отказов от момента  $t$  до момента  $t + \Delta t$ .

В вероятностной трактовке параметр потока отказов

$$\Lambda(t) = \frac{d\bar{m}(t)}{dt}. \quad (1.68)$$

Как известно, при внезапных отказах изделия закон распределения наработки до отказа экспоненциальный с интенсивностью  $\lambda$ . Если изделие при отказе заменяют новым (восстанавливаемое изделие), то образуется поток отказов, параметр которого  $\Lambda(t)$  не зависит от  $t$ , т.е.  $\Lambda(t) = \Lambda = \text{const}$  и равен интенсивности  $\lambda$ .

Поток внезапных отказов предполагают *стационарным*, т.е. среднее число отказов в единицу времени постоянно, *ординарным*, при котором одновременно возникает не более одного отказа, и *без последствия*, что означает взаимную независимость появления отказов в разные (непересекающиеся) промежутки времени.

Для стационарного, ординарного потока отказов

$$\Lambda(t) = \Lambda = 1/\bar{T}, \quad (1.69)$$

где  $\bar{T}$  — средняя наработка между отказами.

Самостоятельное рассмотрение постепенных отказов восстанавливаемых изделий представляет интерес, потому что время восстановления после постепенных отказов обычно больше, чем после внезапных. При совместном действии внезапных и постепенных отказов параметры потоков отказов складываются.

Поток постепенных (износных) отказов становится стационарным при наработке  $t$ , значительно большей среднего значения  $T$ . Так, при нормальном распределении наработки до отказа интенсивность отказов возрастает монотонно (см. рис. 1.9, *в*), а параметр потока отказов  $\Lambda(t)$  сначала возрастает, потом начинаются колебания, которые затухают на уровне  $1/\bar{T}$  (рис. 1.15).

В сложных изделиях (системах) параметр потока отказов рассматривается как сумма параметров потоков отказов. Составляющие потоки можно рассматривать по узлам или по типам устройств, например механическим, гидравлическим, электрическим, электронным и другим  $\Lambda(t) = \Lambda_1(t) + \Lambda_2(t) + \dots$ . Соответ-

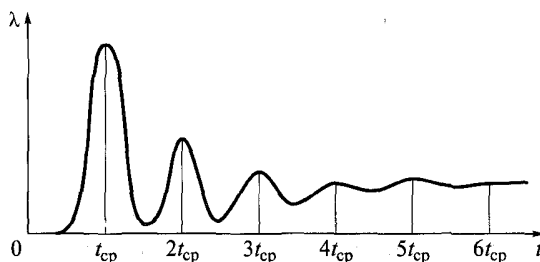


Рис. 1.15. График частоты отказа объектов с последовательной заменой после отказа

ственно средняя наработка между отказами изделия (в период нормальной эксплуатации)

$$\bar{T} = 1/\Lambda \quad \text{или} \quad 1/\bar{T} = 1/\bar{T}_1 + 1/\bar{T}_2 + \dots \quad (1.70)$$

Вероятность безотказной работы от момента  $T$  до  $T + t$  подчиняется экспоненциальному распределению

$$p(t) = e^{-\Lambda t}.$$

Для системы из последовательно соединенных элементов

$$p_c = e^{-t \sum \Lambda_i}. \quad (1.71)$$

Одним из основных комплексных показателей надежности восстанавливаемого изделия является *коэффициент технического использования*

$$\eta = \frac{\bar{T}_p}{\bar{T}_p + \bar{T}_п + \bar{T}_{рем}}, \quad (1.72)$$

где  $\bar{T}_p$ ,  $\bar{T}_п$ ,  $\bar{T}_{рем}$  — средние значения наработки, простоя, ремонта соответственно.

### Контрольные вопросы

1. Чем отличается работоспособное состояние изделия от исправного?
2. Что такое отказ? Какие бывают причины отказов?
3. Чем характеризуются безотказность, долговечность и сохраняемость изделий?
4. Какие существуют основные показатели надежности?
5. Какими характеристиками определяются случайные величины?
6. Как оцениваются параметры надежности?
7. Какие существуют периоды работы технических устройств?
8. Как определяется и чем характеризуется надежность в период нормальной эксплуатации?
9. Как рассчитывается надежность в период постепенных («износных») отказов?
10. Каковы особенности надежности восстанавливаемых изделий?

**2.1. Показатели надежности неремонтируемых объектов**

Неремонтируемые объекты работают до первого отказа. Для оценки их надежности используют вероятностные характеристики случайной величины — наработки до отказа  $T$ . Под наработкой понимают продолжительность или объем работы объекта, измеряемые в часах, километрах, гектарах, циклах, кубометрах или в других единицах. Когда наработку выражают в единицах времени, иногда используют термин «время безотказной работы» или, что то же самое, «время до возникновения отказа».

Полной характеристикой любой случайной величины является ее закон распределения, т.е. соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими этим значениям вероятностями. Распределение наработки до отказа может быть описано с помощью различных показателей надежности неремонтируемых изделий. К числу таких показателей относятся:

функция надежности  $p(t)$ ;

плотность распределения наработки до отказа  $f(t)$ ;

интенсивность отказов  $\lambda(t)$ .

*Функцией надежности* называют функцию, выражающую вероятность того, что  $T$  — случайная наработка до отказа объектов — будет больше заданной наработки  $(0, t)$ , отсчитываемой от начала эксплуатации, т.е.

$$p(t) = p\{T \geq t\}.$$

Перечислим некоторые очевидные свойства  $p(t)$ :

- 1)  $p(0) = 1$ , т.е. можно рассматривать безотказную работу лишь тех объектов, которые были работоспособны в момент включения;
- 2)  $p(t)$  является монотонно убывающей функцией заданной наработки  $t$ ;
- 3)  $p(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$ , т.е. любой объект со временем откажет.

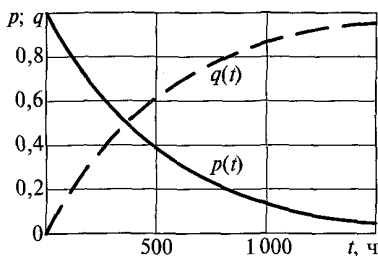


Рис. 2.1. Функция надежности  $p(t)$  и ненадежности  $q(t)$  объекта

Наряду с функцией  $p(t)$  используется и функция ненадежности  $q(t) = 1 - p(t) = p\{T < t\}$ .

Она характеризует вероятность отказа объекта на интервале  $(0, t)$ .

Функция ненадежности является

функцией распределения случайной величины  $T$ ; эта функция иногда обозначается  $F(t)$ .

На рис. 2.1 приведены графики одной из возможных функций надежности  $p(t)$  и соответствующей функции  $q(t)$ .

Во многих задачах в качестве показателя надежности используется вероятность безотказной работы — вероятность того, что в пределах заданной наработки не возникает отказа объекта. При этом обычно имеют в виду условную вероятность  $p(t_1, t_2)$  безотказной работы в течение наработки от  $t_1$  до  $t_2$  при условии, что при  $t_1$  объект был работоспособным. Эту условную вероятность можно определить по функции надежности.

Рассмотрим два интервала  $(0, t_1)$  и  $(t_1, t_2)$ . Событие, состоящее в безотказной работе в течение интервала  $(0, t_2)$ , является совмещением двух событий:

- 1) объект безотказно работал на интервале  $(0, t_1)$ ;
- 2) оставшийся работоспособным к моменту  $t_1$  объект безотказно проработал на интервале  $(t_1, t_2)$ .

Поэтому согласно правилу умножения вероятностей

$$p(t_2) = p(t_1)p(t_1, t_2),$$

следовательно,

$$p(t_1, t_2) = \frac{p(t_2)}{p(t_1)}. \quad (2.1)$$

Таким образом, условная вероятность безотказной работы на интервале  $(t_1, t_2)$  равна отношению значений функции надежности в начале и конце интервала.

Надежность малых неремонтируемых объектов не всегда удобно характеризовать вероятностью безотказной работы, так как для небольших периодов заданной наработки значения  $p(t_1, t_2)$  будут близкими к единице. Например, вероятность безотказной работы слюдяного конденсатора в течение 1 ч равна 0,9999999. Поэтому наряду с  $p(t)$  используются и другие показатели надежности, например плотность распределения наработки до отказа:

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt}. \quad (2.2)$$

Плотность распределения наработки до отказа  $f(t)$  является дифференциальной формой закона распределения наработки до отказа. Плотность  $f(t)$  является неотрицательной функцией, причем

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1.$$

График  $f(t)$  часто называют «кривая распределения наработки до отказа».

Как видно из рис. 2.1, функция надежности и функция ненадежности связаны с  $f(t)$  следующими соотношениями:

$$p(t) = 1 - \int_0^t f(x) dx = \int_t^{\infty} f(x) dx; \quad q(t) = \int_0^t f(x) dx.$$

Величина  $f(t)dt$  характеризует вероятность отказа за интервал наработки  $(t, t + dt)$  объекта, взятого наугад из множества одинаковых объектов. При этом неизвестно, работоспособен ли этот объект к началу интервала (т.е. в момент  $t$ ) или отказал ранее. Это не всегда удобно на практике, и  $f(t)$  как самостоятельный показатель надежности неремонтируемых объектов находит ограниченное применение. Чаще применяют интенсивность отказов  $\lambda(t)$  — условную плотность вероятности возникновения отказа неремонтируемого объекта, определяемую для рассматриваемой наработки при условии, что до этой наработки отказ не возник. Интенсивность отказов можно рассматривать как относительную скорость уменьшения значений функции надежности с увеличением интервала  $(0, t)$ . Чтобы пояснить смысл этой характеристики, проведем следующие рассуждения.

Введем хорошо согласующееся с практикой предположение о том, что вероятность  $0(t)$  появления двух и более отказов за бесконечно малый интервал наработки  $(t, t + dt)$  убывает быстрее, чем длина этого интервала, т.е.  $0(t)$  является бесконечно малой более высокого порядка, чем  $dt$ . Иными словами, если имеется группа одинаковых объектов, то вероятность того, что в одно и то же мгновение откажет сразу несколько одинаковых объектов, очень мала. Таким образом, из рассмотрения исключаются такие явления, как катастрофы и стихийные бедствия. Рассмотрим два смежных интервала наработки  $(0, t)$  и  $(t, t + dt)$ . Чтобы некоторый объект имел возможность отказать в интервале наработки  $(t, t + dt)$ , он должен безотказно работать в течение  $(0, t)$ . Согласно правилу

умножения вероятностей вероятность отказа объекта в течение наработки  $(t, t + dt)$

$$q(t, t + dt) = f(t)dt = p(t)z, \quad (2.3)$$

где  $p(t)$  — вероятность безотказной работы объекта в течение наработки  $(0, t)$ , т.е. значение функции надежности;  $z$  — условная вероятность отказа объекта за малую наработку  $(t, t + dt)$ , найденная в предположении, что он безотказно проработал интервал  $(0, t)$ .

Условную вероятность отказа объекта в течение наработки  $(t, t + dt)$  в предположении его безотказной работы до момента  $t$  обычно выражают формулой

$$z = \lambda(t)dt,$$

где  $\lambda(t)$  — интенсивность отказов.

Таким образом, при использовании величины  $\lambda(t)$  рассматриваются лишь остающиеся работоспособными к моменту  $t$  объекты, а отказавшие исключаются из рассмотрения.

Из формул (2.2) и (2.3) получаем

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)} = -\frac{dp(t)}{p(t)}. \quad (2.4)$$

Решение уравнения (2.4) при начальном условии  $p(0) = 1$  позволяет получить для функции надежности формулу

$$p(t) = \exp \left[ -\int_0^t \lambda(x)dx \right] = \exp \left[ -\int_0^t \lambda(x)dx \right]. \quad (2.5)$$

При  $\lambda = \text{const}$  формула (2.5) существенно упрощается:

$$p(t) = \exp(-\lambda t). \quad (2.6)$$

Вероятность безотказной работы в течение наработки  $(t_1, t_2)$  объекта, который был работоспособным к началу этого интервала,

$$p(t_1, t_2) = \frac{p(t_2)}{p(t_1)} = \frac{\exp \left[ -\int_0^{t_2} \lambda(x)dx \right]}{\exp \left[ -\int_0^{t_1} \lambda(x)dx \right]} = \exp \left[ -\int_{t_1}^{t_2} \lambda(x)dx \right]. \quad (2.7)$$

При  $\lambda = \text{const}$  вероятность безотказной работы в течение наработки  $(t_1, t_2)$  не зависит от возраста объекта:

$$p(t_1, t_2) = p(t') = \exp(-\lambda t'), \quad (2.8)$$

где  $t' = t_2 - t_1$ .

При  $\lambda t' \ll 1$  обычно полагают  $\exp(-\lambda t') \approx 1 - \lambda t'$ .

В качестве показателей надежности неремонтируемых изделий применяют также числовые характеристики случайной наработки до отказа. Их обычно легче определить по экспериментальным данным, чем  $p(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $f(t)$ . Наиболее часто используют среднюю наработку до отказа (математическое ожидание наработки до отказа).

Согласно определению математического ожидания непрерывной неотрицательной случайной величины средняя наработка до отказа

$$m_t = M[T] = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t \frac{dF(t)}{dt} dt = - \int_0^{\infty} t \frac{dp(t)}{dt} dt,$$

где  $F(t)$  — функция распределения случайной величины  $T$ .

Интегрируя по частям последнее выражение, получаем

$$m_t = -tp(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} p(t) dt.$$

Первое слагаемое в этом равенстве

$$-tp(t) \Big|_0^{\infty} = -t[1 - F(t)]_0^{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} t[1 - F(t)] = 0.$$

Это можно пояснить следующими рассуждениями, если неотрицательная случайная величина  $T$  имеет конечное математическое

ожидание, т. е. интеграл  $\int_0^{\infty} t f(t) dt$  сходится, то интеграл  $\int_0^{\infty} t f(t) dt \rightarrow 0$

при  $y \rightarrow \infty$ .

Поскольку

$$y \int_0^{\infty} f(t) dt \leq \int_0^{\infty} t f(t) dt,$$

то при  $y \rightarrow \infty$

$$y \int_y^{\infty} f(t) dt = y[1 - F(y)] \rightarrow 0.$$

Следовательно,  $\lim_{t \rightarrow \infty} t[1 - F(t)] = 0$ , и средняя наработка до отказа

$$m_t = \int_0^{\infty} p(t) dt. \quad (2.9)$$

Таким образом, средняя наработка до отказа численно равна площади под кривой  $p(t)$  (рис. 2.2).

При  $\lambda = \text{const}$

$$m_t = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Подставив в формулу (2.9) значение  $t = m_t = 1/\lambda$ , получим, что при  $\lambda = \text{const}$  среднюю наработку до отказа можно понимать как наработку  $t = m_t$ , в течение которой объект остается работоспособным с вероятностью  $p(m_t) = \exp(-1) \approx 0,37$ .

Значения  $m_t$  обычно вычисляются по экспериментальным данным об отказах элементов в начальный период их эксплуатации. Поэтому  $m_t$  можно понимать как среднюю наработку до отказа, которая имела бы место в действительности, если бы элемент сохранял в течение всего периода использования ту интенсивность отказов, которой он обладал в начальный период эксплуатации или на испытаниях.

На практике представляют интерес две условные средние наработки неремонтируемых объектов:

1) средняя полезная наработка  $\bar{m}_{t_1}$  при условии, что при достижении наработки  $t_1$  все оставшиеся работоспособными объекты снимаются с эксплуатации;

2) средняя продолжительность  $\hat{m}_{t_1}$  предстоящей работы при условии, что объект безотказно работал на интервале  $(0, t_1)$ .

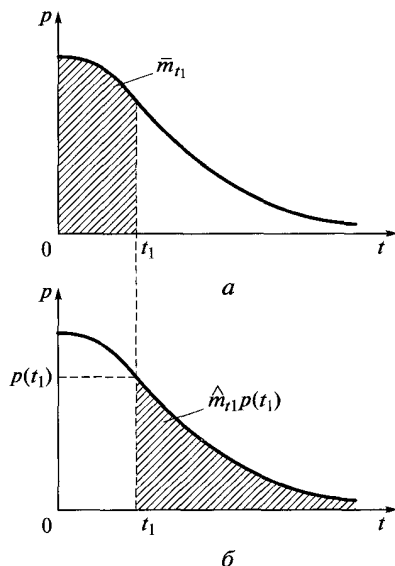


Рис. 2.2. Графики для вычисления условных средних наработок:

$a$  — полезная средняя наработка  $\bar{m}_{t_1}$ ;  $б$  — средняя продолжительность предстоящей безотказной работы  $\hat{m}_{t_1}$



При вычислении средней полезной наработки  $\bar{m}_{t_1}$  учтем, что  $p(t_1) \cdot 100$  объектов безотказно проработают интервал  $(0, t_1)$ , а остальные откажут на этом интервале.

Согласно определению математического ожидания

$$\bar{m}_{t_1} = t_1 p(t_1) + \int_0^{t_1} t f(t) dt = t_1 p(t_1) - \int_0^{t_1} t dp(t).$$

Интегрируя по частям, получаем

$$\bar{m}_{t_1} = t_1 p(t_1) \Big|_0^{t_1} + \int_0^{t_1} p(t) dt = \int_0^{t_1} p(t) dt. \quad (2.10)$$

Вычислив условную среднюю продолжительность предстоящей безотказной работы, получим

$$\hat{m}_{t_1} = M[T - t_1] = - \int_{t_1}^{\infty} (t - t_1) dp(t | t_1), \quad (2.11)$$

где  $p(t | t_1) = p(t_1, t)$  — условная вероятность безотказной работы в течение наработки  $(t_1, t)$  при условии, что при  $t_1$  объект работоспособен. В соответствии с формулой (2.1)

$$p(t | t_1) = p(t_1, t) = \frac{p(t)}{p(t_1)},$$

поэтому

$$dp(t | t_1) = \frac{dp(t)}{p(t_1)}. \quad (2.12)$$

Подставляя формулу (2.12) в формулу (2.11) и интегрируя по частям, получаем:

$$\hat{m}_{t_1} = - \frac{1}{p(t_1)} \int_{t_1}^{\infty} (t - t_1) dp(t) = \frac{1}{p(t_1)} \int_{t_1}^{\infty} p(t) dt. \quad (2.13)$$

Учитывая формулы (2.9), (2.10) и (2.13), находим соотношение между средними наработками

$$m_t = \bar{m}_{t_1} + \hat{m}_{t_1} p(t_1). \quad (2.14)$$

Это соотношение иллюстрирует рис. 2.3.

При  $\lambda = \text{const}$  имеем

$$\bar{m}_{t_1} = m_t [1 - \exp(-\lambda t_1)]; \quad \hat{m}_{t_1} = m_t = \frac{1}{\lambda}.$$

При оценке параметрической, т.е. по постепенным отказам, надежности целесообразно учитывать стратегию замен рассматриваемых объектов. По первой стратегии производятся индивидуальные замены, т.е. каждый конкретный объект из множества одинаковых эксплуатируется до отказа. В этом случае используют рассмотренные ранее показатели надежности.

При второй стратегии (групповые замены) эксплуатация всех объектов данного типа прекращается при достижении назначенного ресурса (заданной суммарной наработки). В течение назначенного ресурса должны практически отсутствовать параметрические отказы из-за старения, изнашивания и других причин. Иначе говоря, назначенный ресурс должен быть меньше наработки  $t_n$  до начала массовых параметрических отказов.

Возможны различные определения  $t_n$ . Наиболее общее состоит в том, что величина  $t_n$  равна суммарной наработке от начала эксплуатации, при которой плотность распределения  $f(t) \approx \lambda(t)$  впервые достигает критического значения  $f_{кр} \approx \lambda_{кр}$ . При этом неявно учитывается известный из опыта эксплуатации факт: для параметрических отказов из-за старения, изнашивания и других нестационарных процессов при  $t = 0$  всегда  $f(0) = \lambda(0) = 0$ .

Поскольку распределение наработки до появления параметрического отказа обычно является унимодальным, то величину  $f_{кр} \approx \lambda_{кр}$  удобно задавать в долях от значения плотности распределения в точке моды  $f(t_m)$ , например  $f_{кр} = 0,01f(t_m)$ .

## 2.2. Теоретические распределения наработки до отказа

В качестве теоретических распределений наработки до отказа могут быть использованы любые применяемые в теории вероятностей непрерывные распределения. В принципе можно взять любую кривую, площадь под которой равна единице, и использовать ее в качестве кривой распределения случайной величины.

На рис. 2.3 приведены графики  $f(t)$  и  $\lambda(t)$  для четырех наиболее часто употребляемых в теории вероятностей распределений, а соответствующие функции надежности — на рис. 2.4.

**Показательное (экспоненциальное) распределение.** При показательном распределении наработки до отказа

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t); p(t) = \exp(-\lambda t); \lambda = \text{const}; m_t = 1/\lambda.$$

Дисперсия наработки до отказа

$$\sigma^2 t = \frac{1}{\lambda^2}.$$

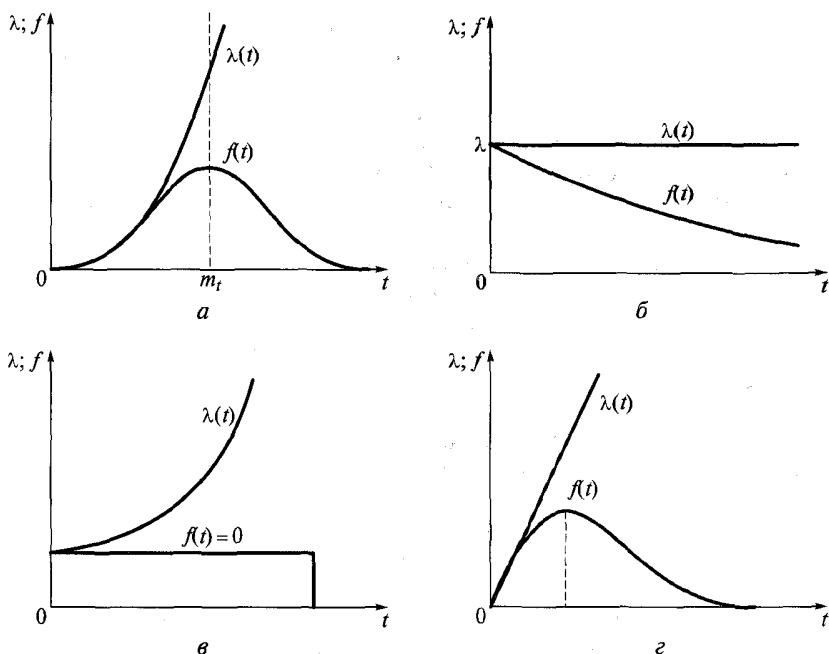


Рис. 2.3. Графики  $\lambda(t)$  и  $f(t)$  теоретических законов распределения наработки до отказа:

*a* — нормальное (усеченное на интервале  $(0, \infty)$ ) распределение; *б* — распределение равномерной плотности; *в* — показательное распределение; *г* — распределение Рэлея

Показательное распределение применяется чаще других при исследовании надежности изделий. Это объясняется рядом причин.

Во-первых, показательное распределение наработки до отказа типично для сложных объектов, состоящих из многих элементов с различными распределениями наработки до отказа. Кроме того, для некоторых объектов можно устранить повышенную интенсивность отказов в начальный период эксплуатации применением тренировки. Если в процессе

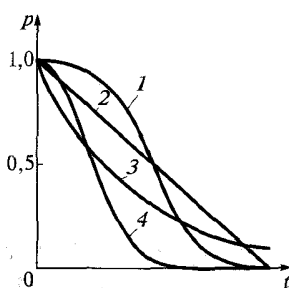


Рис. 2.4. Графики функций надежности:

1 — нормальное (усеченное на интервале  $(0, \infty)$  распределение); 2 — распределение равномерной плотности; 3 — показательное распределение; 4 — распределение Рэлея

эксплуатации этих объектов нет периода значительного износа, то интенсивность отказов можно приближенно считать постоянной.

Во-вторых, при постоянных интенсивностях отказов изделий получаются очень простые формулы для расчета надежности. Это связано с тем, что при  $\lambda = \text{const}$  вероятность безотказной работы в течение заданной наработки  $\Delta t$  не зависит от суммарной наработки.

В-третьих, при ограниченных экспериментальных данных трудно обнаружить значительные отклонения от гипотезы  $\lambda = \text{const}$ , даже если и имеется возможная нестационарность  $\lambda(t)$ . Если экспериментальных данных недостаточно, чтобы выявить истинный характер нестационарности  $\lambda(t)$ , в качестве первого приближения принимают  $\lambda = \text{const}$ .

**Усеченное нормальное распределение.** При нормальном (гауссовом) распределении случайной величины она может принимать любые значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Поскольку возможные значения случайной наработки до отказа  $T$  могут быть только положительными, распределение  $T$  может быть лишь усеченным нормальным.

Усеченным нормальным распределением случайной величины называется распределение, получаемое из нормального при ограничении интервала возможных значений этой величины. Так как возможные значения случайной величины  $T$  ограничены интервалом  $(t_1, t_2)$ , то плотность усеченного распределения

$$\bar{f}(t) = cf(t), \quad (2.15)$$

где  $f(t)$  — плотность неусеченного распределения;  $f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma^2 t} \right]$ ;  $c$  — нормирующий множитель, находящийся из условия, что площадь под кривой распределения равна единице, т. е.

$$c = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = 1,$$

или

$$c = \frac{1}{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}. \quad (2.16)$$

Подставив в формулу (2.16) выражение для  $f(t)$  и применив подстановку, находим

$$u = \frac{t - m_t}{\sigma_t},$$

где  $m_t$ ,  $\sigma_t$  — среднее значение и среднее квадратическое отклонение неусеченного распределения соответственно. После преобразования получим

$$c = \frac{1}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)}, \quad (2.17)$$

где  $u_1 = \frac{t_1 - m_t}{\sigma_t}$ ;  $u_2 = \frac{t_2 - m_t}{\sigma_t}$ ;  $\Phi(u)$  — нормированная функция Лапласа;  $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv$ .

Таблица значений этой функции приведена в справочниках.

**Функция надежности**

$$\bar{p}(t) = c \left[ 0,5 - \Phi\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right) \right]. \quad (2.18)$$

**Интенсивность отказов**

$$\lambda(t) = \frac{\bar{f}(t)}{\bar{p}(t)} = \frac{\frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right]}{0,5 - \Phi\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right)}.$$

Найдем формулы для числовых характеристик усеченного нормального распределения: математического ожидания наработки до отказа  $\bar{m}_t$  и дисперсии наработки до отказа  $\bar{\sigma}_t^2$ . Согласно определениям этих характеристик

$$\bar{m}_t = \frac{c}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} t \exp\left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right] dt; \quad (2.19)$$

$$\bar{\sigma}_t^2 = \frac{c}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} (t - \bar{m}_t)^2 \exp\left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right] dt. \quad (2.20)$$

Проведя преобразования, имеем

$$\bar{m}_t = m_t - \sigma_t k; \quad (2.21)$$

$$\bar{\sigma}_t^2 = \sigma_t^2 \left\{ 1 - k^2 - \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[ u_2 \exp\left(-\frac{u_2^2}{2}\right) - u_1 \exp\left(-\frac{u_1^2}{2}\right) \right] \right\}. \quad (2.22)$$

В формулах (2.21) и (2.22) коэффициентом  $k$  обозначено:

$$k = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[ \exp\left(-\frac{u_2^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{u_1^2}{2}\right) \right]. \quad (2.23)$$

Когда возможные значения случайной величины  $T$  лежат в интервале  $(0, \infty)$ , из формул (2.17), (2.19)–(2.23) получаем

$$c = c_0 = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{m_t}{\sigma_t}\right)}; \quad (2.24)$$

$$\bar{m}_t = m_t + \sigma_t k_0; \quad (2.25)$$

$$\bar{\sigma}_t^2 = \sigma_t^2 \left( 1 - k_0^2 - k_0 \frac{m_t}{\sigma_t} \right). \quad (2.26)$$

В формуле (2.26) коэффициент

$$k_0 = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{m_t}{\sigma_t}\right)^2\right]. \quad (2.27)$$

На рис. 2.5 приведены зависимости отношений числовых характеристик усеченного и неусеченного нормального распределений и значения нормирующего множителя  $c_0$  от отношения  $m_t/\sigma_t$ . На рисунке видно, что при значениях  $m_t/\sigma_t > 2$  (что обычно и

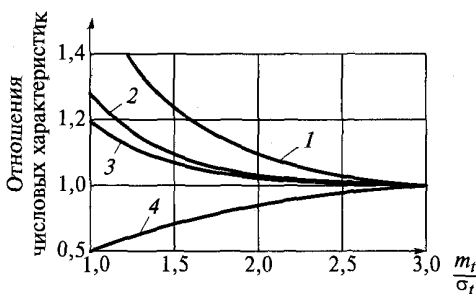


Рис. 2.5. Зависимость отношений числовых характеристик усеченного и неусеченного нормального распределения и нормирующего множителя  $c_0$  от отношения  $\frac{m_t}{\sigma_t}$  (черта над  $\bar{m}_t, \bar{\sigma}_t$  означает, что эти характеристики относятся к усеченному распределению):

$$1 - \frac{\bar{m}_t}{\bar{\sigma}_t} : \frac{m_t}{\sigma_t}; \quad 2 - \frac{\bar{m}_t}{m_t}; \quad 3 - c_0; \quad 4 - \frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_t}$$

имеет место на практике при употреблении нормального распределения) значение  $c_0$  очень мало отличается от единицы и  $\bar{m}_t = m_t, \bar{\sigma}_t \approx \sigma_t$ . Поэтому в дальнейшем не будем добавлять термин «усеченное» к названию «нормальное распределение наработки до отказа». Необходимо отметить, что вопреки распространенному мнению при отказах элементов за счет износа распределение наработки до отказа будет далеко не всегда нормальным. Необходимым условием нормального распределения наработки до отказа является малый разброс значений скорости износа элементов.

Ввиду большого теоретического и прикладного значения нормального распределения его стараются иногда применить и при явно несимметричных распределениях наработки до отказа. Для этого подбирают некоторую функцию случайной наработки до отказа, например  $\lg T$ ,  $T_2$  и т.д., приближенно следующую нормальному закону. Например, довольно часто используется логарифмически нормальное распределение усталостной долговечности, при котором предполагается, что логарифм числа циклов нагрузки до разрушения образца распределен по нормальному закону.

**Распределение Рэлея.** Для распределения Рэлея

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right); \quad p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right); \quad \lambda(t) = \frac{t}{\sigma^2}.$$

Параметр распределения Рэлея, обычно обозначаемый  $\sigma$ , является модой этого распределения. Его не нужно путать со средним квадратическим отклонением  $\sigma t$ . Для распределения Рэлея математическое ожидание

$$m_t = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = 1,253\sigma,$$

дисперсия

$$\sigma_t^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2 = 0,4292\sigma^2.$$

**Гамма-распределение.** Плотность гамма-распределения

$$f(t) = \frac{\lambda_0^2}{\Gamma(r)} t^{r-1} \exp(-\lambda_0 t), \quad (2.28)$$

где  $\Gamma(r)$  — гамма-функция;  $\Gamma(r) = \int_0^\infty u^{r-1} e^{-u} du$ .

В теории надежности гамма-распределение обычно используется при целом  $r$ . При  $r = 1$  гамма-распределение является показательным распределением. В данном случае показательное распределение — это распределение наработки до первого отказа. При целом  $r > 1$  гамма-распределение является распределением суммы  $r$  независимых случайных величин, каждая из которых имеет показательное распределение с параметром  $\lambda_0 = 1/m_{i_0}$ . Гамма-распределение при целом  $r$  иногда называют распределением Эрланга. Для такого распределения

$$f(t) = \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)!} \exp(-\lambda_0 t); \quad (2.29)$$

$$p(t) = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}; \quad (2.30)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)! \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \quad (2.31)$$

Математическое ожидание наработки до отказа

$$m_t = \frac{r}{\lambda_0},$$

дисперсия

$$\sigma^2 t = \frac{r}{\lambda_0^2}.$$

Графики гамма-распределения приведены на рис. 2.6.

При больших значениях  $r$  гамма-распределение сходится к нормальному распределению с параметрами

$$m_{i_0} = r m_i; \quad \sigma_{i_0}^2 = r \sigma_i^2.$$

**Распределение Вейбулла.** Кривые этого распределения приведены на рис. 2.7. Плотность распределения Вейбулла:

$$f(t) = k v t^{v-1} \exp(-k t)^v. \quad (2.32)$$

Распределение Вейбулла имеет два параметра:  $k$  и  $v$ . Параметр  $k$  определяет масштаб; при его изменении кривая распределения сжимается или растягивается.

При  $v = 1$  распределение Вейбулла превращается в показательное распределение. Обычно значения  $v$  выбираются в пределах от 1 до 2.



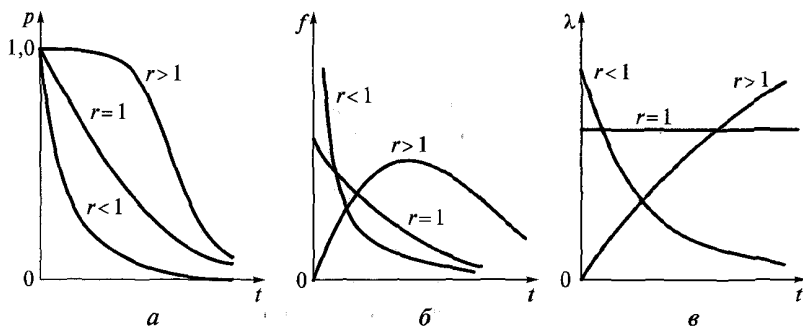


Рис. 2.6. Графики гамма-распределения:

*a* — функции надежности; *б* — кривые распределения наработки до появления *r* отказов; *в* — интенсивности отказов

Для распределения Вейбулла функция надежности  $p(t)$  и интенсивность отказов  $\lambda(t)$  описываются следующими формулами:

$$p(t) = \exp(kt^\nu); \quad (2.33)$$

$$\lambda(t) = k\nu t^{\nu-1}. \quad (2.34)$$

Математическое ожидание наработки отказа

$$m_t = k^{-\frac{1}{\nu}} \Gamma\left(\frac{1}{\nu} + 1\right),$$

где  $\Gamma\left(\frac{1}{\nu} + 1\right)$  — гамма-функция;

$$\Gamma\left(\frac{1}{\nu} + 1\right) = \int_0^\infty u^{\frac{1}{\nu}} e^{-u} du.$$

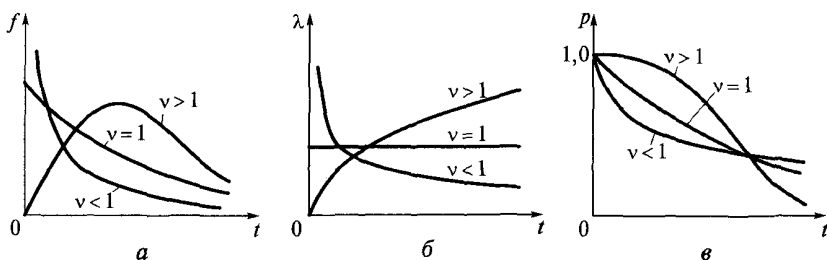


Рис. 2.7. Графики распределения Вейбулла при  $k = 1$ :

*a* — кривые распределения; *б* — интенсивности отказов; *в* — функции надежности

Распределение Вейбулла иногда используется для описания надежности шариковых подшипников и некоторых типов электронных ламп ( $\nu = 1, 4 \dots 1, 7$ ).

Более подробные сведения об упомянутых ранее теоретических распределениях можно найти в соответствующих курсах теории вероятности.

**Треугольное распределение.** Треугольное распределение в общих курсах теории вероятностей не рассматривается. Это распределение характеризует случайные величины, имеющие ограниченную область возможных значений ( $t_n, t_k$ ). Положение и форму треугольного распределения характеризуют три параметра:  $t_n, t_k$  — границы области возможных значений;  $t_m$  — мода (рис. 2.8).

Если обозначить значение плотности распределения в точке моды  $f(t_m) = h$ , то

$$\frac{1}{2} h(t_k - t_n) = 1.$$

Плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2(t - t_n)}{(t_k - t_n)(t_m - t_n)} & \text{при } t_n \leq t \leq t_m; \\ \frac{2(t_k - t)}{(t_k - t_n)(t_m - t_n)} & \text{при } t_m \leq t \leq t_k. \end{cases}$$

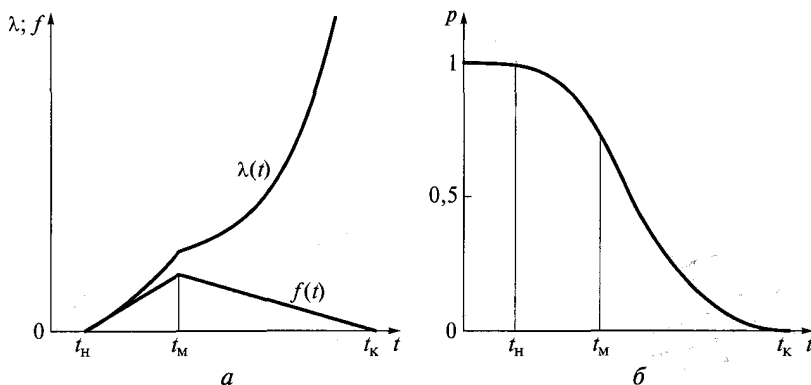


Рис. 2.8. Треугольное распределение случайной величины:

$a$  — графики плотности распределения  $f(t)$  и интенсивности отказов  $\lambda(t)$ ;  $б$  — график функции надежности  $p(t)$

## Функция надежности

$$p(t) = \begin{cases} 1 - \frac{(t - t_H)^2}{(t_K - t_H)(t_M - t_H)} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M; \\ \frac{(t_K - t)^2}{(t_K - t_H)(t_M - t_H)} & \text{при } t_M \leq t \leq t_K. \end{cases}$$

## Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \begin{cases} \frac{2(t - t_H)}{(t_K - t_H)(t_M - t_H) - (t - t_H)^2} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M; \\ \frac{2}{t_K - t} & \text{при } t_M \leq t \leq t_K. \end{cases}$$

В некоторых задачах в качестве параметров распределения удобно использовать также скорости изменения плотности распределения:

$$\gamma_1 = \frac{h}{t_M - t_H} = \frac{2}{(t_K - t_H)(t_M - t_H)} \quad \text{при } t_H \leq t \leq t_M;$$

$$\gamma_2 = \frac{h}{t_K - t_M} = \frac{2}{(t_K - t_H)(t_K - t_M)} \quad \text{при } t_M \leq t \leq t_K.$$

Медиана  $t_{\text{мед}}$  треугольного распределения может быть найдена из уравнения

$$p(t_{\text{мед}}) = \frac{1}{2},$$

в результате решения которого получим

$$t_{\text{мед}} = t_K - \frac{1}{2} \sqrt{2(t_K - t_H)(t_K - t_M)}.$$

## Математическое ожидание

$$m_t = \int_{t_H}^{t_K} t f(t) dt = \frac{1}{3} (t_H + t_M + t_K). \quad (2.35)$$

Произведя подстановку

$$y = \frac{t - t_H}{t_K - t_H},$$

можно перейти к нормированному треугольному распределению. При этом  $t_n$  соответствует  $y_n = 0$ ,  $t_k$  соответствует  $y_k = 1$ .

Обозначив

$$y_m = \frac{t_m - t_n}{t_k - t_n}; \quad y_{med} = \frac{t_{med} - t_n}{t_k - t_n}; \quad m_y = \frac{m_t - t_n}{t_k - t_n},$$

после преобразований получим

$$y_{med} = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{2(1 - y_m)}; \quad m_y = \frac{1}{3}(1 + y_m).$$

Функция надежности может быть выражена через вспомогательную функцию  $\Phi_\Delta(y)$  следующим образом:

$$p(t) = 1 - \Phi_\Delta(y), \quad (2.36)$$

где нормированная функция распределения

$$\Phi_\Delta(y) = \begin{cases} \frac{y^2}{y_m} & \text{при } 0 \leq y \leq y_m; \\ y_m + \frac{(y - y_m)(2 - y - y_m)}{1 - y_m} & \text{при } y_m \leq y \leq 1. \end{cases} \quad (2.37)$$

На рис. 2.9 приведены графики  $\Phi_\Delta(y)$  при различных значениях  $x$  параметра  $y_m$ . Значения функции  $\Phi_\Delta(y)$  надежности, соответствующие определенным  $t_n$ ,  $t_m$ ,  $t_k$ , можно также вычислить по табл. 2.1.

**Сумма (суперпозиция) распределений.** Чтобы получить теоретическое распределение, близкое к экспериментальному, иногда применяют следующий прием. Плотность распределения наработки до отказа считается равной сумме:

$$f(t) = c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t),$$

где  $c_1, c_2$  — коэффициенты веса, учитывающие влияние различных слагаемых,  $c_1 + c_2 = 1$ ;  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  — теоретические распределения определенного вида.

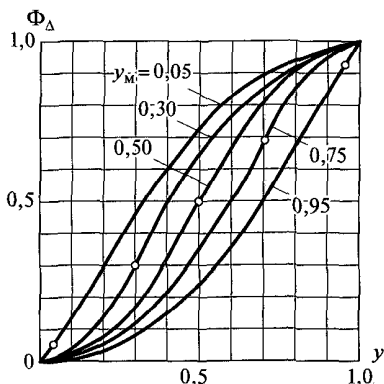


Рис. 2.9. Значения нормированной функции распределения  $\Phi_\Delta(y)$  (точками на кривых отмечены значения  $\Phi_\Delta(y) = y_m$ )

Таблица 2.1

у	$y_M$										
	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95
0,05	0,050	0,025	0,012	0,008	0,007	0,005	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003
0,10	0,147	0,100	0,050	0,033	0,025	0,020	0,017	0,014	0,013	0,011	0,011
0,20	0,326	0,289	0,200	0,133	0,100	0,080	0,067	0,057	0,050	0,044	0,042
0,30	0,484	0,456	0,387	0,300	0,225	0,180	0,150	0,129	0,113	0,100	0,095
0,40	0,621	0,600	0,550	0,486	0,400	0,320	0,267	0,229	0,200	0,178	0,168
0,50	0,737	0,722	0,688	0,643	0,583	0,500	0,417	0,357	0,313	0,278	0,263
0,60	0,832	0,822	0,800	0,771	0,733	0,680	0,600	0,514	0,450	0,400	0,379
0,70	0,905	0,900	0,888	0,871	0,850	0,820	0,775	0,700	0,613	0,544	0,516
0,80	0,978	0,956	0,950	0,943	0,933	0,920	0,900	0,867	0,800	0,711	0,674
0,90	0,989	0,989	0,987	0,986	0,983	0,980	0,975	0,967	0,950	0,900	0,853
0,95	0,997	0,997	0,997	0,996	0,996	0,995	0,993	0,992	0,988	0,975	0,950

Рассмотрим в качестве примера сумму (суперпозицию) двух показательных распределений

$$f(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}. \quad (2.38)$$

Для этого случая имеем

$$\begin{aligned} p(t) &= c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}; \\ \lambda(t) &= \frac{c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Соответствующий график  $\lambda(t)$  приведен на рис. 2.10.

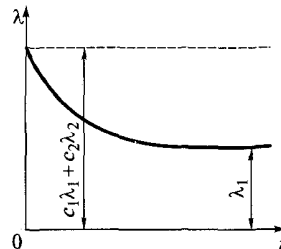


Рис. 2.10. График  $\lambda(t)$  для суммы (суперпозиции) двух показательных распределений

## Средняя наработка до отказа

$$m_t = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}.$$

Пусть для определенности  $\lambda_2 > \lambda_1$ . Тогда для очень больших  $t \rightarrow \infty$  члены, содержащие  $e^{-\lambda_2 t}$ , малы  $\lambda(t) \rightarrow \lambda_1$ . При малых  $t$  значения  $e^{-\lambda_1 t}$  и  $e^{-\lambda_2 t}$  близки к единице и  $\lambda(t) \approx c_1 \lambda_1 + c_2 \lambda_2$ .

**О выборе типа теоретического распределения наработки до отказа.** Для выбора типа теоретического распределения наработки до отказа целесообразно использовать информацию об изменениях в объектах перед возникновением отказов. Для этого необходимо знать в результате каких физических процессов появляется соответствующее распределение. Иначе говоря, выбранному теоретическому распределению наработки до отказа должна соответствовать определенная модель приближения объекта к отказу. Желательно, чтобы эти модели были физическими, т.е. обобщали основные особенности физических процессов приближения к отказам (а также допускали возможность воспроизведения этих процессов в лаборатории).

## Контрольные вопросы

1. Что такое «наработка до отказа» и в каких единицах она измеряется? 2. Какими показателями определяется надежность неремонтируемых объектов? 3. Изобразите графики функций надежности и ненадежности. 4. Какими свойствами обладает функция надежности? 5. Что такое «плотность распределения наработки до отказа»? 6. Изобразите график интенсивности отказов и характерные участки на нем. 7. Что характеризует вероятность безотказной работы? 8. Чем отличаются полный и параметрический отказы? 9. Изобразите графики  $f(t)$  и  $\lambda(t)$  экспоненциального и показательного распределений. 10. Изобразите графики  $f(t)$  и  $\lambda(t)$  для гамма- и треугольного распределения.

### **3.1. Показатели надежности ремонтируемых объектов, не восстанавливаемых в процессе применения**

Показатели надежности таких объектов вычисляются по наработке. Суммарная наработка до возникновения  $n$ -го отказа

$$T_n = T^{(1)} + T^{(2)} + \dots + T^{(n)},$$

где  $T^{(i)}$  — наработка между  $(i - 1)$ -м и  $i$ -м отказами.

Возможны два пути оценки надежности ремонтируемых объектов:

- 1) вычисление характеристик потока отказов;
- 2) вычисление условных распределений наработки между отказами.

В настоящее время наиболее распространено вычисление характеристик потока отказов. Рассматриваются потоки случайных событий, каждое из которых состоит в появлении отказа объекта. Поток отказов можно характеризовать основной функцией потока  $\Omega(t)$  — математическим ожиданием числа отказов на интервале  $(0, t)$ . Однако чаще в качестве показателя надежности используют параметр потока отказов — плотность вероятности возникновения отказа ремонтируемого объекта, определяемую для рассматриваемого момента суммарной наработки. Это определение нуждается в пояснении.

В теории массового обслуживания при изучении потоков событий применяют две характеристики:

- 1) интенсивность потока событий

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \frac{d\Omega(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Omega(t + \Delta t) - \Omega(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Omega(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k p_k(t, \Delta t)}{\Delta t}; \end{aligned} \quad (3.1)$$

2) параметр потока событий

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} p_k(t, t + \Delta t)}{\Delta t}, \quad (3.2)$$

где  $p_k(t, t + \Delta t)$  — вероятность появления ровно  $k$  событий на интервале  $(t, t + \Delta t)$ .

Потоки отказов являются одинарными потоками, т.е. вероятность совмещения в один и тот же момент двух отказов пренебрежимо мала. Иначе говоря,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=2}^{\infty} p_k(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = 0.$$

Для ординарных потоков отказов выражения (3.1) и (3.2) упрощаются, интенсивность и параметр потока отказов совпадают:

$$\omega(t) = a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_1(t, t + \Delta t)}{\Delta t} + o(\Delta t),$$

где  $p_1(t, t + \Delta t)$  — вероятность появления одного отказа на интервале  $(t, t + \Delta t)$ ;  $o(t)$  — бесконечно малая величина более высокого порядка малости, чем  $\Delta t$  (вероятность появления двух и более отказов на интервале  $(t, t + \Delta t)$ ).

Чтобы не путать интенсивность отказов ремонтируемых изделий с интенсивностью отказов неремонтируемых изделий, применяют термин «параметр потока отказов».

Обычно рассматривают две математические модели случайных потоков отказов.

1. Количественное описание ординарных потоков отказов является наиболее простым при отсутствии последствия. В первой модели принимается, что вероятность появления отказов объектов в любом интервале наработки  $(t_1, t_2)$  не зависит от появления отказов в других интервалах наработки, не пересекающихся с рассматриваемым интервалом.

Для ординарных без последствия (пуассоновских) потоков отказов вероятность безотказной работы объекта на интервале  $(t_1, t_2)$

$$\tilde{p}(t_1, t_2) = \exp \left[ - \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt \right]. \quad (3.3)$$

Принято считать, что пуассоновский поток отказов характерен для сложных нерезервированных систем, состоящих из высоко-



надежных элементов, потоки отказов которых являются независимыми. Если система «хорошо спроектирована», то нет отдельных малонадежных элементов, значения параметра потока отказов которых соизмеримы со значениями параметра потока отказов всей системы. Для такой системы появление отказов на одном интервале наработки почти не влияет на вероятность появления какого-либо числа отказов на другом интервале, не пересекающемся с первым.

При стационарном  $\omega = \text{const}$  потоке отказов без последствий вероятность безотказной работы на интервале  $\Delta t$

$$\tilde{p}(\Delta t) = \exp(-\omega \Delta t).$$

2. Иногда допущение об отсутствии последствия является слишком грубым. Тогда в качестве второго варианта моделей реальных потоков отказов могут рассматриваться потоки отказов с ограниченным последствием, в которых значения наработки между последовательными отказами являются независимыми случайными величинами. Ограниченное последствие проявляется в том, что вероятность появления отказа на наработку  $(t_1, t_2)$  зависит от наработки, накопленной от последнего отказа, и не зависит от того, когда произошли предыдущие отказы.

Если случайные величины наработки между отказами распределены и независимы, то параметр потока отказов связан с плотностью распределения наработки между отказами  $f(t)$  уравнением

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t f(t - \tau) \omega(\tau) d\tau. \quad (3.4)$$

Это уравнение может быть получено путем следующих рассуждений. Пусть при отказе объекта он мгновенно восстанавливается, приобретая свойства нового объекта (или заменяется на новый). Среднее число отказов (замен)  $n$  на интервале  $(t, t + dt)$  пропорционально числу  $N$  находящихся под наблюдением объектов и продолжительности интервала наработки  $dt$ :

$$n = N\omega(t)dt = n_1 + n_2,$$

где  $n_1$  — число отказов объектов из числа безотказно проработавших на интервале  $(0, t)$ ;  $n_2$  — число отказов объектов из числа уже отказавших ранее.

Очевидно, что  $n_1 = Nf(t)dt$ .

Для определения среднего числа отказов объектов из числа уже отказавших ранее возьмем малый интервал наработки  $(\tau, \tau + d\tau)$ , предшествующий  $t$ . В течение этого интервала отказало и замене-

но на новые  $N\omega(\tau)d\tau$  объектов. Из них в интервале  $(t, t + dt)$  будут вновь заменены  $[N\omega(\tau)d\tau]f(t - \tau)dt$ . Суммируя по всем  $\tau$  от 0 до  $t$ , получаем, что всего из числа уже отказавших (смененных) до момента времени  $t$  объектов вновь откажут на интервале  $(t, t + dt)$

$$n_2 = Ndt \int_0^t \omega(\tau)f(t - \tau)d\tau.$$

Общее среднее число отказов на интервале наработки  $(t, t + dt)$

$$Ndt\omega(t) = Ndt \left[ f(t) + \int_0^t \omega(\tau)f(t - \tau)d\tau \right].$$

При сокращении на  $Ndt$  получаем уравнение (3.4).

Таким образом, параметр потока отказов связан с плотностью распределения наработки между отказами интегральным уравнением Вольтера второго рода с разностным ядром. Это уравнение не всегда удастся решить в конечном виде. В некоторых случаях удобно искать решение, пользуясь преобразованием Лапласа. При этом

$$\omega^0(s) = \frac{f^0(s)}{1 - f^0(s)},$$

где  $\omega^0(s)$  — преобразование Лапласа функции  $\omega(t)$ ,  $\omega^0(s) = \int_0^\infty e^{-st}\omega(t)dt$ ;

$f^0(s)$  — преобразование Лапласа функции  $f(t)$ .

В общем случае уравнение (3.4) интегрируется численно. При этом можно использовать метод последовательных приближений. Согласно этому методу производятся последовательные вычисления по формуле

$$\omega_{i+1}(t) = f(t) + \int_0^t f(t - \tau)\omega_i(\tau)d\tau$$

до тех пор, пока значения  $\omega_i(t)$  и  $\omega_{i+1}(t)$  станут практически совпадать. В качестве нулевого приближения удобно брать интенсивность отказов  $\lambda(t)$ .

Если наработка между отказами имеет показательное распределение  $f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$ , то  $\omega = \lambda = \text{const}$ .

В технических заданиях на проектируемые объекты часто используют средний показатель

$$\bar{\omega}_{\text{cp}} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \omega(t) dt,$$

где  $t_p$  — технический ресурс объекта.

Если при  $t \rightarrow \infty$  плотность распределения наработки до отказа  $f(t) \rightarrow 0$ , то существует установившееся значение параметра потока отказов

$$\bar{\omega} = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \frac{1}{\tilde{m}_t}, \quad (3.5)$$

где  $\tilde{m}_t$  — наработка на отказ ремонтируемого объекта (в рассматриваемом случае совпадает со средней наработкой до отказа  $\tilde{m}_t = m_t$ ).

В общем случае наработка на отказ  $\tilde{m}_t$  представляет собой отношение наработки ремонтируемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки. Часто  $\tilde{m}_t$  используется в качестве самостоятельного показателя надежности. Если наработка выражается в единицах времени, то может применяться термин «среднее время безотказной работы».

При нормальном распределении наработки между отказами параметр потока отказов

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi n}} \exp \left[ -\frac{(t - nm_t)^2}{2n\sigma_t^2} \right],$$

где  $\tilde{m}_t, \sigma_t$  — среднее значение и среднее квадратическое отклонение наработки между отказами.

На рис. 3.1 видно, что график параметра потока отказов совершает ряд затухающих колебаний, приближаясь к значению

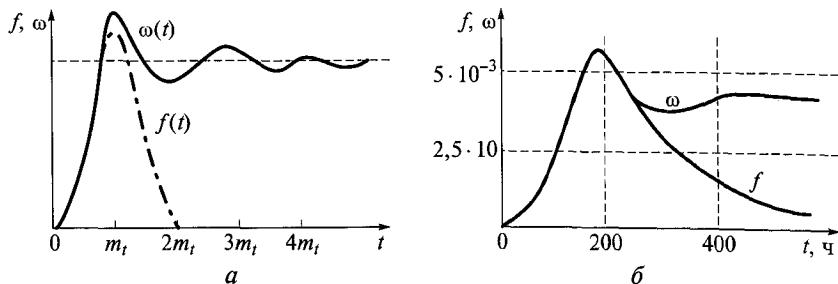


Рис. 3.1. Параметр потока отказа объектов:

$a$  — при нормальном распределении;  $b$  — при альфа-распределении наработки до отказа

$\bar{\omega} = 1/m_r$ . Продолжительность этого колебательного процесса обратно пропорциональна среднему квадратическому отклонению наработки между отказами  $\sigma_r$ . Чем меньше  $\sigma_r$ , тем определеннее отказы группируются около средних значений  $m_r$  и тем большая суммарная наработка должна накопиться, прежде чем сравняются условия появления отказов. При  $\sigma_r = 0$  отказы происходят регулярно, и установившееся значение  $\bar{\omega}$  вообще не достигается.

Таким образом, если рассматриваемый интервал наработки выбран достаточно далеко от начала эксплуатации объектов данного типа, то параметр потока отказов можно считать стационарным.

Начальные (при  $t = 0$ ) и установившиеся (при  $t \rightarrow \infty$ ) значения параметра потока отказов при некоторых наиболее употребительных распределениях наработки между отказами приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Наименование распределения	Параметры распределения	Начальное значение	Установившееся значение
Показательное	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$
Нормальное	$m_r, \sigma_r$	0	$1/m_r$ , где $m_r$ определяется согласно подразд. 2.2
Рэлея	$\sigma$	0	$\frac{0,797}{\sigma}$
Гамма-распределение	$r, m_0$	0	$1/(rm_0)$
Альфа-распределение	$\alpha, \beta$	0	$\frac{\alpha^2}{\beta(\alpha^2 + 1)}$
$\chi^2$ -распределение	$u$	0	$1/u$
Вейбулла	$k, v$	0	$\frac{1}{k^{\frac{1}{v}} \Gamma\left(\frac{1}{v} + 1\right)}$
Суперпозиция показательных распределений	$\lambda_1, \lambda_2$ $C_1, C_2$	$C_1\lambda_1 + \lambda_2 C_2$	$\frac{\lambda_1\lambda_2}{C_1\lambda_1 + C_2\lambda_2}$

При вычислении условных распределений наработки между отказами можно отсчитывать наработку от момента окончания соответствующего ремонта или крупного профилактического мероприятия.

Показатели надежности в рассматриваемом случае те же, что и для неремонтируемых объектов, но они являются условными, т. е. вычисляются при условии, что произошло определенное число отказов. Эти показатели надежности характеризуют распределение случайной величины — наработки между  $i$ -м и  $(i + 1)$ -м отказами.

Если с увеличением суммарной наработки наблюдаются все более серьезные отказы, то иногда целесообразно рассматривать ремонтируемый объект как неремонтируемый и находить несколько распределений наработки до отказа, соответствующих различным определениям неработоспособного состояния, например:

- распределение наработки до первого отказа;
- распределение наработки до мелкого ремонта;
- распределение наработки до среднего ремонта;
- распределение наработки до капитального ремонта и т. д.

### **3.2. Показатели надежности ремонтируемых объектов, восстанавливаемых в процессе применения**

Показатели надежности таких объектов вычисляются лишь в календарном времени.

Восстанавливаемые в процессе применения ремонтируемые объекты можно разделить на две группы.

К первой группе относятся объекты, для которых в течение заданного времени работы допускаются отказы и вызванные ими кратковременные перерывы в работе. Для объектов этой группы большое значение имеет свойство готовности — способности находиться в процессе эксплуатации максимальное время в работоспособном и готовом к применению состоянии.

Ко второй группе относятся объекты, отказы которых в течение заданного времени недопустимы. Если в этих объектах (системах) имеются избыточные элементы, то при отказах некоторых из них объект остается работоспособным и можно проводить ремонт отказавших элементов во время выполнения задачи.

Один и тот же объект может быть отнесен к разным группам в зависимости от режима его применения.

Рассмотрим процесс эксплуатации объектов первой группы (рис. 3.2). После отказа (отмечен крестиком) объект некоторое

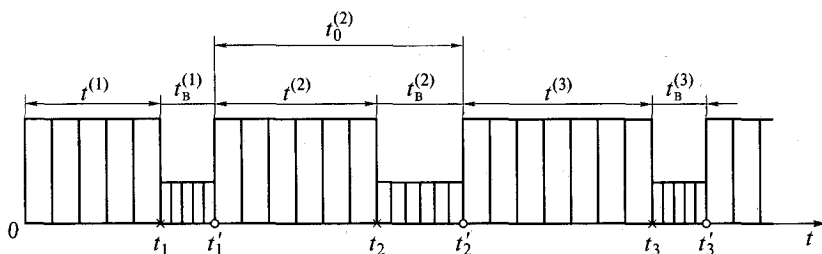


Рис. 3.2. Реализация случайного процесса эксплуатации ремонтируемого восстанавливаемого объекта первой группы:

$t^{(1)}, \dots, t^{(n)}$  — значения времени работы между отказами;  $t_B^{(1)}, \dots, t_B^{(n)}$  — значения времени восстановления (ремонта);  $t_0^{(i)}$  — значение времени между  $(i - 1)$ -м и  $i$ -м восстановлениями;  $t_1, \dots, t_n$  — моменты времени появления отказов (xxx);  $t'_1, \dots, t'_n$  — моменты времени восстановления (ooo)

время находится в неработоспособном состоянии, т. е. ремонтируется. В результате ремонта объект приводят в работоспособное состояние. Возможные периоды выключения объекта, когда он не отказывает и не восстанавливается, исключаются из рассмотрения.

Таким образом, для первой группы объектов в процессе эксплуатации чередуются случайные периоды времени безотказной работы  $T^{(i)}$  и времени восстановления (ремонта)  $T_B^{(i)}$ . Обычно полагают, что случайные величины  $T^{(i)}$  имеют одинаковые распределения (аналогично и  $T_B^{(i)}$ ). Случайное время между очередными восстановлениями (обозначены кружками)  $T_0^{(i)} = T^{(i)} + T_B^{(i)}$ .

Если случайные величины  $T$  и  $T_B$  независимы, то плотность распределения их суммы  $T_0$  по известному из теории вероятностей правилу о композиции распределений

$$f_0(t) = \int_0^t f(t)g(t-x)dx, \quad (3.6)$$

где  $f(t)$  — плотность распределения времени безотказной работы;  $g(t)$  — плотность распределения времени восстановления (ремонта) объекта.

По аналогии с ремонтируемыми невосстанавливаемыми объектами можно рассматривать поток восстановлений с параметром

$$\omega_0(t) = f_0(t) + \int_0^t \omega_0(\tau)f_0(t-\tau)d\tau, \quad (3.7)$$

где  $f_0(t)$  — плотность распределения времени между очередными восстановлениями.

Параметр потока восстановлений  $\omega_0(t)$  и плотность  $f_{0n}(t)$  распределения времени до появления  $n$ -го восстановления (это время равно сумме  $T_0^{(i)}$ ) связаны следующим соотношением:

$$\omega_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{0n}(t). \quad (3.8)$$

Надежность объектов первой группы может быть оценена при помощи мгновенных и числовых показателей. Одним из мгновенных показателей является параметр потока восстановлений  $\omega_0(t)$ . Однако обычно применяют вероятность  $\Gamma(t_i)$  заставить объект работоспособным (готовым к применению) в момент времени  $t_i$  либо вероятность  $\Pi(t_i) = 1 - \Gamma(t_i)$  того, что объект в момент времени  $t_i$  будет неработоспособным (будет находиться в состоянии вынужденного простоя). Зависимость  $\Gamma(t_i)$  называется *функцией готовности*.

Как вероятность  $\Gamma(t_i)$ , так и вероятность  $\Pi(t_i)$  находятся в предположении, что при  $t = 0$  объект работоспособен, т.е.  $\Gamma(0) = 1$ ,  $\Pi(0) = 1$ .

Объект может находиться в момент времени  $t$  в работоспособном состоянии при осуществлении одного из двух несовместных событий:

- 1) объект в течение времени  $(0, t)$  не отказал;
- 2) объект отказывал и восстанавливался и после последнего восстановления больше не отказывал.

Вероятность  $\Gamma(t)$  заставить объект работоспособным в момент времени  $t$  равна сумме вероятностей появления указанных событий. Вероятность появления первого события равна вероятности безотказной работы  $p(t)$  объекта в течение времени  $(0, t)$ .

Для определения вероятности появления второго события рассмотрим малый интервал  $(\tau, \tau + d\tau)$ , предшествующий  $t$ . Вероятность того, что на этом интервале закончится последний  $n$ -й ремонт и объект больше не откажет за оставшееся время  $(t - \tau)$ , равна

$$f_{0n}(\tau)d\tau p(t - \tau).$$

Суммируем по всем  $n = 1, 2, \dots$  и получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_{0n}(\tau)d\tau p(t - \tau) = \omega_0(\tau)d\tau p(t - \tau),$$

где  $\omega_0(\tau)$  — параметр потока восстановлений.

Интегрируя по  $\tau$  от 0 до  $t$ , находим:

$$\int_0^t p(t - \tau)\omega_0(\tau)d\tau.$$

Таким образом, вероятность застать объект работоспособным в момент времени  $t$

$$\Gamma(t) = p(t) + \int_0^t p(t-\tau)\omega_0(\tau)d\tau. \quad (3.9)$$

Применим к формуле (3.9) узловую теорему восстановления (теорему Смита), согласно которой

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t q(t-x) d\Omega(x) = \frac{1}{m_{t_0}} \int_0^{\infty} q(x) dx,$$

где  $\Omega(x)$  — математическое ожидание числа отказов на интервале  $(0, x)$ ;  $m_{t_0}$  — математическое ожидание времени между очередными событиями потока;  $q(x)$  — невозрастающая интегрируемая на интервале  $(0, \infty)$  функция.

Учтем, что математическое ожидание случайной величины  $T_0 = T + T_b$  равно  $m_t + m_{t_b}$  и что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_0(t) = \frac{1}{m_t + m_{t_b}},$$

тогда получим

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = \frac{1}{m_t + m_{t_b}} \int_0^{\infty} p(t) dt = \frac{m_t}{m_t + m_{t_b}} = k_r. \quad (3.10)$$

Таким образом, вероятность  $\Gamma(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  стремится к установившемуся значению  $k_r$ , не зависящему от законов распределения случайных величин  $T$  и  $T_b$ . Величина  $k_r$  часто отождествляется с коэффициентом готовности, который определяется как вероятность того, что объект окажется работоспособным в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых использование объекта по назначению не предусматривается.

Согласно формуле (3.10) коэффициент  $k_r$  готовности можно понимать как долю времени, в течение которого объект работоспособен, от общего времени эксплуатации объекта.

Учитывая общие свойства процесса восстановления, можно отметить особенность процесса приближения  $\Gamma(t)$  к установившемуся значению  $k_r$ : при фиксированных значениях  $m_t$  и  $m_{t_b}$  стационарный режим наступает тем медленнее, чем меньше дисперсия случайной величины  $T_0 = T + T_b$ .

Часто используют среднее за срок службы  $t_{cl}$  значение коэффициента готовности:



$$\bar{k}_r = \frac{1}{t_{\text{ср}}} \int_0^{t_{\text{ср}}} \Gamma(t) dt, \quad (3.11)$$

при этом

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{k}_r = k_r.$$

Проведя рассуждения, аналогичные приведенным ранее при выводе формулы (3.9), можно получить выражение для определения вероятности  $\Gamma(t, t + \tau)$  того, что объект не только окажется работоспособным в момент времени  $t$ , но и проработает безотказно на заданном интервале  $(t, t + \tau)$  (иногда эту вероятность называют готовностью на промежутке  $(t, t + \tau)$  или оперативной готовностью):

$$\Gamma(t, t + \tau) = p(t + \tau) + \int_0^t p(t + \tau - x) \omega_0(x) dx. \quad (3.12)$$

Функцию готовности  $\Gamma(t)$  можно рассматривать как частный случай функции  $\Gamma(t, t + \tau)$  при  $\tau = 0$ . При  $\tau \rightarrow \infty$  функция  $\Gamma(t, t + \tau)$  превращается в условную вероятность безотказной работы объекта, найденную в предположении, что в момент времени  $t$  объект работоспособен.

Установившееся значение

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{уст}}(\tau) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \Gamma(t, t + \tau) = \frac{1}{m_t + m_{t_b}} \int_0^{\infty} p(x) dx = \\ &= k_r \frac{1}{m_{t_\tau}} \int_0^{\infty} p(x) dx. \end{aligned} \quad (3.13)$$

При произвольных законах распределения времени между отказами и времени восстановления решение уравнений (3.12) и (3.13) встречает большие трудности. Могут быть использованы численные методы; иногда оказывается удобным операционный метод.

Наибольшее практическое значение имеет случай, когда время между отказами и время восстановления имеют показательные распределения:

$$\begin{aligned} F(t) &= 1 - e^{-\lambda t}; & f(t) &= F'(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \\ G(t) &= 1 - e^{-\mu t}; & g(t) &= G'(t) = \mu e^{-\mu t}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где  $\mu$  — интенсивность восстановления.

В результате решения уравнений (3.9)—(3.13) получим

$$\Gamma(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp[-(\lambda + \mu)t]; \quad (3.15)$$

$$k_r = \lim_{x \rightarrow \infty} \Gamma(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{m_i}{m_i + m_{re}}; \quad (3.16)$$

$$\Gamma(t, t + \tau) = \left\{ \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp [-(\lambda + \mu)t] \right\} \exp(-\lambda\tau); \quad (3.17)$$

$$\Gamma_{уст}(\tau) = k_r \exp(-\lambda\tau). \quad (3.18)$$

Формулы (3.15)–(3.18) в основном и используются при практических расчетах. Чтобы полнее и нагляднее раскрыть смысл коэффициента готовности, получим выражение (3.15), применяя приемы теории массового обслуживания.

При допущениях (3.14) процесс изменения состояний объекта будет марковским (т. е. без последействия) процессом с непрерывным временем и конечным множеством состояний: 0 — объект работоспособен; 1 — объект неработоспособен, находится в ремонте.

Найдем сначала вероятность того, что объект окажется работоспособным в момент времени  $t + \Delta t$ . Для обозначения вероятностей нахождения в определенных состояниях в момент  $t$  будем применять прописные буквы  $P(t)$  в отличие от вероятности безотказной работы в течение времени от 0 до  $t$ , обозначаемой  $p(t)$ . Искомое событие может быть осуществлено двумя следующими несовместимыми способами:

- 1) работоспособный к моменту времени  $t$  объект останется работоспособным в течение интервала времени  $(t, t + \Delta t)$ ;
- 2) неработоспособный (находящийся в ремонте) к моменту времени  $t$  объект будет восстановлен в течение интервала времени  $(t, t + \Delta t)$ .

Все остальные возможности имеют вероятность более высокого порядка малости, чем  $\Delta t$ .

Вероятность первого из указанных событий

$$P_0(t) = (1 - \lambda\Delta t) + o(\Delta t),$$

где  $P_0(t)$  — вероятность застать объект в момент времени  $t$  в состоянии 0;  $o(\Delta t)$  — бесконечно малая по сравнению с  $\Delta t$  величина.

Поскольку сумма вероятностей состояний 0 и 1

$$P_0(t) + P_1(t) = 1,$$

то вероятность второго события

$$[1 - P_0(t)]\mu\Delta t + o(\Delta t).$$

Следовательно, вероятность того, что к моменту времени  $t + \Delta t$  объект окажется работоспособным,

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t)(1 - \lambda \Delta t) + [1 - P_0(t)]\mu \Delta t + o(\Delta t).$$

Отсюда заключаем, что

$$\frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -(\lambda + \mu)P_0(t) + \mu + o(\Delta t).$$

При  $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)P_0(t) + \mu. \quad (3.19)$$

Решив уравнение (3.19) для  $P_0(t) = \Gamma(t)$  при  $\Gamma(0) = P_0(0) = 1$ , получим формулу (3.15).

Если обозначить

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{m_{t_B}}{m_t},$$

то формулу (3.16) можно записать в следующем виде:

$$k_r = \frac{1}{1 + \rho}; \quad k_n = 1 - k_r = \frac{\rho}{1 + \rho}.$$

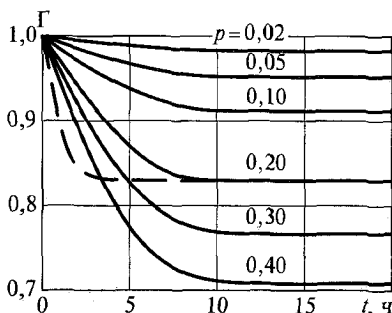
Когда  $m_t \gg m_{t_B}$ , что обычно и бывает на практике,  $k_n \approx \rho$ .

На рис. 3.3 показана зависимость функции готовности  $\Gamma(t)$  от коэффициента  $\rho = \lambda/\mu$ . При увеличении значения  $\rho$  надежность объекта снижается, но стационарный режим устанавливается более быстро. Если формулу (3.15) переписать в виде

$$\Gamma(t) = \frac{1}{1 + \rho} \{1 + \rho \exp[-\mu(1 + \rho)t]\},$$

то очевидно, что продолжительность переходного процесса определяется также величиной  $\mu$ : чем больше  $\mu$ , тем быстрее наступает

Рис. 3.3. Функции готовности  $\Gamma(t)$  при показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления



стационарное значение. Приводимые на рис. 3.3 графики соответствуют  $\mu = 0,2 \text{ ч}^{-1}$ . Соответствующая зависимость для  $\mu = 1,0 \text{ ч}^{-1}$  при  $\rho = 0,2$  проведена на рис. 3.3 пунктиром.

При  $\rho \ll 1$  и больших значениях  $\mu$  (системы с высоким уровнем безотказности и ремонтпригодности) продолжительность переходного процесса для  $\Gamma(t)$  определяется в основном значением  $\mu$ .

Формулу (3.15) можно преобразовать с учетом того, что

$$\lambda = \frac{1}{m_t}; \quad \mu = \frac{1}{m_{t_b}},$$

и значение  $k_r$  определяется формулой (3.16):

$$\Gamma(t) = k_r + (1 - k_r) \exp\left(-\frac{t}{k_r m_{t_b}}\right). \quad (3.20)$$

При  $\lambda = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$  в начальный период эксплуатации объекта значения  $\Gamma(t)$  приближенно равны значениям вероятности безотказной работы  $p(t)$  на интервале  $(0, t)$ . В этом можно убедиться, если в формулах для  $\Gamma(t)$  и  $p(t)$  разложить экспоненты в ряды, в которых оставить лишь линейные члены.

При этом получается, что при малых  $t$  функция готовности  $\Gamma(t)$  будет определяться следующим выражением:

$$\Gamma(t) \approx p(t) \approx 1 - \frac{t}{m_t}.$$

Чтобы избежать трудоемких вычислений значений  $\Gamma(t)$  в нестационарный период, предложено приближенно считать, что до некоторого момента времени  $t_1$ , при котором вероятность безотказной работы  $p(t_1) = k_r$ , значения  $\Gamma(t)$  совпадают с  $p(t)$ , а при  $t > t_1$  — равны  $k_r$  (рис. 3.4). При этом максимальная погрешность будет в точке  $t_1$ , которую найдем из условия

$$\exp\left(-\frac{t_1}{m_t}\right) = \frac{m_t}{m_t + m_{t_b}},$$

откуда

$$t_1 = -m_t \ln k_r.$$

Подставим это значение  $t_1$  в формулу (3.20), после преобразований получим:

$$\Gamma(t_1) = k_r + (1 - k_r)k_r^{\frac{1}{1-k_r}}.$$

При этом максимальная относительная погрешность вычислений

$$\Delta\Gamma(t_1) = \frac{\Gamma(t_1) - k_r}{\Gamma(t_1)} \cdot 100 = \frac{(1 - k_r)k_r^{\frac{1}{1-k_r}}}{k_r + (1 - k_r)k_r^{\frac{1}{1-k_r}}} \cdot 100.$$

Поскольку обычно  $k_r > 0,9$  и близко к единице, то

$$k_r \gg (1 - k_r)k_r^{\frac{1}{1-k_r}}; \quad \Delta\Gamma(t) \approx (1 - k_r)k_r^{\frac{1}{1-k_r}} \cdot 100.$$

Для  $k_r \geq 0,9$  погрешность не велика (менее 4 %) и быстро уменьшается с ростом  $k_r$ .

Приведенные на рис. 3.3 и 3.4 зависимости имеют место при  $\lambda = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ . При распределениях времени безотказной работы, отличающихся от показательного, часто существует провал функции готовности на начальном участке, когда  $\Gamma(t)$  имеет вид, показанный на рис. 3.5. На рис. 3.5 можно выделить три характерные точки кривой  $\Gamma(t)$ :  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ .

На участке  $(0, t_1)$  функция готовности незначительно отличается от вероятности безотказной работы объекта за время  $(0, t_1)$ . В тех случаях, когда удается найти границу допустимого приближения, можно считать  $\Gamma(t) \approx p(t)$ .

В точке  $t_2$  функция  $\Gamma(t)$  достигает минимального значения. Величина провала  $\Delta\Gamma = k_r - \Gamma(t_2)$  функции готовности зависит от законов распределения времени безотказной работы и времени восстановления. Задача определения  $\Gamma(t_2)$  решена аналитически лишь для случая, когда закон распределения времени безотказной работы может быть описан суперпозицией показательных рас-

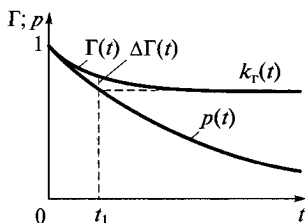


Рис. 3.4. Зависимость  $\Gamma(t)$  и  $p(t)$

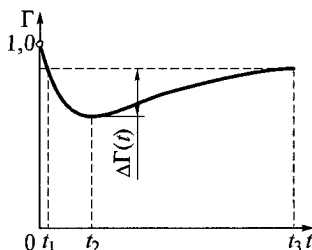


Рис. 3.5. Нестационарный участок функции готовности системы, у которой распределение времени безотказной работы описывается суперпозицией двух показательных распределений

пределений (при этом учитывается наличие периода приработки) и время восстановления распределено по показательному закону. При этом установлено, что более крутому спаду начального участка  $\lambda(t)$  соответствует более глубокий провал функции  $\Gamma(t)$ . Кроме того, значение провала и его длительность возрастают при увеличении безотказности системы. Поэтому отрицательно влияние процесса приработки на функцию готовности наиболее сильно проявляется в высоко надежных системах.

Наряду с коэффициентом готовности часто применяют коэффициент технического использования  $k_{т.и}$  — отношение математического ожидания времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени пребывания объекта в работоспособном состоянии, времени простоев, обусловленных техническим обслуживанием, и времени ремонта за тот же период эксплуатации. Очевидно, что всегда  $k_{т.и} \leq k_r$ .

Предположим, что простои могут быть лишь двух видов: аварийные при восстановлении работоспособности объекта после отказа и плановые (профилактические).

Если среднее число отказов за период эксплуатации  $(t_1, t_2)$  равно  $\Omega$ , то общее время эксплуатации состоит из трех слагаемых:

1) времени нахождения в работоспособном состоянии — продолжительность  $\Omega \tilde{m}_t$ ;

2) времени нахождения в аварийном ремонте — продолжительность  $\Omega m_{т.р.}$ ;

3) времени нахождения в плановом ремонте — продолжительность  $\Sigma t_{пл.}$

Следовательно,

$$t_2 - t_1 = \Omega \tilde{m}_t + \Omega m_{т.р.} + \Sigma t_{пл.}$$

Коэффициент технического использования

$$k_{т.и} = \frac{\Omega \tilde{m}_t}{\Omega \tilde{m}_t + \Omega m_{т.р.} + \Sigma t_{пл.}} = \frac{\Omega \tilde{m}_t}{t_2 - t_1}. \quad (3.21)$$

Подставив в формулу (3.21) вместо  $\tilde{m}_t$  его выражение, согласно формуле (3.16) получим:

$$k_{т.и} = \gamma \frac{k_r}{1 - k_r}.$$

Надежность восстанавливаемых объектов, в которых отказы недопустимы, а возможен ремонт некоторых элементов во время выполнения задачи, чаще всего оценивают с помощью условной

вероятности безотказной работы  $\bar{p}(t_i, t_j)$  в течение заданного интервала времени  $(t_i, t_j)$  при условии, что в начальный момент времени все элементы работоспособны. Слово «условная» обычно опускают.

Отличие  $\bar{p}(t_i, t_j)$  от соответствующего показателя для неремонтируемого объекта состоит в том, что при вычислении  $\bar{p}(t_i, t_j)$  учитывается ремонт отказавших элементов при работоспособном объекте (системе). Обычно оценка  $\bar{p}(t_i, t_j)$  для проектируемых объектов производится при допущении о показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления элементов. Расчет таких систем описан в гл. 4.

Для объектов второй группы в качестве показателей надежности могут использоваться также параметр потока отказов, наработка на отказ и другие характеристики.

Все рассмотренные в этой главе показатели надежности объектов можно разделить на три группы:

- 1) интервальные, относящиеся к заданному интервалу наработки или времени  $(t_1, t_2)$ ;
- 2) мгновенные, соответствующие заданному значению времени или наработки  $t$ ;
- 3) числовые, не связанные с расположением заданного интервала или момента времени (наработки).

Таблица 3.2

Показатели надежности	Вид объектов			
	Неремонтируемые	Без восстановления в процессе применения	С восстановлением в процессе применения	
			с перерывами в работе	без перерывов в работе
Интервальные	$p(t)$ $p(t_i, t_j)$	$\bar{p}(t, t + \Delta t)$ $\bar{p}(t_i, t_j)$	—	$\bar{p}(t_i, t_j)$
Мгновенные	$f(t), \lambda(t)$	$\omega(t)$	$\Gamma(t)$	$\omega(t)$
Числовые	$m_t, \lambda_{\text{ср}}, t_n$	$\tilde{m}_t, \omega_{\text{ср}}$	$\tilde{m}_t, m_{t_n}$ $k_T, \bar{k}_T$	$\tilde{m}_t, \omega_{\text{ср}}$

Основные показатели надежности сведены в табл. 3.2. Сюда не включены показатели, связанные с условными распределениями наработки между отказами ремонтируемых невосстанавливаемых в процессе применения объектов. Эти показатели аналогичны показателям надежности неремонтируемых изделий и должны быть дополнены моментами связи или коэффициентами корреляции наработки между отказами.

### **3.3. Ремонтопригодность и готовность технических устройств**

**Ремонтопригодность устройств.** Как указывалось ранее, под ремонтопригодностью понимается свойство изделия (или технического устройства), заключающееся в его способности к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей путем проведения технического обслуживания и ремонта. Количественно ремонтопригодность оценивается трудоемкостью восстановления работоспособности технического устройства. Это определяется затратами труда и средств на предупреждение и устранение неисправностей и отказов в работе с учетом квалификации обслуживающего персонала, уровня технической оснащенности и системы организации ремонта.

При определении показателей ремонтопригодности какого-либо устройства принимается, что техническое обслуживание включает в себя все плановые и профилактические работы и текущий ремонт. Под текущим ремонтом понимается восстановление эксплуатационных показателей устройства после его отказа. Этот ремонт выполняется на месте эксплуатации данного устройства обслуживающим персоналом.

Кроме текущего ремонта, при эксплуатации технического устройства проводится также средний и капитальный ремонт. Такой ремонт производят в планируемые сроки или же после аварии устройства.

Показателями ремонтопригодности устройства могут служить, например, среднее время восстановления, вероятность восстановления в заданное время, интенсивность восстановления и средняя стоимость технического обслуживания, под которыми имеются в виду следующие понятия.

*Среднее время восстановления  $T_v$*  — среднее время вынужденного, не регламентированного простоя технического устройства, вызванного отысканием и устранением одного его отказа.

*Вероятность восстановления работоспособности устройства в заданное время  $P_v(t)$*  — это вероятность того, что воз-



никий отказ в этом устройстве будет обнаружен и устранен в течение заданного промежутка времени.

*Интенсивность восстановления устройства*  $\mu$  — вероятность восстановления работоспособности его в единицу времени при условии, что до рассматриваемого момента восстановления не произошло.

*Средняя стоимость технического обслуживания* — стоимость средних суммарных затрат на проведение технического обслуживания устройства за определенный период эксплуатации. Удельная стоимость этого обслуживания — отношение средней стоимости его к средней наработке устройства за тот же период.

Кроме указанных показателей, ремонтпригодность устройства может характеризоваться следующими данными:

а) средней трудоемкостью технического обслуживания устройства, складывающейся из средних трудовых затрат на его проведение за определенный период эксплуатации, и удельной трудоемкостью обнаружения как отношения средней трудоемкости к средней наработке устройства за тот же период;

б) средней трудоемкостью ремонта, представляющей собой средние суммарные трудовые затраты на средний и капитальный ремонт устройства за определенный период эксплуатации, и удельной трудоемкостью ремонта как отношения названной трудоемкости к средней наработке устройства за тот же период;

в) средней стоимостью ремонта, образующейся из средних суммарных затрат на средний и капитальный ремонт устройства за определенный период эксплуатации, и удельной стоимостью ремонта как отношения указанной стоимости к средней наработке устройства за тот же период.

Ремонтпригодность вышедшего из строя технического устройства или вероятность восстановления его работоспособности в заданное время, как и надежность устройства, является вероятностным статистическим показателем. Различие между этими понятиями состоит в том, что ремонтпригодность устройства связана с вероятностью его восстановления до полной эксплуатационной эффективности в течение определенного времени, тогда как его надежность характеризуется вероятностью безотказной работы устройства в зависимости от времени. Надежность устройства будет наибольшей, когда средняя наработка на отказ  $T_{\text{ср}}$  велика или интенсивность отказов  $\lambda$  мала. Ремонтпригодность же будет оптимальной, когда среднее время выполнения операций по обслуживанию  $T_{\text{в}}$  мало, а интенсивность восстановления (или обслуживания)  $\mu$  — велика.

В соответствии с изложенным ранее ремонтпригодность можно рассматривать как профилактическое и текущее обслуживание технического устройства.

*Профилактическое обслуживание* имеет своей целью предупреждение появления в устройстве неисправностей. Для этого производится его настройка и регулировка, смазка, чистка, осмотр и замена в нем износившихся деталей и узлов.

*Текущее обслуживание* устройства связано с устранением отказов при выходе его из строя.

Оба вида обслуживания технического устройства создают определенный простой его во времени. Среднее время восстановления работоспособности устройства  $T_v$ , ч, определяется как отношение общего времени восстановления к числу проведенных обслуживаний:

$$T_v = \frac{\sum_{i=1}^s t_i}{s}, \quad (3.22)$$

где  $s$  — число обслуживаний неисправного устройства;  $t_i$  — время, затрачиваемое на  $i$ -е обслуживание, ч.

Интенсивность,  $\text{ч}^{-1}$ , восстановления неисправного устройства в виде числа операций по обслуживанию на 1 ч является обратной величиной от среднего времени восстановления  $T_v$ :

$$\mu = \frac{1}{T_v}. \quad (3.23)$$

На ремонтпригодность устройства оказывают влияние расчетно-конструкторские и эксплуатационные факторы. К конструкторским факторам относятся: надежность, сложность, взаимозаменяемость, совместимость и конфигурация конструкционных частей.

Эксплуатационные факторы обусловлены возможностями человека — оператора, обслуживающего оборудование, и окружающими условиями, в которых это оборудование работает.

Количество времени на обслуживание технического устройства может быть сокращено за счет применения современных средств техники обнаружения и предупреждения отказов, ускоренного проведения текущего ремонта и использования в устройстве взаимозаменяемых деталей и узлов. Для сокращения времени на обслуживание устройства применяют специальную контрольно-испытательную аппаратуру, обеспечивают унификацию деталей и узлов при проектировании и изготовлении устройств и используют опытный и квалифицированный персонал при эксплуатации оборудования.

Таким образом, ремонтпригодность любого вышедшего из строя технического устройства определяется рядом факторов,

которые могут находиться в различных сочетаниях при восстановлении его полной работоспособности.

Поскольку ремонтпригодность  $P_B(t)$  представляет собой вероятность восстановления какого-либо устройства до его полной эксплуатационной эффективности в течение заданного промежутка времени  $t$ , то уравнение для ее определения имеет следующий вид:

$$P_B(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad (3.24)$$

где  $\mu$  — средняя интенсивность восстановления устройства по уравнению.

Второй член уравнения (3.24) представляет собой вероятность непроведения ремонта или обслуживания в пределах заданного промежутка времени  $t$ , а выражение  $1 - e^{-\mu t}$  определяет вероятность выполнения операции обслуживания в течение данного времени, т.е. максимально допустимого времени на проведение ремонта после возникновения отказа в работе устройства. Следовательно, выражение для работоспособности  $1 - e^{-\mu t}$  представляет собой долю или вероятность числа отказов, которые могут быть устранены за время  $t$ . Чем больше выполнено операций по обслуживанию в течение промежутка времени  $t$ , тем лучше будет ремонтпригодность. При увеличении времени  $t$  возрастает и время проведения ремонта устройства. Как следует из уравнения (3.24), ремонтпригодность  $P_B(t)$  является функцией произведения  $\mu$  и  $t$ . Если значения этого произведения для различных устройств одинаковы, то равными будут и величины их ремонтпригодности.

Для иллюстрации рассмотренных ранее понятий, связанных с ремонтпригодностью какого-либо устройства, и использования уравнений (3.22)—(3.24) далее приводятся соответствующие числовые примеры.

**Пример 3.1.** Пусть до первого капитального ремонта электрической машины проведены три плановых технических обслуживания со средней трудоемкостью по 100 чел.-ч каждое. Кроме того, на текущий ремонт данной машины по устранению ее отказов за этот же период затрачено 150 ч.

Средняя стоимость одного планового технического обслуживания машины составляет 2000 р., а средняя стоимость 1 ч работы по текущему ремонту ее (с учетом стоимости запасных частей) — 40 р.

Средняя наработка рассматриваемой электрической машины за период до первого капитального ремонта ее  $T_{cp} = 6000$  ч.

Определить:

среднюю и удельную трудоемкость технического обслуживания машины до первого капитального ремонта;

среднюю и удельную стоимости технического обслуживания до капитального ремонта.

*Решение.*

Средняя трудоемкость технического обслуживания машины до первого ее капитального ремонта составит, чел.-ч:

$$3 \cdot 100 + 150 = 450.$$

Удельная трудоемкость технического обслуживания машины за этот же период, чел.-ч за 1 ч работы:

$$\frac{450}{6000} = 0,075.$$

Средняя стоимость технического обслуживания машины до первого ее капитального ремонта составит, р.:

$$3 \cdot 2000 + 150 \cdot 40 = 12000.$$

Удельная стоимость технического обслуживания машины за этот же период, р./ч:

$$\frac{12000}{6000} = 2,0.$$

Как следует из рассмотренного примера, величины удельных значений трудоемкости и стоимости технического обслуживания электрической машины существенно зависят от средней наработки ее  $T_{cp}$  за период до первого капитального ремонта. Чем больше эта величина, тем меньше удельные показатели по техническому обслуживанию машины.

**Пример 3.2.** При испытании на надежность партии одинаковых электродвигателей постоянного тока происходили отказы или нарушения в работе отдельных двигателей, которые устранялись соответствующими операциями по обслуживанию. Полученные в результате этих испытаний данные сведены в табл. 3.3. Определить среднее время восстановления работоспособности двигателя  $T_b$ , интенсивность восстановления его и ремонтпригодность двигателя  $P_a(t)$  для двух промежутков времени работы по восстановлению —  $t = 2,4$  и 8 ч.

*Решение.*

Среднее время восстановления работоспособности одного двигателя, ч,

$$T_b = \frac{198}{40} \approx 5.$$

Таблица 3.3

Число нарушений в работе или обслуживаний $s$	Длительность каждой операции по обслуживанию, ч	Общее время обслуживания $\sum t_i$ , ч
1	2	2
2	1	2
6	3	18
8	4	32
10	5	50
7	6	42
4	8	32
2	10	20
$s = 40$ — общее число обслуживаний	39	$\sum t_i = 198$ — общее число часов на об- служивание

Интенсивность восстановления двигателя,  $\text{ч}^{-1}$ , рассчитывается по уравнению (3.23):

$$\mu = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ремонтопригодность или вероятность восстановления двигателя до полной его работоспособности по уравнению (3.23) для трех промежутков времени составит:

$$P_B(2) = 1 - e^{-0,2 \cdot 2} = 0,328;$$

$$P_B(4) = 1 - e^{-0,2 \cdot 4} = 0,550;$$

$$P_B(8) = 1 - e^{-0,2 \cdot 8} = 0,873.$$

Как показывают полученные данные, ремонтопригодность отдельного двигателя при интенсивности восстановления  $\mu = 0,2$  возрастает во времени по экспоненциальной зависимости. Это означает, что чем больше времени отводится на выполнение операций по обслуживанию, тем успешнее будет работа по восста-

новлению двигателя до полной его эксплуатационной эффективности.

**Коэффициент готовности устройства.** Нарботка на отказ характеризует собой надежность ремонтируемого технического устройства и не учитывает времени, необходимого для его восстановления после отказа. Поэтому она не определяет готовность устройства к выполнению своих функций в нужное время. Для этой цели в качестве критерия вводится коэффициент готовности, которым называют отношение времени исправной работы к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев устройства, взятых за один и тот же календарный срок:

$$k_r = \frac{t_p}{t_p + t_n}, \quad (3.25)$$

где  $t_p$  — суммарное время исправной работы устройства, ч;  $t_n$  — суммарное время вынужденного простоя, ч.

В течение определенного календарного срока эксплуатации устройства в нем могут происходить отказы в работе, что связано с вынужденными простоями для их устранения. В этом случае под суммарным временем  $t_p$  понимается сумма промежутков времени исправной работы устройства между отказами, а под временем  $t_n$  — суммарное время всех простоев по устранению отказов. Следовательно, уравнение (3.25) дает статистическое определение коэффициента готовности устройства. В связи с этим величины  $t_p$  и  $t_n$  можно заменить соответственно наработкой на отказ и средним временем восстановления работоспособности устройства  $T_b$  из уравнения (3.22). Тогда коэффициент готовности устройства можно представить в следующем виде:

$$k_r = \frac{t_{cp}}{t_{cp} + T_b}. \quad (3.26)$$

Таким образом, согласно уравнению (3.26) коэффициент готовности устройства определяется его надежностью и ремонтпригодностью. Низкая надежность (пониженная величина  $t_{cp}$ ) может быть несколько скомпенсирована улучшением ремонтпригодности (уменьшением времени  $T_b$ ). Чем выше интенсивность восстановления  $\mu$ , тем лучше будет готовность устройства. В связи с этим коэффициент готовности устройства можно рассматривать как вероятность того, что устройство готово к работе в момент времени  $T$  благодаря наличию не вышедших из строя его частей и восстановлению неисправных до нормального режима работы за счет обслуживания в течение времени, не превышающего предельно допустимого времени обслуживания  $t$ . При этом время

$T > t$ . В соответствии с этим коэффициент готовности устройства как вероятностный показатель можно представить следующим уравнением:

$$k_r(t) = 1 - e^{-\mu t}(1 - e^{-\lambda T}), \quad (3.27)$$

где  $\mu$  — интенсивность восстановления неисправного устройства в операциях по обслуживанию в час;  $t$  — предельно допустимое время обслуживания по восстановлению работоспособности неисправного устройства, ч;  $\lambda$  — средняя интенсивность отказов устройства на 1 ч работы;  $T$  — время, прошедшее с момента начала работы устройства, ч;  $T > t$ .

Член  $e^{-\lambda T}$  в уравнении (3.27) представляет собой вероятность безотказной работы устройства в течение времени  $T$ , а выражение  $1 - e^{-\lambda T}$  определяет вероятность отказов устройства за то же время. Множитель  $e^{-\mu t}$  в уравнении (3.27) выражает собой вероятность непроведения ремонта или обслуживания устройства в пределах заданного промежутка времени  $t$ .

Для иллюстрации понятия коэффициента готовности устройства рассмотрим числовой пример.

**Пример 3.3.** Определить наработку на отказ  $t_{cp}$  и коэффициент готовности  $k_r$  асинхронного двигателя по истечении времени после начала работы  $T = 500$  ч, если средняя интенсивность его отказов составляет  $\lambda = 60 \cdot 10^{-6}$  ч<sup>-1</sup> и интенсивность восстановления работоспособности двигателя после отказа  $\mu = 0,5$  операции по обслуживанию в час. Пусть допустимое время по обслуживанию двигателя  $t = 2$  ч.

*Решение.*

Коэффициент готовности рассматриваемого двигателя по уравнению (3.27)

$$k_r(2) = 1 - e^{-0,5 \cdot 2}(1 - e^{-60 \cdot 10^{-6} \cdot 500}) = 0,989.$$

Время восстановления работоспособности двигателя после отказа согласно уравнению (3.26) составит, ч:

$$T_b = \frac{1}{0,5} = 2.$$

Из уравнения (3.26) наработка на отказ двигателя, ч,

$$t_{cp} = T_b \frac{k_r}{1 - k_r} = 2 \cdot \frac{0,989}{1 - 0,989} = 180.$$

Как следует из полученных данных, коэффициент готовности асинхронного двигателя  $k_r$  получился достаточно высоким ввиду того, что вероятность безотказной работы его, или надежность, по истечении вре-

мени  $T = 500$  ч составляет величину  $P(500) = e^{-60 \cdot 10^{-6} \cdot 500} = 0,97$ , а время восстановления его работоспособности  $T_v$  мало ( $T_v = 2$  ч).

### 3.4. Методы испытания на надежность и статистической обработки опытных данных

Испытания различных технических устройств и изделий на надежность производятся для определения уровня их надежности.

Для оценки внезапных отказов технических устройств представляет интерес среднее время безотказной работы  $T_{\text{ср}}$ . Тогда надежность устройства в течение времени  $t$  может быть определена по экспоненциальному уравнению  $P(t) = e^{-t/T_{\text{ср}}}$ . Однако истинное значение вероятности безотказной работы устройства или изделия точно не известно, но близкие значения можно получить в результате большого числа опытов.

Для оценки среднего времени безотказной работы  $T_{\text{ср}}$  можно подвергнуть испытанию на надежность  $n$  однотипных изделий. Если во время испытания отказало  $r$  изделий и испытания прекратятся к моменту времени  $t_r$  наступления  $r$ -го отказа, то оценку среднего времени, ч, безотказной работы можно определить по уравнению

$$\bar{T}_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r}{r}. \quad (3.28)$$

Если в процессе испытания будет изъято  $k$  забракованных изделий, то уравнение (3.28) примет следующий вид:

$$\bar{T}_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r}{r-k}. \quad (3.29)$$

В уравнениях (3.28) и (3.29)  $\sum_{i=1}^r t_i$  представляет собой наработку для отказавших и изъятых изделий, а  $t_r$  — момент времени окончания испытания при отказе или изъятии  $r$ -го изделия.

Оценка среднего времени безотказной работы  $T_{\text{ср}}$ , получаемая по уравнениям (3.28) и (3.29), представляет собой так называемую точечную оценку истинного неизвестного параметра. Статистические оценки приближаются к истинным значениям по мере увеличения объема выборки изделий для испытания из общей генеральной совокупности. Определение этого объема изделий для



испытания на надежность зависит от времени  $t$ , и требуемых точности и достоверности результатов испытания. Пусть, например, ожидаемая интенсивность внезапных отказов для партии малых двигателей постоянного тока будет порядка  $\lambda \approx 40 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$  или  $T_{\text{ср}} = 1/\lambda = 10^6/40 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ ч}$  и желательно проведение испытания на надежность до появления  $r = 4$  отказов. Какое количество двигателей  $n$  нужно подвергнуть испытанию, если время испытания  $t_r = 1000 \text{ ч}$ ? В этом случае вероятность отказов двигателей

$$\frac{r}{n} = \frac{4}{n} = 1 - e^{-t_r/T_{\text{ср}}} = 1 - e^{-\frac{1000}{2,5 \cdot 10^4}} = 0,04,$$

откуда объем выборки однотипных двигателей для испытания на надежность в течение 1000 ч составит

$$n = \frac{4}{0,04} = 100.$$

Таким образом, число образцов изделий  $n$ , которые нужно подвергнуть испытаниям на надежность в течение времени  $t$  для оценки среднего времени безотказной работы  $T_{\text{ср}}$  по уравнениям (3.28) и (3.29), будет

$$n = \frac{r}{1 - e^{-\lambda t}}, \quad (3.30)$$

где  $r$  — запланированное число внезапных отказов при испытании изделий на надежность за время  $t$ ;  $\lambda$  — ожидаемая средняя интенсивность внезапных отказов изделий,  $\text{ч}^{-1}$ .

При оценке интенсивности износных отказов можно пользоваться значительно меньшим объемом выборки изделий, чем при оценке интенсивности внезапных отказов. Однако время испытания в этом случае будет существенно больше, так как период износа изделия  $T_{\text{и}}$  наступает после длительного периода его нормальной эксплуатации (см. рис. 1.3).

Испытания технических устройств или изделий на надежность делят на определительные и контрольные.

*Определительные испытания* на надежность проводят для определения фактических показателей надежности устройств или изделий.

*Контрольные испытания* на надежность выполняют для контроля соответствия показателей надежности требованиям стандарта или техническим условиям на изделия. Эти испытания обычно проводятся методом однократной выборки изделий из партии и сводятся к контролю вероятности безотказной работы

за время, указанное в стандарте или технических условиях на изделия, — для экспоненциального распределения отказов, и за время, равное наработке на отказ, — для нормального распределения.

Метод однократной выборки оценки результатов испытаний изделий на надежность состоит в том, что оценку показателей надежности производят после испытания определенного и заранее рассчитанного объема выборки.

Контрольные испытания на наибольшую интенсивность отказов проводят путем контроля вероятности безотказной работы по уравнению

$$p_{\min} = e^{-\lambda_{\max} t}, \quad (3.31)$$

где  $p_{\min}$  — нижнее значение вероятности безотказной работы;  $\lambda_{\max}$  — верхнее значение интенсивности отказов, указанное в технических условиях на изделие;  $t$  — время, выбранное для проведения испытания.

Контрольные испытания на надежность должны проводиться с доверительной вероятностью  $\alpha = 0,8$  и числом отказов  $c$ , равным нулю.

Количество изделий, необходимое для проведения контрольных испытаний на надежность, должно определяться по уравнению

$$n = \frac{a_1}{1 - p_{\min}} - \frac{a_1 - c}{2}, \quad (3.32)$$

где  $a_1$  — половина аргумента функции распределения  $\chi^2$  («хи-квадрат»), выбираемого в зависимости от числа отказов;  $p_{\min}$  — нижнее значение вероятности безотказной работы, допустимое при испытаниях, указанное в технических условиях или вычисленное по уравнению (3.31);  $c$  — допустимое при контрольных испытаниях число отказов, указанное в технических условиях на изделия.

Объем выборки  $n$  в зависимости от вероятности безотказной работы  $p_{\min}$  и допустимого числа отказов  $c$  при доверительной вероятности  $\alpha = 0,8$  в соответствии с уравнением (3.32) приводится в табл. 3.4, а половина аргумента функции распределения  $\chi^2$  — ниже:

Число отказов $c$ .....	0	1	2	3	4	5	6
Половина аргумента функции распределения $\chi^2 a_1$ .....	1,61	2,99	4,28	5,50	6,70	7,90	9,10

Под объемом выборки  $n$  понимается число изделий, отбираемых для испытаний на надежность.

Таблица 3.4

Число отказов $c$	Вероятность безотказной работы при объеме выборки $n$								
	0,99	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,85	0,80	0,75
0	159	79	39	26	19	15	10	7	6
1	299	149	74	49	36	29	19	14	11
2	427	213	106	70	52	42	27	20	16
3	551	275	138	91	68	54	36	26	21
4	671	335	167	111	83	66	43	32	26
5	789	394	196	130	97	78	51	38	30
6	906	452	225	150	112	89	59	44	36

Доверительный интервал — интервал, ограниченный доверительными границами, в котором с заданной доверительной вероятностью лежит оцениваемый параметр. При этом доверительная вероятность  $\alpha$  есть вероятность того, что оцениваемый параметр лежит в заданном доверительном интервале.

### Контрольные вопросы

1. Какие существуют показатели надежности ремонтируемых объектов, невосстанавливаемых в процессе применения? 2. Как определяется наработка на отказ? 3. Что представляет собой технологический ресурс изделия? 4. Чем отличается суммарная наработка от технического ресурса изделия? 5. Какими показателями характеризуется надежность ремонтируемых объектов, восстанавливаемых в процессе применения? 6. Что характеризует параметр потока восстановлений? 7. Что такое функция готовности и как выглядит ее график? 8. Что характеризуют интервальные, мгновенные и числовые показатели надежности объектов? 9. Что обозначает термин «ремонтпригодность» технических устройств? 10. Что характеризует коэффициент готовности устройства? 11. Какие существуют методы испытаний изделий на надежность? 12. Как проводится статистическая обработка опытных данных при испытаниях?

#### 4.1. Общие сведения

Надежность большинства изделий в технике определяют, рассматривая их как системы. Сложные системы делятся на *подсистемы*.

Системы с позиций надежности могут быть последовательными, параллельными и комбинированными. Наиболее наглядным примером *последовательных систем* служат автоматические станочные линии без резервных цепей и накопителей. Однако понятие «последовательная система» в задачах надежности имеет более широкое значение. К таким системам относят все системы, в которых отказ элемента приводит к отказу всей системы. Например, систему подшипников механических передач с позиции теории надежности следует рассматривать как последовательную, хотя фактически подшипники каждого вала работают параллельно.

Примерами *параллельных систем* являются энергетические системы из электрических машин, работающих на общую сеть, многомоторные самолеты, суда с двумя машинами и резервированные системы.

В качестве примеров *комбинированных систем* можно назвать частично резервированные системы.

Многие системы состоят из элементов, отказы каждого из которых можно рассматривать как независимые. Такое рассмотрение достаточно широко применяется при наличии отказов функционирования и иногда в первом приближении при наличии параметрических отказов.

Системы могут включать в себя элементы, изменение параметров которых определяет отказ системы в совокупности или даже влияет на работоспособность других элементов. К таким системам относится большинство систем в случаях точного рассмотрения их при наличии параметрических отказов. Например, отказ прецизионных металлорежущих станков по параметрическому критерию (потере точности) определяется совокупным изменением

точности отдельных элементов: шпиндельного узла, направляющих и др.

Зависимости надежности простейших последовательных систем, относящиеся к самым общим зависимостям надежности, приведены в гл. 1.

В системе с параллельным соединением элементов представляет интерес знание вероятности безотказной работы всей системы, т.е. всех ее элементов (или подсистем), системы без одного, без двух элементов в пределах сохранения системой работоспособности хотя бы с сильно пониженными показателями. Например, четырехмоторный самолет может продолжать полет после отказа двух двигателей.

Сохранение работоспособности системы из одинаковых элементов определяется с помощью биномиального распределения.

Рассматривают бином

$$[p(t) + q(t)]^m,$$

где  $p(t)$  и  $q(t)$  — вероятности безотказной работы и соответственно отказа каждого из элементов;  $m$  — показатель степени, который равняется общему числу параллельно работающих элементов.

Запишем результаты разложения биномов с показателями степени 2, 3 и 4 соответственно для систем с двумя, тремя и четырьмя параллельно работающими элементами:

$$(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2 = 1;$$

$$(p + q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 = 1;$$

$$(p + q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4 = 1.$$

В этих формулах первые члены выражают вероятность безотказной работы всех элементов, вторые — вероятность отказа одного элемента и безотказной работы остальных; сумма первых двух членов — вероятность отказа не более одного элемента (отсутствие отказа или отказ одного элемента) и т.д. Последний член выражает вероятность отказа всех элементов.

Надежность системы из последовательно соединенных элементов, подчиняющихся распределению Вейбулла

$$p_1(t) = e^{-t^{m_1}/t_{01}} \text{ и } p_2(t) = e^{-t^{m_2}/t_{02}},$$

также подчиняется распределению Вейбулла

$$p(t) = e^{-t^m/t_0},$$

где  $m$ ,  $t$  — параметры, которые являются довольно сложными функциями аргументов  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $t_{01}$  и  $t_{02}$ .

Методом статистического моделирования (Монте-Карло) на ЭВМ построены графики для практических расчетов. Графики позволяют определять средний ресурс (до первого отказа) системы из двух элементов в долях от среднего ресурса элемента большей долговечности и коэффициент вариации для системы в зависимости от отношения средних ресурсов и коэффициентов вариации элементов. Для системы из трех элементов и более можно воспользоваться графиками последовательно, причем удобно их применять для элементов в порядке возрастания их среднего ресурса. Установлено, что при обычных значениях коэффициентов вариации ресурсов элементов  $\nu = 0,2 \dots 0,8$  нет необходимости учитывать те элементы, средний ресурс которых в пять раз и более превышает средний ресурс наименее долговечного элемента. Также установлено, что в многоэлементных системах, даже если средние ресурсы элементов близки друг к другу, нет необходимости учитывать все элементы. В частности, при коэффициентах вариации ресурса элементов  $\nu \leq 0,4$  можно учитывать не более пяти элементов.

Эти положения в значительной степени распространяемы на системы, подчиняющиеся другим близким распределениям.

#### **4.2. Надежность систем из последовательно и параллельно соединенных элементов**

Сложное техническое устройство или система состоит из нескольких отдельных частей или комбинации разных групп однотипных элементов.

При расчете надежности любого технического устройства или системы требуется также учитывать тип соединения различных частей или элементов. Так, если предположить отказы частей устройства или элементов системы независимыми, то на основании теорем теории вероятностей можно представить следующие уравнения для расчета надежности, например, комбинации из двух частей или элементов.

1. Если  $p_1(t)$  — надежность одного элемента системы, а  $p_2(t)$  — надежность другого, то вероятность того, что оба элемента, соединенные последовательно, будут работать безотказно в течение заданного промежутка времени  $t$ ,

$$p_{\text{nc}}(t) = p_1(t)p_2(t). \quad (4.1)$$

2. Вероятность того, что один или оба элемента системы откажут,

$$q_{\text{nc}}(t) = 1 - p_{\text{nc}}(t). \quad (4.2)$$

3. Вероятность того, что будут работать один или два элемента системы,

$$p_{\text{пр}}(t) = p_1(t) + p_2(t) - p_1(t)p_2(t). \quad (4.3)$$

4. Вероятность того, что оба элемента откажут,

$$q_{\text{пр}}(t) = q_1(t)q_2(t) = 1 - p_{\text{пр}}(t). \quad (4.4)$$

В формулах (4.1)—(4.4)  $p_{\text{пс}}(t)$  — надежность последовательно соединенных элементов системы;  $q_{\text{пс}}(t)$  — вероятность отказа этой системы. В такой системе согласно уравнению (4.1) отказ любого элемента приводит к отказу системы;  $p_{\text{пр}}(t)$  и  $q_{\text{пр}}(t)$  — соответственно надежность и вероятность отказа параллельного соединения элементов или системы с постоянным нагруженным резервом. В этом случае согласно уравнению (4.3) при отказе одного элемента существует другой, который выполняет требуемую функцию и, следовательно, такая параллельная система из двух элементов не отказывает в работе, если отказал один элемент.

Уравнения (4.1)—(4.4) справедливы как для экспоненциально-го, так и неэкспоненциального распределения отказов элементов в системе или составных частей в устройстве.

При *последовательном соединении*  $n$  элементов или блоков в системе, а также составных частей в устройстве надежность системы или устройства в соответствии с уравнением (4.1) составит

$$p_{\text{пс}}(t) = p_1(t)p_2(t) \dots p_n(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t), \quad (4.5)$$

где  $p_i(t)$  — надежность  $i$ -го элемента или блока в последовательном соединении. Здесь надежность  $p_i(t)$  может быть как экспоненциальной, так и неэкспоненциальной функцией времени.

Вероятность отказа системы или устройства, состоящих соответственно из последовательного соединения  $n$  элементов или частей, согласно уравнению (4.2)

$$q_{\text{пс}}(t) = 1 - p_{\text{пс}}(t) = 1 - \prod_{i=1}^n p_i(t). \quad (4.6)$$

Если величины надежности отдельных элементов в системе или составных частей какого-либо устройства изменяются во времени по экспоненциальному закону

$$p(t) = e^{-\lambda t}, \quad (4.7)$$

то уравнение (4.5), с учетом уравнения (4.7), примет вид

$$p_{\text{пс}}(t) = e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t}, \quad (4.8)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  — средние постоянные величины интенсивностей отказов отдельных элементов или составных частей устройства в

долях единицы на 1 ч работы;  $t$  — время работы элемента или части устройства, ч.

При *параллельном соединении* одновременно работающих элементов или блоков в системе вероятность отказа системы в соответствии с уравнением (4.4)

$$q_{\text{пр}}(t) = q_1(t)q_2(t)\dots q_n(t) = \prod_{i=1}^n q_i(t), \quad (4.9)$$

где  $q_i$  — вероятность отказа  $i$ -го элемента или блока в параллельном соединении,  $q_i(t) = 1 - p_i(t)$ .

Тогда надежность системы из  $n$  параллельно работающих в ней элементов или блоков выражается следующим образом:

$$p_{\text{пр}}(t) = 1 - q_{\text{пр}}(t) = 1 - \prod_{i=1}^n q_i(t). \quad (4.10)$$

Если параллельно работающие элементы в системе одинаковые, то уравнения (4.9) и (4.10) принимают следующий вид:

$$q_{\text{пр}}(t) = q_n(t); \quad (4.11)$$

$$p_{\text{пр}}(t) = 1 - q_n(t). \quad (4.12)$$

Для иллюстрации применения, например, уравнений (4.5), (4.6) и (4.7) далее приводится числовой пример определения конструкционной надежности электрической машины постоянного тока.

**Пример 4.1.** Определить конструкционную надежность машины постоянного тока типа ПН-100 для трех интервалов времени ее работы:  $t = 1\,000$ ,  $3\,000$  и  $5\,000$  ч, со следующими средними статистическими данными об интенсивности отказов основных ее частей в долях единицы на 1 ч работы: магнитная система с обмоткой возбуждения —  $\lambda_1 \approx 0,01 \cdot 10^{-6}$ ; обмотка якоря —  $\lambda_2 \approx 0,05 \cdot 10^{-6}$ ; подшипники скольжения —  $\lambda_3 \approx 0,4 \cdot 10^{-6}$ ; коллектор —  $\lambda_4 \approx 3 \cdot 10^{-6}$  и щеточное устройство —  $\lambda_5 \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ .

*Решение.* В соответствии с уравнением (4.8) определяем среднюю результирующую интенсивность отказов всех частей машины,  $\text{ч}^{-1}$ :

$$\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) = (0,01 + 0,05 + 0,4 + 3 + 1) \cdot 10^{-6} = 4,46 \cdot 10^{-6}.$$

Средняя наработка до первого отказа машины, ч:

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{10^6}{4,46} = 2,24 \cdot 10^5.$$

Вероятность безотказной работы, или конструкционная надежность, рассматриваемой машины по уравнению (4.8) для трех интервалов времени работы составит:

$$p(1\,000) = e^{-\frac{1\,000}{2,24 \cdot 10^5}} = e^{-0,00446} = 0,995;$$



$$p(3000) = e^{-\frac{3000}{2,24 \cdot 10^5}} = e^{-0,0144} = 0,988;$$

$$p(5000) = e^{-\frac{5000}{2,24 \cdot 10^5}} = e^{-0,0223} = 0,975.$$

Как следует из полученных данных, конструкционная надежность рассмотренной машины постоянного тока характеризуется тем, что в соответствии с уравнением (4.6) на каждые 1000 машин вероятность выхода из строя в течение указанных трех промежутков времени работы составляет: в первом случае — 5 машин, или 0,5 %; во втором — 12 машин, или 1,2 %; и в третьем — 25 машин, или 2,5 %.

#### 4.3. Надежность последовательных систем при нормальном распределении нагрузок по однотипным подсистемам

Если рассеяние нагрузки по однотипным подсистемам пренебрежимо мало, а несущие способности элементов независимы друг от друга, то отказы элементов статистически независимы и поэтому вероятность  $p(R \geq F_0)$  безотказной работы последовательной системы с несущей способностью  $R$  при нагрузке  $F_0$  равна произведению вероятностей безотказной работы элементов:

$$p(R \geq F_0) = \prod_1^n p(R_j \geq F_0) = \prod_1^n [1 - F_{R_j}(F_0)], \quad (4.13)$$

где  $p(R_j \geq F_0)$  — вероятность безотказной работы  $j$ -го элемента при нагрузке  $F_0$ ;  $n$  — число элементов в системе;  $F_{R_j}(F_0)$  — функция распределения несущей способности  $j$ -го элемента при значении случайной величины  $R_j = F_0$ .

В большинстве случаев нагрузка на конкретные системы имеет существенное рассеяние при применении систем, например одни и те же универсальные машины (станки, автомобили и др.) могут эксплуатироваться в различных условиях. При рассеянии нагрузки по системам оценку вероятности безотказной работы системы  $p(R \geq F)$  в общем случае следует находить по формуле полной вероятности, разбив диапазон рассеяния нагрузки на интервалы  $\Delta F$ , определив для каждого интервала нагрузки произведение вероятности безотказной работы  $p(R_j \geq F_i)$   $j$ -го элемента при фиксированной нагрузке на вероятность этой нагрузки  $f(F_i)\Delta F$ , а затем, просуммировав эти произведения по всем интервалам,

$$p(R \geq F) = \sum f(F_i)\Delta F \prod_1^n p(R_j \geq F_i)$$

или, переходя к интегрированию,

$$p(R \geq F) = \int_0^{\infty} f(F) \Delta F \prod_{j=1}^n [1 - F_{R_j}(F)] dF, \quad (4.14)$$

где  $f(F)$  — плотность распределения нагрузки;  $F_{R_j}(F)$  — функция распределения несущей способности  $j$ -го элемента при значениях несущей способности  $R_j = F$ .

Расчеты по формуле (4.14) в общем случае трудоемки, так как предполагают численное интегрирование, поэтому при большом  $n$  возможны только на ЭВМ. Чтобы не вычислять  $p(R \geq F)$  по формуле (4.14), на практике часто оценивают вероятность безотказной работы систем  $p(R \geq F_{\max})$  при нагрузке  $F_{\max}$  максимальной из возможных. Принимают, в частности,  $F_{\max} = m_F(1 + 3\nu_F)$ , где  $m_F$  — математическое ожидание нагрузки;  $\nu_F$  — ее коэффициент вариации. Это значение  $F_{\max}$  соответствует наибольшему значению нормально распределенной случайной величины  $F$  на интервале, равном шести средним квадратическим отклонениям нагрузки. Такой метод оценки надежности существенно занижает расчетный показатель надежности системы.

Существует достаточно точный метод упрощенной оценки надежности последовательной системы для случая нормального распределения нагрузки по системам. Идея метода состоит в аппроксимации закона распределения несущей способности системы нормальным распределением так, чтобы нормальный закон был близок истинному в диапазоне пониженных значений несущей способности системы, так как именно эти значения определяют величину показателя надежности системы.

Сравнительные расчеты на ЭВМ по формуле (4.14) (точное решение) и по приведенному далее упрощенному методу показали, что точность упрощенного метода достаточна для инженерных расчетов надежности систем, у которых коэффициент вариации несущей способности не превышает 0,1...0,15, а число элементов системы не более 10...15. Суть упрощенного метода заключается в следующем.

1. Задаются двумя значениями  $F_A$  и  $F_B$  фиксированных нагрузок. По формуле (4.13) проводят расчет вероятностей безотказной работы системы при этих нагрузках. Нагрузки подбирают с таким расчетом, чтобы при оценке надежности системы вероятность безотказной работы системы получилась в пределах  $p(R \geq F_A) = 0,45 \dots 0,60$  и  $p(R \geq F_B) = 0,95 \dots 0,99$ , т.е. охватывали бы интересующий интервал. Предварительно ориентировочные значения нагрузок принимают близкими к значениям

$$F_A \approx (1 + 3\nu_F)m_F; \quad F_B \approx (1 + \nu_F)m_F.$$

2. По табл. 4.1 находят квантили нормального распределения  $u_{pA}$  и  $u_{pB}$ , соответствующие найденным вероятностям.

3. Аппроксимируют закон распределения несущей способности системы нормальным распределением с параметрами математического ожидания  $m_R$  и коэффициента вариации  $\nu_R$ . Пусть  $S_R$  — среднее квадратическое отклонение аппроксимирующего распределения, тогда  $m_R - F_A + u_{pA}S_R = 0$  и  $m_R - F_B + u_{pB}S_R = 0$ . Из этих выражений находят выражения для  $m_R$  и  $\nu_R = S_R/m_R$ :

$$m_R = F_A - \frac{F_B - F_A}{u_{pB} - u_{pA}} u_{pA}; \quad (4.15)$$

$$\nu_R = \frac{F_B - F_A}{F_A u_{pB} - F_B u_{pA}}. \quad (4.16)$$

Таблица 4.1

n	$\mu$	$\varepsilon$				
		$u_p = -0,525$ ( $p = 0,700$ )	$u_p = -1,281$ ( $p = 0,900$ )	$u_p = -1,645$ ( $p = 0,950$ )	$u_p = -2,326$ ( $p = 0,990$ )	$u_p = -2,326$ ( $p = 0,995$ )
1	0,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	0,545	0,830	0,848	0,857	0,873	0,878
5	1,129	0,684	0,707	0,723	0,752	0,761
10	1,499	0,594	0,632	0,650	0,684	0,684
15	1,694	0,558	0,596	0,642	0,652	0,662
20	1,824	0,533	0,573	0,593	0,630	0,643
30	1,998	0,505	0,544	0,565	0,603	0,618
40	2,116	0,484	0,527	0,550	0,586	0,599
50	2,204	0,469	0,513	0,533	0,574	0,588
60	2,274	0,463	0,503	0,526	0,560	0,581
80	2,371	0,450	0,498	0,516	0,558	0,570
100	2,462	0,436	0,474	0,503	0,541	0,558
150	2,604	0,419	0,457	0,484	0,523	0,538
200	2,701	0,408	0,452	0,474	0,511	0,520
300	2,833	0,394	0,434	0,454	0,493	0,515
400	2,923	0,380	0,427	0,448	0,489	0,507
500	2,9923	0,377	0,420	0,436	0,485	0,496
1 000	3,20	0,36	0,40	0,42	0,46	0,47
2 000	3,39	0,35	0,38	0,40	0,43	0,44
5 000	3,64	0,33	0,36	0,38	0,41	0,42
10 000	3,81	0,32	0,35	0,36	0,40	0,41
20 000	3,99	0,30	0,33	0,35	0,37	0,38
50 000	4,21	0,27	0,32	0,33	0,36	0,37
100 000	4,35	0,27	0,32	0,32	0,33	0,34

4. Вероятность безотказной работы системы  $p(R \geq F)$  для случая нормального распределения нагрузки  $F$  по системам с параметрами математического ожидания  $m_F$  и коэффициента вариации  $\nu_F$  находят обычным способом по квантилю нормального распределения  $u_p$ . Квантиль  $u_p$  вычисляют по формуле, отражающей факт, что разность двух распределенных нормально случайных величин (несущей способности системы и нагрузки) распределена нормально с математическим ожиданием, равным разности их математических ожиданий, и средним квадратическим, равным корню из суммы квадратов их средних квадратических отклонений:

$$u_p = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{(\bar{n}\nu_R)^2 + \nu_F^2}}, \quad (4.17)$$

где  $\bar{n}$  — условный запас прочности по средним значениям несущей способности и нагрузки,  $\bar{n} = m_R / m_F$ .

Использование изложенного метода рассмотрим на примерах.

**Пример 4.2.** Оценить вероятность безотказной работы одноступенчатого редуктора, если: условные запасы прочности по средним значениям несущей способности и нагрузки составляют: для зубчатой передачи  $\bar{n}_1 = 1,5$ ; для подшипников входного вала  $\bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 1,4$ ; для подшипников выходного вала  $\bar{n}_4 = \bar{n}_5 = 1,6$ , выходного и входного валов  $\bar{n}_6 = \bar{n}_7 = 2,0$ . Это соответствует математическим ожиданиям несущей способности элементов  $m_{R_1} = 1,5m_F$ ;  $m_{R_2} = m_{R_3} = 1,4m_F$ ;  $m_{R_4} = m_{R_5} = 1,6m_F$ ;  $m_{R_6} = m_{R_7} = 2m_F$ . Часто в редукторах значения  $\bar{n}_6$  и  $\bar{n}_7$  и соответственно  $m_{R_6}$  и  $m_{R_7}$  бывают больше указанных. Задано, что несущие способности передачи, подшипников и валов нормально распределены с одинаковыми коэффициентами вариации  $\nu_{R_1} = \nu_{R_2} = \dots = \nu_{R_7} = 0,1$ , а нагрузка по редукторам распределена также нормально с коэффициентом вариации  $\nu_F = 0,1$ .

**Решение.** Задаемся нагрузками  $F_A$  и  $F_B$ . Принимаем  $F_A = 1,3m_F$ ,  $F_B = 1,1m_F$ , предполагая, что эти значения близки к требуемым значениям вероятностей безотказной работы систем при фиксированных нагрузках  $p(R \geq F_A)$  и  $p(R \geq F_B)$ .

Вычисляем квантили нормального распределения всех элементов, соответствующие их вероятностям безотказной работы при нагрузках  $F_A$  и  $F_B$ :

$$u_{pA_1} = \frac{F_A - m_{R_1}}{\nu_{R_1} m_{R_1}} = \frac{1,3m_F - 1,5m_F}{0,1 \cdot 1,5m_F} = -1,34.$$

Аналогично

$$u_{pA_2} = u_{pA_3} = -0,715; \quad u_{pA_4} = u_{pA_5} = -1,88;$$

$$u_{pA_6} = u_{pA_7} = -3,5; \quad u_{pB_1} = -2,67; \quad u_{pB_2} = u_{pB_3} = -2,15;$$

$$u_{pB_4} = u_{pB_5} = -3,13; \quad u_{pB_6} = u_{pB_7} = -4,5.$$

По квантилям из табл. 4.1 находим вероятности безотказной работы элементов:

• при нагрузке  $F_A$

$$p_1(R \geq F_A) = 0,9099; \quad p_2(R \geq F_A) = p_3(R \geq F_A) = 0,7627;$$

$$p_4(R \geq F_A) = p_5(R \geq F_A) = 0,9699; \quad p_6(R \geq F_A) = p_7(R \geq F_A) = 0,9998;$$

• при нагрузке  $F_B$

$$p_1(R \geq F_B) = 0,9967; \quad p_2(R \geq F_B) = p_3(R \geq F_B) = 0,9842;$$

$$p_4(R \geq F_B) = p_5(R \geq F_B) = 0,9991; \quad p_6(R \geq F_B) = p_7(R \geq F_B) = 1,0000.$$

Вероятности безотказной работы редуктора  $p(R \geq F_A)$  и  $p(R \geq F_B)$  при фиксированных нагрузках  $F_A$  и  $F_B$  оцениваем по формуле (4.1) как произведение вероятностей безотказной работы элементов. Получаем  $p(R \geq F_A) = 0,4979$ ;  $p(R \geq F_B) = 0,9637$ . Из сопоставления этих значений с диапазонами допустимых значений, приведенными ранее, следует, что вероятности находятся внутри этих диапазонов. Поэтому изменять значения  $F_A$  и  $F_B$  не будем.

По формулам (4.15), (4.16) вычисляем математическое ожидание  $m_R$  и коэффициент вариации  $\nu_R$  несущей способности редуктора:

$$m_R = F_A - \frac{F_B - F_A}{u_{pB} - u_{pA}} u_{pA} = 1,3m_F - \frac{1,1m_F - 1,3m_F}{-1,799 - 0,005} 0,005 = 1,299m_F;$$

$$\nu_R = \frac{F_B - F_A}{F_A u_{pB} - F_B u_{pA}} = \frac{1,1m_F - 1,3m_F}{-1,1m_F \cdot 1,799 - 1,3m_F \cdot 0,005} = 0,1007,$$

где  $u_{pA}$  и  $u_{pB}$  — квантили нормального распределения, соответствующие вероятностям  $p(R \geq F_A)$  и  $p(R \geq F_B)$ .

По формуле (4.17) рассчитываем квантиль  $u_p$  нормального распределения, соответствующую вероятности  $p(R \geq F)$  безотказной работы редуктора:

$$u_p = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{(\bar{n}\nu_R)^2 + \nu_F^2}} = -\frac{\frac{1,299m_F}{m_F} - 1}{\sqrt{\left(\frac{1,299m_F}{m_F} 0,1007\right)^2 + 0,1^2}} = -1,816.$$

По табл. 4.1 находим искомую вероятность, соответствующую полученной квантили:

$$p(R \geq F) = 0,965.$$

**Пример 4.3.** По исходным данным примера 4.2 найти вероятность безотказной работы редуктора по максимальной нагрузке в соответствии с методикой, применявшейся ранее для практических расчетов. Принимаем максимальную нагрузку  $F_{\max} = m_F (1 + 3\nu_F) = m_F (1 + 3 \cdot 0,1) = 1,3m_F$ .

**Решение.** Вычисляем при этой нагрузке квантили нормального распределения вероятностей безотказной работы элементов:

$$u_{p \max 1} = -1,333; u_{p \max 2} = u_{p \max 3} = -0,714;$$

$$u_{p \max 4} = u_{p \max 5} = -1,875; u_{p \max 6} = u_{p \max 7} = -3,5.$$

По табл. 4.1 находим соответствующие квантилям вероятности:

$$p_1 (R \geq F_{\max}) = 0,9087;$$

$$p_2 (R \geq F_{\max}) = p_3 (R \geq F_{\max}) = 0,7624;$$

$$p_4 (R \geq F_{\max}) = p_5 (R \geq F_{\max}) = 0,9695;$$

$$p_6 (R \geq F_{\max}) = p_7 (R \geq F_{\max}) = 0,9998.$$

Вероятность безотказной работы редуктора при нагрузке  $F_{\max}$  вычисляем по формуле (4.13). Получаем  $p(R \geq F_{\max}) = 0,496$ .

Из сопоставления результатов решения двух примеров следует, что первое решение дает оценку надежности значительно более близкую к действительной и более высокую, чем во втором примере. Действительное значение вероятности, рассчитанное на ЭВМ по формуле (4.14), равно 0,9774.

#### **4.4. Оценка надежности систем, построенных в виде цепи**

Часто последовательные системы состоят из одинаковых элементов (грузовая или приводная цепь, зубчатое колесо, в котором элементами являются звенья, зубья, и т.д.). Если нагрузка имеет рассеяние по системам, то приближенную оценку надежности системы можно получить общим методом, изложенным в подразд. 4.2 и 4.3.

Рассмотрим более точный и простой метод оценки надежности для частного случая последовательных систем — систем, построенных в виде цепи при нормальном распределении несущей способности, элементов и нагрузки по системам.

Закон распределения несущей способности цепи, состоящей из  $n$  одинаковых элементов, соответствует распределению минимального члена выборки, т.е. ряда  $n$  чисел, взятых случайным образом из нормального распределения несущей способности элементов. Этот закон отличается от нормального (рис. 4.1) и тем существеннее, чем больше  $n$ . Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение снижаются с увеличением  $n$ . В теории экстремальных распределений (раздел теории вероятностей, за-

нимающийся распределениями крайних членов выборок) доказано, что рассматриваемое распределение с ростом  $n$  стремится к двойному экспоненциальному. Этот предельный закон распределения несущей способности  $R$  цепи  $p(R \geq F_0)$  ( $F_0$  — текущее значение нагрузки) описывается следующим выражением:

$$p(R \geq F_0) = e^{-e^{\frac{R - \delta}{\Theta}}},$$

где  $\delta$  и  $\Theta$  ( $\Theta > 0$ ) — параметры распределения.

При реальных (малых и средних) значениях  $n$  двойное экспоненциальное распределение непригодно для использования в инженерной практике из-за существенных погрешностей расчета. Идея предлагаемого метода заключается в аппроксимации закона распределения несущей способности системы нормальным законом. Аппроксимирующее и реальное распределения должны быть близкими как в средней части, так и в области малых вероятностей, так как именно эта область распределения определяет вероятность безотказной работы системы. Поэтому при определении параметров аппроксимирующего распределения выдвигаются условия равенства функций аппроксимирующего и реального распределения при медианном значении и значении несущей способности системы, соответствующему вероятности безотказной работы системы.

После аппроксимации вероятность безотказной работы системы, как обычно, находят по квантили нормального распределения, представляющего собой разность двух нормально распределенных случайных величин — несущей способности системы и нагрузки на нее.

Пусть законы распределения несущей способности элементов  $R_k$  и нагрузки на систему  $F$  описываются нормальными распределениями с математическими ожиданиями соответственно  $m_{R_k}$  и  $m_F$  и средними квадратическими отклонениями  $S_{R_k}$  и  $S_F$ . Тогда, учитывая, что значения математических ожиданий и средних квадратических от-

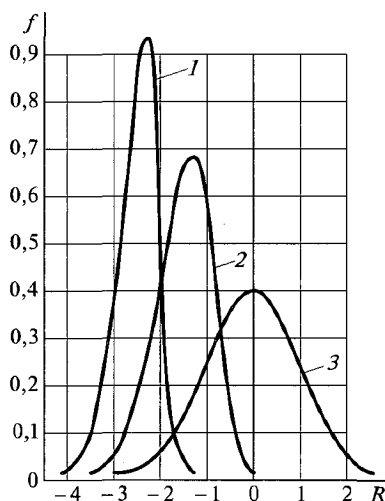


Рис. 4.1. Плотность распределения несущей способности цепи в зависимости от числа компонент:

1 —  $n = 100$ ; 2 —  $n = 10$ ; 3 —  $n = 1$

клонений несущей способности ниже у системы (цепи), чем у элементов, можно предложить простейшие выражения для математического ожидания  $m_R$  и среднего квадратического отклонения  $S_R$  нормального распределения, аппроксимирующего распределение несущей способности системы:

$$m_R \approx m_{R_k} - \mu S_{R_k}; \quad (4.18)$$

$$S_R = \varepsilon S_{R_k}, \quad (4.19)$$

где  $\mu$  и  $\varepsilon$  — некоторые коэффициенты ( $\mu > 0$ ;  $0 < \varepsilon \leq 1$ ), зависящие от  $n$ , а  $\varepsilon$  зависит также от  $u_p$ .

Назовем величину  $\mu$  параметром положения, а величину  $\varepsilon$  — параметром рассеяния. Значения  $\mu$  и  $\varepsilon$  приведены в табл. 4.1 и на рис. 4.2. Разность несущей способности систем и нагрузки на нее описывается нормальным распределением с математическим ожиданием  $m_R - m_F$  и средним квадратическим отклонением  $S = \sqrt{S_R^2 + S_F^2}$ . Поскольку квантиль нормального закона  $u_p$ , характеризующий вероятность безотказной работы системы  $p(R \geq F)$ , связан с параметрами этого закона формулой  $m_R = m_F + u_p S = 0$ , получаем

$$u_p = -\frac{m_R - m_F}{\sqrt{S_R^2 + S_F^2}} = -\frac{m_{R_k} - \mu S_{R_k} - m_F}{\sqrt{(\varepsilon S_{R_k})^2 + S_F^2}}. \quad (4.20)$$

Вместо средних квадратических отклонений  $S_{R_k}$ ,  $S_R$ ,  $S_F$  можно рассматривать соответствующие коэффициенты вариации

$\nu_{R_k} = \frac{S_{R_k}}{m_{R_k}}$ ;  $\nu_R = \frac{S_R}{m_R}$ ,  $\nu_F = \frac{S_F}{m_F}$  ожидания выразить через условные

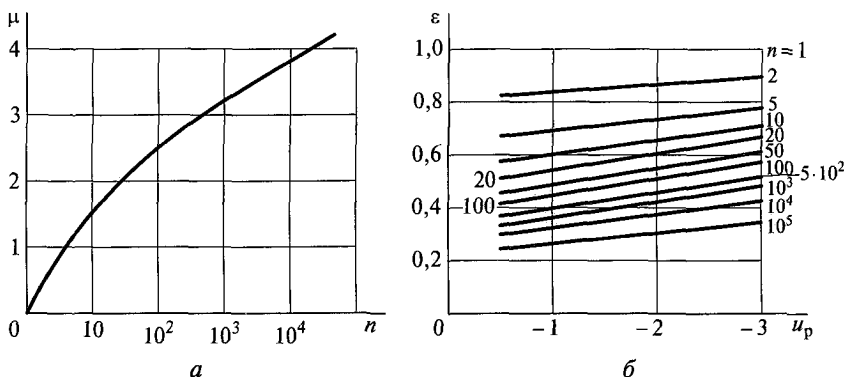


Рис. 4.2. Параметры распределения несущей способности системы:

$a$  — положения;  $b$  — рассеяния



запасы прочности по средним значениям  $\bar{n} = \frac{m_{R_k}}{m_F}$ . Тогда формулы (4.18)—(4.20) принимают следующий вид:

$$m_R = m_{R_k} (1 - \mu \nu_{R_k}); \quad (4.21)$$

$$\nu_R = \frac{\varepsilon \nu_{R_k}}{1 - \mu \nu_{R_k}}; \quad (4.22)$$

$$u_p = - \frac{\bar{n} (1 - \mu \nu_{R_k}) - 1}{\sqrt{(\varepsilon \bar{n} \nu_{R_k})^2 + \nu_F^2}}. \quad (4.23)$$

Учитывая, что параметры распределения  $\mu$  и  $\varepsilon$  зависят от  $u_p$ , расчеты по формулам (4.20) и (4.23) ведут методом последовательных приближений. В качестве первого приближения для определения  $\mu$  и  $\varepsilon$  принимают  $u_p = -1,281$  (соответствует  $p = 0,900$ ).

Результаты расчетов по формуле (4.23) с подстановкой в нее величин  $\mu$  и  $\varepsilon$ , взятых из табл. 4.1 при разных характерных значениях  $\bar{n}$ ,  $\nu_{R_k}$ ,  $\nu_F$ , приведены в табл. 4.2.

По данным табл. 4.2 можно ориентировочно оценивать надежность систем типа цепи при рассеянии нагрузки по системам в достаточно широком диапазоне изменения несущей способности звеньев, нагрузки на цепь и числа звеньев.

Для оценки точности этого метода определения вероятности безотказной работы системы типа цепи были проведены расчеты

Таблица 4.2

Величина	Значение								
$\bar{n}, \nu_{R_k}, \nu_F$	1,5; 0,05; 0,2			1,5; 0,1; 0,1			2,0; 0,1; 0,2		
$n$	1	10	100	1	10	100	1	10	100
$u_p$	-2,34	-1,88	-1,54	-2,77	-1,97	-0,97	-3,54	-2,93	-2,13
$p(R \geq F)$	0,990	0,970	0,938	0,997	0,976	0,834	0,999	0,998	0,983

*Примечание.* Если вместо рассеяния нагрузки по системам имеет место рассеяние нагрузки по элементам, вероятность безотказной работы элемента  $p(R_k \geq F)$

оценивается по квантилю  $u_p$  нормального распределения, где  $u_p = - \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\nu_{R_k}^2 + \nu_F^2}}$ , а

вероятность безотказной работы системы  $p(R \geq F) = p^n(R_k \geq F)$ . В этом случае для значений параметров, взятых из табл. 4.2, оценки  $p(R \geq F)$  при  $n = 10$  получаются равными 0,905; 0,970; 0,998, а при  $n = 100$  — 0,663; 0,74; 0,905. Сопоставляя результаты с данными табл. 4.2, видим, что расчет в предположении рассеяния нагрузки по элементам, а не по системам существенно занижает показатель надежности системы.

на ЭВМ по точной (4.14) и упрощенной (4.23) формулам. Число элементов принимали равным  $n = 1; 10; 100; 1000$  условные запасы прочности  $n = 1,5; 2,0$ ; коэффициенты вариации несущей способности элементов  $\nu_R = 0,1; 0,2; 0,3$  и коэффициент вариации нагрузки  $\nu_F = 0,2$ . При этом данные табл. 4.1 были аппроксимированы следующими выражениями:

$$\mu = 1,48\sqrt{\ln n} - 0,69 \text{ при } n \geq 2; \mu = 0 \text{ при } n = 2;$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1 - 0,02u_p) \text{ при } \varepsilon_0 \leq 0,5; \varepsilon = \varepsilon_0 - 0,102(1 - \varepsilon_0)u_p \text{ при } \varepsilon_0 > 0,5,$$

где  $\varepsilon_0$  — параметр рассеяния  $\varepsilon$ , соответствующий  $u_p = 0$ .

$$\varepsilon_0 = 0,5 - 0,204 \ln \left( \frac{\ln n}{3} \right). \quad (4.24)$$

#### 4.5. Надежность систем с резервированием

Для достижения высокой надежности в машиностроении конструктивных, технологических и эксплуатационных мероприятий может оказаться недостаточно. В этих случаях приходится применять метод резервирования. Это особенно относится к сложным системам, для которых повышением надежности элементов не удается достигнуть требуемой высокой надежности системы.

Далее рассматривается структурное резервирование, осуществляемое введением в систему резервных составляющих, избыточных по отношению к минимально необходимой структуре объекта и выполняющих те же функции, что и основные. Резервирование позволяет уменьшить вероятность отказов на несколько порядков.

Применяют: постоянное резервирование с нагруженным или горячим резервом; резервирование замещением с ненагруженным или холодным резервом; резервирование с резервом, работающим в облегченном режиме.

Резервирование наиболее широко используют в радиоэлектронной аппаратуре, где резервные элементы имеют малые габаритные размеры и легко переключаются.

Резервирование в машиностроении обычно применяют в следующих вариантах: в ряде систем резервные агрегаты используют как рабочие в часы наибольших нагрузок; в других системах резервирование обеспечивает сохранение работоспособности, но с понижением показателей.

В транспортных машинах, в частности в автомобилях, используют двойную или тройную систему тормозов; в грузовых автомобилях — двойные шины на задних колесах и т.д.

На пассажирских самолетах устанавливают 3-4 двигателя и несколько электрических машин. Выход из строя одной или даже нескольких машин, кроме последней, не приводит к аварии самолета. В морских судах используют по две машины. Число эскалаторов, паровых котлов выбирают с учетом возможности отказа и необходимости ремонта. В машиностроении в ответственных узлах используют двойную систему смазки, двойные и тройные уплотнения. В станках применяют запасные комплекты специальных инструментов. Учитывая уникальность станков основного производства, на заводах стараются иметь их по два и более. В автоматическом производстве применяют накопители, станки-дублиеры и даже дублирующие участки автоматических линий.

В качестве одного из видов резервирования можно рассматривать и наличие запасных деталей на складах. К резервированию (общему) следует также относить проектирование парка машин (например, автомобилей, тракторов, станков) с учетом времени их простоев в ремонте.

При *постоянном резервировании* резервные элементы или цепи подключают параллельно основным (рис. 4.3). Вероятность отказа всех элементов (основного и резервных) по теореме умножения вероятностей

$$q_c(t) = q_1(t)q_2(t) \dots q_n(t) = \prod_1^n q_i(t), \quad (4.25)$$

где  $q_i(t)$  — вероятность отказа  $i$ -го элемента.

Вероятность безотказной работы

$$p_c(t) = 1 - q_c(t). \quad (4.26)$$

Если элементы одинаковые, то

$$q_c(t) = q_c^n(t) \text{ и } p_c(t) = 1 - q_c^n(t).$$

Например, если  $q_1 = 0,01$  и  $n = 2$  (дублирование), то  $p_c = 0,9999$ , если же  $q_1 = 0,01$  и  $n = 3$  (двойное резервирование), то  $p_c = 0,999999$ .

Таким образом, в системах с последовательно соединенными элементами вероятность безотказной работы определяют перемножением вероятностей безотказной работы элементов, а в системах с параллельным соединением — перемножением вероятностей отказа элементов.

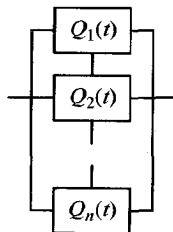


Рис. 4.3. Простейшая резервированная система

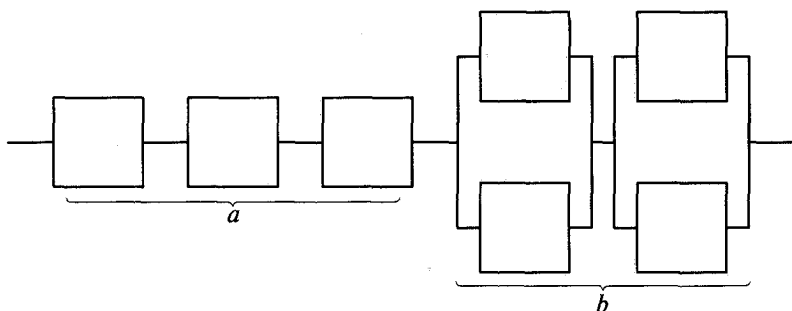


Рис. 4.4. Частично резервированная система

Если в сложной системе (рис. 4.4)  $a$  элементов не дублированы, а  $b$  элементов дублированы, надежность системы

$$p_c(t) = p_a(t)p_b(t); p_a(t) = \prod_1^a p(t)_i; p_b(t) = \prod_1^b [1 - q_i^2(t)]. \quad (4.27)$$

Если в системе  $n$  основных и  $m$  резервных одинаковых элементов, причем все элементы постоянно включены, работают параллельно и вероятность их безотказной работы  $p$  подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность безотказной работы системы можно определить по формулам, приведенным в табл. 4.3.

Формулы в табл. 4.3 получены из соответствующих сумм членов разложения бинома  $(p + q)^{m+n}$  после подстановки  $q = 1 - p$  и преобразований.

При *резервировании замещением* резервные элементы включаются только при отказе основных. Это включение может производиться автоматически или вручную. К резервированию можно отнести применение резервных агрегатов и блоков инструментов, устанавливаемых вместо отказавших, причем эти элементы тогда рассматривают входящими в систему.

Таблица 4.3

$n$	$n + m$				
	1	2	3	4	5
1	$p$	$2p - p^2$	—	—	—
2	—	$p^2$	$3p^2 - 2p^3$	$6p^2 - 8p^3 + 3p^4$	$10p - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5$
3	—	—	$p^3$	$4p^3 - 3p^4$	$10p^3 - 15p^4 + 6p^5$
4	—	—	—	$p^4$	$5p^4 - 4p^5$

Для основного случая экспоненциального распределения отказов при малых значениях  $\lambda t$ , т. е. при достаточно высокой надежности элементов, вероятность отказа системы (см. рис. 4.4)

$$q_c(t) \approx \frac{\prod_{i=1}^n q_i(t)}{n!} \approx \frac{\prod_{i=1}^n \lambda_i t}{n!}. \quad (4.28)$$

Если элементы одинаковые, то

$$q_c(t) \approx \frac{q^n(t)}{n!} \approx \frac{(\lambda t)^n}{n}. \quad (4.29)$$

Эти формулы справедливы при условии, что переключение абсолютно надежно. При этом вероятность отказа в  $n!$  раз меньше, чем при постоянном резервировании. Меньшая вероятность отказа понятна, так как меньшее число элементов находится под нагрузкой. Если переключение недостаточно надежно, то выигрыш в надежности системы может быть легко утерян.

Для поддержания высокой надежности резервированных систем отказавшие элементы необходимо восстанавливать или заменять.

Применяют резервированные системы, в которых отказы (в пределах числа резервных элементов) устанавливаются при периодических проверках, и системы, в которых отказы регистрируются при их появлении. В первом случае система может начать работать с отказавшими элементами. Тогда расчет на надежность ведут за период от последней проверки. Если предусмотрено немедленное обнаружение отказов и система продолжает работать во время замены элементов или восстановления их работоспособности, опасными являются дополнительные отказы, возникающие в течение времени проведения ремонта.

Рассмотрим надежность дублированных элементов в периоды восстановления отказавшего элемента пары.

Если обозначить  $\lambda$  интенсивность отказов основного элемента,  $\lambda_p$  — резервного и  $\bar{t}_p$  — среднее время ремонта, то вероятность безотказной работы

$$p(t) = e^{-t/T_0},$$

где

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} \left[ 1 + \frac{1}{(\lambda + \lambda_p) \bar{t}_p} \right]. \quad (4.30)$$

В автоматических линиях, как известно, применяют накопители, которые разбивают линии на отдельные участки, причем отказ какого-либо элемента (станка) вызывает остановку не всей линии, а только одного участка. В это время другие участки продолжают работу, получая заготовки от своего накопителя или подавая детали в следующий накопитель. При этом вероятность безотказной работы всей линии повышается.

Эффективность разных способов резервирования проиллюстрируем на основной системе из четырех последовательно соединенных элементов с вероятностью безотказной работы каждого, равной 0,9.

Вероятность безотказной работы:  
системы без резервирования (рис. 4.5, а)

$$p_c(t) = p_1^4(t) = 0,9^4 \approx 0,65 \text{ и } q_c(t) \approx 0,35;$$

дублированной системы с постоянным резервом в виде такой же системы (рис. 4.5, б)

$$p_c(t) = 1 - q_c^2(t) = 1 - 0,35^2 \approx 0,88;$$

такой же дублированной системы с ненагруженным резервом и вполне надежным переключателем (рис. 4.5, в)

$$p_c(t) = 1 - \frac{q_c^2(t)}{2!} = 1 - \frac{0,35^2}{2!} \approx 0,94;$$

системы с независимым постоянным дублированием каждого элемента (рис. 4.5, г)

$$p_c = [1 - q_1^2(t)]^4 = (1 - 0,1^2)^4 \approx 0,96;$$

такой же системы с независимым ненагруженным дублированием каждого элемента и вполне надежным переключателем (см. рис. 4.5, в)

$$p_c = \left[1 - \frac{q_1^2(t)}{n!}\right]^4 = \left[1 - \frac{0,1^2}{2}\right]^4 \approx 0,98.$$

Если систему, например автоматическую линию, рассматривать как технологическую и поставить в середине накопитель высокой надежности (рис. 4.5, з), то вероятность безотказной работы повышается с 0,65 до значения 0,81.

Приведенные примеры показывают, что поэлементное резервирование гораздо эффективнее, чем общее, а резервирование замещением при совершенно надежном переключении эффективнее, чем постоянное.

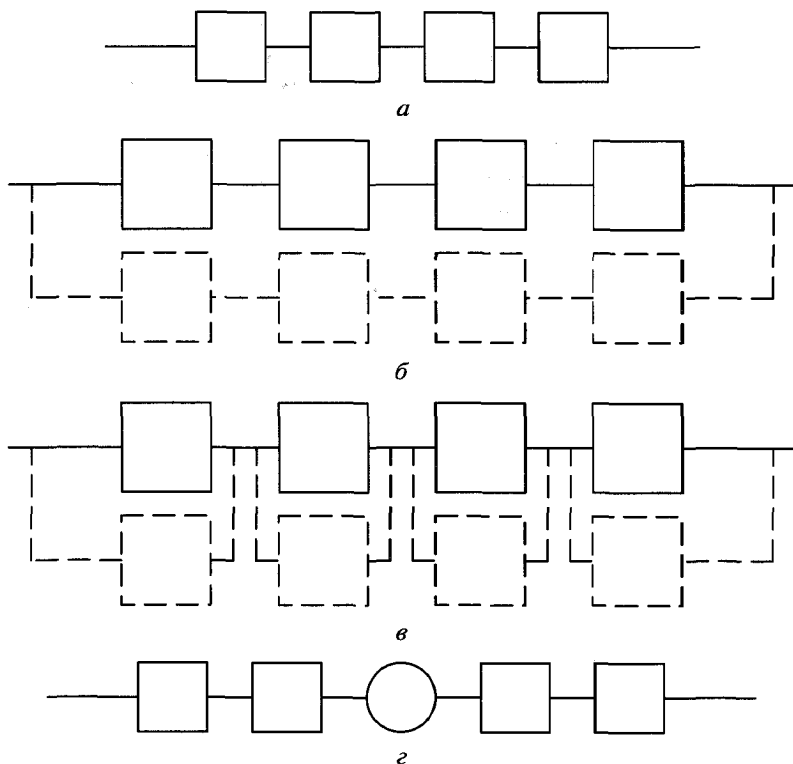


Рис. 4.5. Системы резервирования:

а — основная; б — с общим резервированием; в — с поэлементным резервированием; г — с накоплением

Если ту же систему (см. рис. 4.5, а) рассматривать как восстанавливаемую с коэффициентом возможного технического использования каждого элемента 0,9, то коэффициент технического использования системы

$$\eta_c = \frac{1}{1 + \frac{4(1-0,9)}{0,9}} \approx 0,69.$$

При постановке в середине системы высоконадежного накопителя (рис. 4.5, г) коэффициент технического использования повышается:

$$\eta_c = \frac{1}{1 + \frac{2(1-0,9)}{0,9}} \approx 0,82.$$

Рассмотрим надежность при резервировании с постоянно подключенными резервными элементами, работающими до отказа основных элементов в облегченном режиме. Для резервирования высоконадежного элемента с экспоненциальным законом распределения и интенсивностью отказов  $\lambda$  элементами, работающими в облегченном режиме с интенсивностью отказов  $\lambda_1$ , вероятность безотказной работы:

при одном резервном элементе

$$p(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1)}{2!}t; \quad (4.31)$$

при двух резервных элементах

$$p(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1)(\lambda + 2\lambda_1)}{3!}t; \quad (4.32)$$

трех резервных элементах

$$p(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1)(\lambda + 2\lambda_1)(\lambda + 3\lambda_1)}{4!}t; \quad (4.33)$$

при  $m - 1$  резервных элементов

$$p(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1) \dots [\lambda + (m - 1)\lambda_1]}{m!}t. \quad (4.34)$$

В практике проектирования сложных комбинированных систем возникают случаи, когда системы не удается свести ни к последовательным, ни к параллельным. Рассмотрим основную систему из двух элементов  $AA'$ , которая дублирована системой  $BB'$  (рис. 4.6). Кроме того, предусмотрен дополнительно резервный элемент  $X$ , который резервирует элементы  $A$  и  $B$  и делает систему сложной.

Для расчета надежности подобных систем со сложным резервированием пользуются теоремой полной вероятности Байеса, которая в применении к надежности формулируется так.

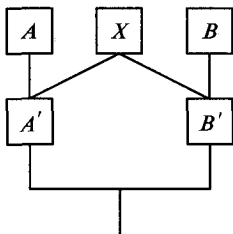


Рис. 4.6. Система со сложным резервированием



Вероятность отказа системы при работоспособности элемента  $X$  определяют как произведение вероятности отказов обоих элементов, т.е.

$$q_c = q_A q_B = (1 - p_A)(1 - p_B). \quad (4.35)$$

Вероятность отказа системы при неработоспособности элемента  $X$  определяют по формуле

$$q_c = q_{AA'} q_{BB'} = (1 - p_A p_{A'})(1 - p_B p_{B'}). \quad (4.36)$$

Вероятность отказа системы в общем случае

$$q_c = (1 - p_A)(1 - p_B)p_X + (1 - p_A p_{A'})(1 - p_B p_{B'})q_X. \quad (4.37)$$

В сложных системах приходится применять формулу Байеса несколько раз.

### **Контрольные вопросы**

**1.** Чем различаются с позиции надежности последовательные, параллельные и комбинированные системы? **2.** Как рассчитывают надежность систем из последовательно и параллельно соединенных элементов? **3.** Как определяют надежность последовательной системы при нормальном распределении нагрузки по системам? **4.** Какова схема системы, построенной в виде цепи, и как оценивается ее надежность? **5.** Что представляет собой система с резервированием? Какие имеются преимущества у таких систем? **6.** Какие существуют виды резервирования и чем они отличаются? **7.** Как определяют надежность систем с постоянным резервированием? **8.** Как рассчитывают надежность систем при резервировании замещением? **9.** Какие существуют методы осуществления резервирования замещением? **10.** Как рассчитывают надежность сложных комбинированных систем?

# ФОРМИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НА СТАДИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

---

### 5.1. Выбор и обоснование показателей надежности

Борьба за создание надежных объектов должна начинаться еще до начала их проектирования. При составлении технических заданий на проектирование необходимо осуществить ряд мероприятий по обеспечению надежности. К числу таких мероприятий относятся:

- выбор и обоснование принципов технического обслуживания;

- выбор основного показателя надежности;

- назначение норм надежности;

- распределение норм надежности системы по элементам;

- составление программы обеспечения надежности.

Содержание этих взаимно связанных мероприятий во многом зависит от конечной цели, которую стремятся достичь. Обычно эту цель формируют в виде «основного принципа», например: спроектировать изделие в соответствии с заданной «полной стоимостью срока службы». При этом необходимо так сбалансировать затраты на разработку и проектирование изделий с затратами на их эксплуатацию, чтобы общая сумма затрат не превышала заданную при обеспечении наилучших технических характеристик изделий.

#### **Выбор и обоснование принципов технического обслуживания.**

Принципы технического обслуживания во многом определяют эффективность применения объекта, оказывают существенное влияние на его конструкцию. Формирование этих принципов является одним из важнейших элементов научной политики по совершенствованию перспективных объектов. Обоснование технических требований по этому вопросу состоит в анализе и обосновании положительных и отрицательных сторон различных систем технического обслуживания.

Рассмотрим примеры влияния принципов организации технического обслуживания на конструкцию объектов.

Существуют следующие правила замены и ремонта отдельных блоков или агрегатов технических объектов: по календарным

срокам независимо от наработки объекта; по выработке установленных заранее межремонтных ресурсов; по техническому состоянию. Замена, или ремонт, блоков по календарным срокам, когда не учитывается, использовался объект или нет, ведет обычно к неоправданным материальным потерям. Применяется она лишь при неумении или нежелании организовать учет наработки объектов.

При замене и ремонте отдельных блоков по выработке ресурса незначительно усложняется конструкция объекта (могут устанавливаться измерители наработки). Организация технического обслуживания сохраняется сравнительно простой, но возможности экономии сил и средств используются не полностью.

При замене блоков по техническому состоянию периодически контролируется определяющий параметр блока (агрегата), характеризующий его приближение к отказу или границе допуска. Решение о замене, ремонте или более подробной проверке блока (агрегата) принимается по результатам контроля. При этом значительно сокращаются трудозатраты на обслуживание, расход дорогостоящих агрегатов и деталей и одновременно повышается надежность.

Сказанное о замене и ремонте агрегатов можно распространить на их разборку, проверку и другие работы по техническому обслуживанию.

Замена и ремонт агрегатов по техническому состоянию возможны лишь для объектов, которые специально конструируются с учетом такой особенности технического обслуживания. Необходимо заранее найти определяющие параметры агрегатов, предусмотреть встроенные датчики для их измерения, места подсоединения передвижных средств контроля и др. Кроме того, для полной гарантии безотказной работы объекта целесообразно предусмотреть возможные последствия отказов с тем, чтобы случайный отказ элемента, агрегата, системы по возможности не приводил к чрезвычайному происшествию.

**Принципы выбора показателей надежности.** Показатель надежности, включаемый в техническое задание на проектируемый объект, должен соответствовать режиму его использования и конструкции. При этом необходимо учитывать последствия отказов. Кроме того, должна обеспечиваться возможность проверки этого показателя при испытаниях и эксплуатации объекта.

Показатели надежности в ряде случаев неравнозначны, что проявляется при сравнении объектов. В качестве примера рассмотрим две модификации объекта, имеющие разные функции надежности (рис. 5.1). В течение технического ресурса ( $0, t_p$ ) вероятность безотказной работы первой (кривая 1) модификации объекта  $p_1(t_p)$  больше соответствующей вероятности второй моди-

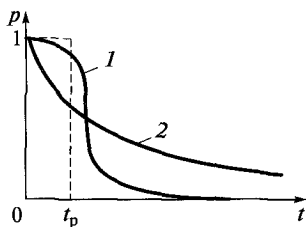


Рис. 5.1. Графики функции надежности:  
 $t_p$  — технический ресурс изделия; 1, 2 — модификации объекта

модификации объекта (кривая 2). Однако значение средней наработки  $m_1$ , равное площади под кривой 1 первой модификации объекта, меньше соответствующего значения  $m_2$  для второй модификации объекта.

Если в качестве показателя надежности принять вероятность безотказной работы, то более надежным будет первый объект; если в качестве показателя надежности принять среднюю наработку, то более надежным будет второй объект. Такие ситуации часто встречаются при решении вопроса о целесообразности применения резервирования.

В настоящее время стала ощущаться необходимость более общего подхода к выбору показателя надежности. Это связано с тем, что в методиках показатели надежности выбираются для изолированных изделий (систем), тогда как эти показатели часто приходится выбирать исходя из необходимости обеспечения качества функционирования системы более высокого уровня, в которую входит рассматриваемое изделие (система). В методиках учитываются не все факторы, влияющие на выбор показателя надежности.

Вначале необходимо собрать сведения о системе, в которую входит рассматриваемый объект. Далее нужно установить назначение объекта. При этом все объекты можно разделить на три группы:

- 1) объекты, предназначенные для работы в системах, эффективность функционирования которых может быть оценена экономическими критериями;
- 2) объекты, функционирование которых связано с обеспечением безопасности;
- 3) объекты, для которых нельзя указать назначение (тип) систем, в которых они будут использоваться.

Для объектов первой группы выбор возможных показателей надежности определен режимом использования объектов. Поэтому на первом этапе выбора показателей надежности необходимо сформулировать режим использования объекта, отнести его к одному из четырех классов, перечисленных в гл. 1: неремонтируемые объекты; ремонтируемые не восстанавливаемые в процессе применения объекты; ремонтируемые восстанавливаемые в процессе применения объекты с допустимыми перерывами в работе и такие

же объекты, но для которых перерывы в работе при отказах недопустимы.

На втором этапе для определенного класса объектов выбирается один из типов показателей надежности: интервальный, мгновенный, числовой. При этом учитываются экономические соображения — тип показателя экономической эффективности и вид зависимости этого показателя от режима функционирования объекта.

Рассмотрим общие соображения по выбору показателей надежности объектов, работающих в системах с экономическими показателями качества функционирования (эффективности).

Большинство используемых показателей экономической эффективности являются функциями от математических ожиданий приведенного полезного эффекта  $\xi$  и приведенных затрат на эксплуатацию и техническое обслуживание  $\eta$  за все время эксплуатации объекта. Как  $\xi$ , так и  $\eta$  зависят от случайных величин: наработки до отказа  $T$  или времени (наработки) между отказами  $\tilde{T}$ , времени восстановления  $T_{\text{в}}$ .

Для восстанавливаемых объектов, когда перерывы в работе допустимы, справедливы следующие зависимости:

$$\xi = \varphi_{\xi}(\tilde{T}, T_{\text{в}}); \quad (5.1)$$

$$\eta = \varphi_{\eta}(\tilde{T}, T_{\text{в}}). \quad (5.2)$$

Линеаризуем эти зависимости путем разложения в ряд Тейлора в окрестности математических ожиданий  $T$ ,  $T_{\text{в}}$ , оставив лишь линейных членов, и получим выражения для математических ожиданий величин  $\xi$  и  $\eta$ :

$$\Theta = m_{\xi} = \varphi_{\xi}(\tilde{m}_t, m_{t_{\text{в}}}); \quad (5.3)$$

$$W = m_{\eta} = \varphi_{\eta}(\tilde{m}_t, m_{t_{\text{в}}}), \quad (5.4)$$

где  $\tilde{m}_t$  — среднее время безотказной работы;  $m_{t_{\text{в}}}$  — среднее время восстановления.

Таким образом, для восстанавливаемых объектов, у которых допустимы перерывы в работе, основными показателями надежности являются числовые показатели  $\tilde{m}_t$  и  $m_{t_{\text{в}}}$  или их сочетание, например  $k_r$ . Если зависимости  $\varphi$  имеют ограничения (например, при замене всех объектов по истечении технического ресурса), то используются соответствующие условные средние значения.

Для восстанавливаемых объектов, у которых перерывы в работе из-за отказов недопустимы, справедлива релейная зависимость  $\varphi$ , т.е. полезный эффект может быть получен лишь при безотказной работе в течение заданного времени ( $t_j$ ,  $t_{j+1}$ ). Для таких систем выбирается интервальный показатель надежности — вероятность

безотказной работы в течение заданного интервала времени. Аналогично поступают для дежурных систем со случайным режимом использования при отсутствии автоматического контроля работоспособности.

При построении моделей функционирования объектов необходимо учитывать, кроме указанных ранее факторов, также наличие, конструкцию и режим работы системы контроля работоспособности. В качестве примера можно привести автоматические установки пожаротушения (АУП). Для этих ремонтируемых объектов возможны два режима использования (рис. 5.2). При отсутствии системы контроля работоспособности АУП их проверки проводятся через постоянные интервалы времени  $\Delta t_k$ . При отказе установки в период  $(t_{ki}, t_{k(i+1)})$  обнаружить неработоспособное состояние установки можно лишь при очередной проверке в момент времени  $t_{k(i+1)}$  или при возникновении пожара. В качестве показателя надежности целесообразно использовать вероятность безотказной работы в течение интервала  $\Delta t_k$ .

Для обоснованного выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности системы из условий безопасности необхо-

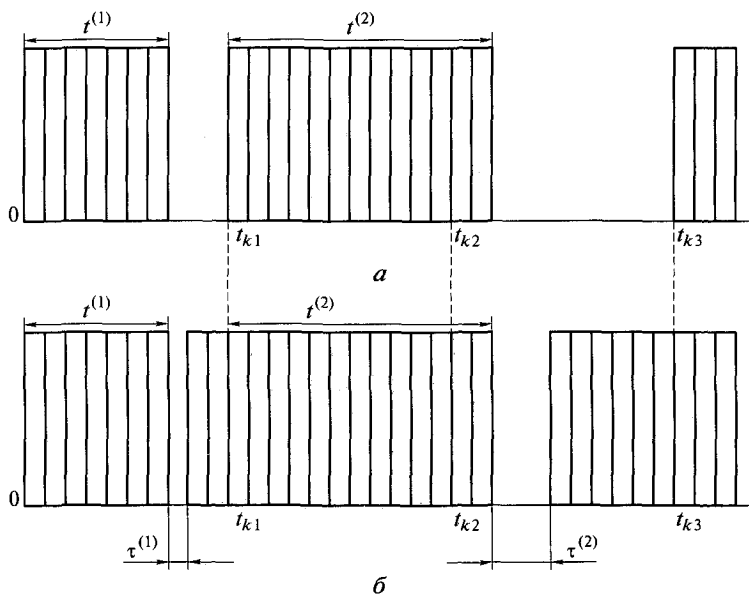


Рис. 5.2. Графики функционирования автоматических установок пожаротушения при отсутствии (а) и при наличии (б) систем автоматизированного контроля:

$t^{(1)}, t^{(2)}, \dots$  — периоды безотказной работы;  $t_{k1}, t_{k2}, t_{k3}, \dots$  — время проведения профилактики;  $\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \dots$  — периоды ремонта

димо выделить основные факторы, влияющие на показатели безопасности. Соответствующие математические модели должны учитывать случайные процессы, протекающие в системе после появления отказов.

Для третьей группы объектов, когда нельзя указать тип системы, в которой они будут использоваться, целесообразно назначить одну любую полную характеристику надежности:

для неремонтируемых изделий — функцию надежности  $p(t)$  или плотность распределения наработки до отказа  $f(t)$ , или интенсивность отказов  $\lambda(t)$ ;

для ремонтируемых невосстанавливаемых в процессе применения изделий (показатели надежности вычисляются по наработке) — условную вероятность  $p(t_1, t_2)$  безотказной работы в течение заданного времени  $(t_1, t_2)$  или параметр потока отказов  $\omega(t)$ ;

для ремонтируемых восстанавливаемых в процессе применения изделий (показатели надежности вычисляются в календарном времени) — функцию готовности  $\Gamma(t)$  для изделий, перерывы в работе которых допустимы, и условную вероятность безотказной работы  $\tilde{p}(t_1, t_2)$  для изделий, перерывы в работе которых недопустимы.

На практике, когда предполагается определенный тип закона распределения времени безотказной работы (наработки до отказа) целесообразно задавать:

при показательном распределении наработки (времени) до отказа или между отказами один из следующих показателей: интенсивность отказов  $\lambda$  (параметр потока отказов  $\omega$ ), среднюю наработку до отказа  $m_t$  (наработку на отказ  $\tilde{m}_t$ ), вероятность безотказной работы  $p(\Delta t_3)$  в течение заданного интервала времени (наработки)  $(t, t + \Delta t_3)$ ;

при двухпараметрическом законе распределения наработки (времени) до отказа или между отказами — два показателя (например, при нормальном распределении):  $m_t$ ,  $\sigma_t$  или  $p(t_1)$ ,  $p(t_2)$ .

Если вариант закона распределения заранее неизвестен, то рекомендуется задавать значения  $p(t)$  или  $\lambda(t)$ , или  $\omega(t)$ , или других показателей надежности не менее чем при трех значениях заданной наработки (времени). При этом имеется возможность, интерполируя значения соответствующих характеристик, проверить при испытаниях соответствие существующей надежности заданной.

## 5.2. Назначение норм надежности

После выбора показателей надежности проектируемых объектов необходимо задать значения этих показателей. При обо-

сновании количественных требований (норм) по надежности или другим эксплуатационным свойствам объектов учитываются возможности производства и экономические соображения. Вначале определяются нормы надежности, соответствующие возможностям производства, затем эти нормы уточняются и выбираются мероприятия по повышению надежности, наиболее выгодные экономически.

При составлении технического задания на проектируемый объект еще недостаточно ясны его конструктивные формы. Поэтому обосновать количественные требования (нормы) по надежности или другим эксплуатационным свойствам можно лишь после рассмотрения соответствующих характеристик уже существующих аналогичных объектов. Иначе говоря, необходимо иметь прототип и учитывать тенденции изменения его характеристик.

В качестве прототипа заказываемого объекта выбирается высоконадежное техническое устройство, аналогичное проектируемому. Прототип должен иметь как можно большее сходство с проектируемым техническим устройством по принципу действия. При формальном назначении прототипа возможны большие ошибки.

Значение нормы надежности прототипа корректируется с учетом технических характеристик проектируемого объекта, технического прогресса за время его проектирования и изготовления, изменения условий эксплуатации, лимитирующих показателей (стоимость, масса и т.д.), значения последствий отказов, квалификации операторов и некоторых других факторов.

**Учет технических характеристик проектируемых объектов.** При учете технических характеристик сравниваются некоторые показатели вновь проектируемого объекта с аналогичными показателями существующих объектов с известной надежностью должны быть известны показатели надежности объектов данного типа от других технических показателей, например чувствительности, полосы пропускания, потребляемой мощности и т.д. Для получения таких зависимостей могут быть построены графики, по вертикальной оси которых откладываются значения показателя надежности, по горизонтальной оси — значения какой-либо другой технической характеристики. На этот график в виде отдельных точек наносят данные для ряда изделий рассматриваемого типа (рис. 5.3). В конкретном случае на рис. 5.3, а:  $x$  — потребляемая мощность;  $y$  — средняя наработка до отказа. Через эти точки проводят прямые  $y = a + bx$ , параметры которых подбирают по методу наименьших квадратов. Согласно этому методу минимизируются суммы

$$I = \sum_{i=1}^k (a + bx_i - y_i)^2 = \min. \quad (5.5)$$



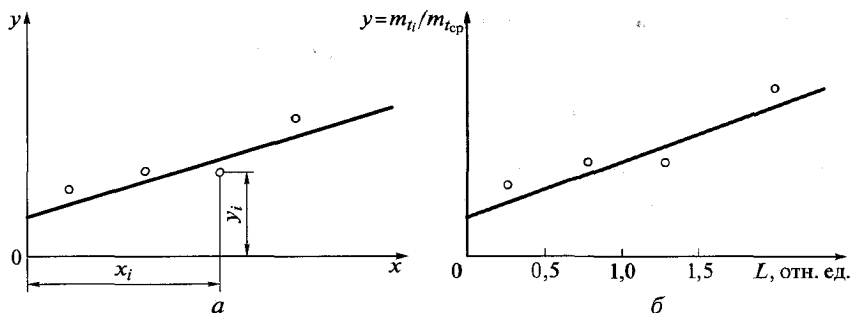


Рис. 5.3. Зависимость средней наработки до отказа от потребляемой электрической мощности:

$a$  — в обычном режиме;  $b$  — при нормировании

Значения  $a$  и  $b$  находятся из системы уравнений

$$\frac{\partial I}{\partial a} = \sum_{i=1}^k (a + bx_i - y_i) = 0; \quad \frac{\partial I}{\partial b} = \sum_{i=1}^k (a + bx_i - y_i)x_i = 0. \quad (5.6)$$

Если графики строят для нескольких технических характеристик  $x_1, \dots, x_n$ , то аналогично могут быть минимизированы суммы квадратов разностей  $(a + b_1x_{1i} + \dots + b_nx_{ni} - y_i)$  и вычислены значения  $a, b_1, \dots, b_n$ .

Графики, у которых аппроксимирующие прямые имеют значительный наклон к горизонтальной оси, подлежат дальнейшему рассмотрению. Для этого их подвергают нормализации, при которой значения показателя надежности делят на среднее для всех рассматриваемых объектов значение, а значения всех других показателей делят на значение этого показателя, соответствующее среднему значению показателя надежности (см. рис. 5.3, б). При этом получают графики в относительных единицах, например:

$$L_i = \frac{W_i}{W_{\text{ср}}}; \quad y = \frac{m_i}{m_{\text{ср}}},$$

где  $W_i$  — потребляемая мощность  $i$ -го объекта;  $W_{\text{ср}}$  — средняя потребляемая мощность.

Используя такие графики, можно приближенно оценить влияние изменения технических характеристик проектируемого объекта на его надежность.

В результате построения и сравнения нескольких графиков может быть найден учитывающий технические характеристики изделий коэффициент  $k_r$ , равный отношению показателей надежности проектируемого изделия и прототипа.

**Учет технического прогресса.** Необходимо учитывать, что в большинстве отраслей промышленности совершенствование технологии производства является сравнительно медленным, постепенным процессом. Все мероприятия опираются не только на последние достижения науки, но и в значительной мере на накопленный опыт производства продукции.

Значение показателя надежности прототипа заказываемого объекта характеризует надежность объектов, выпущенных несколько лет назад. Между выпуском объектов, данные о надежности которых известны во время составления требований к заказываемому объекту, и выпуском объектов, которые будут спроектированы и изготовлены по этому заказу, проходит несколько лет. За это время проводится ряд мероприятий по совершенствованию конструкции и технологии изготовления проектируемых объектов. Поэтому при составлении требований по надежности к проектируемым объектам необходимо экстраполировать изменение показателя их надежности вплоть до момента изготовления новых объектов. Для этого нужно знать не только надежность прототипа, но и надежность выпускавшихся ранее в разное время аналогичных объектов. По графику, изображенному на рис. 5.4, можно определить учитывающий технический прогресс коэффициент  $k_{т.п.}$ , равный отношению показателей надежности проектируемого объекта и прототипа ( $\omega/\omega_0$ ).

Иногда целесообразно учитывать, что надежность объектов в среднем повышается с увеличением номера серии. Аналогично графику, приведенному на рис. 5.4, для прототипа может составляться график изменения показателя надежности (или относительной величины) в зависимости от номера серии. По этому графику можно оценить возможности совершенствования производства по мере накопления опыта эксплуатации. По этому графику вычисляется коэффициент серии  $k_c$ , равный отношению

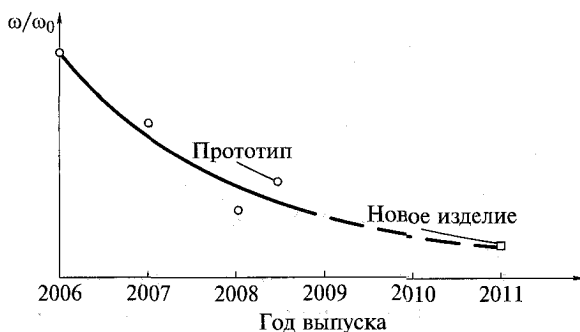


Рис. 5.4. Изменение параметра потока отказов объектов по годам выпуска

показателя надежности данной серии объектов к показателю надежности первой серии.

Если выявлена существенная нестационарность интенсивности отказов  $\lambda(t)$ , то ее экстраполирование целесообразно проводить по значениям  $\lambda$  после технологического прогона.

При корректировании показателя надежности прототипа с учетом совершенствования производства могут возникнуть две крайние ситуации:

1) проектируемый объект почти по всем признакам сходен с прототипом;

2) проектируемый объект отличается от прототипа принципом действия, сложностью, назначением и другими признаками.

В первой ситуации экстраполирование изменения показателя надежности по годам выпуска проводится для объекта в целом. Во второй ситуации расчет надежности заказываемого объекта выполняется по надежности элементов. Этот расчет надежности отличается от общепринятого лишь экстраполированием интенсивностей отказов элементов по годам выпуска.

**Учет изменения условий работы.** При пересчете показателя надежности прототипа на условия применения проектируемого объекта находят коэффициент условий применения  $k_y$ , равный отношению значений показателя надежности рассматриваемого объекта и прототипа.

Такой пересчет можно осуществлять следующими методами:

- 1) поправочных коэффициентов;
- 2) по гипотезе Н. М. Седякина о ресурсе надежности объекта;
- 3) по расчетным графикам;
- 4) по разбросу значений параметров режимов применения объектов.

Все эти методы разрабатывались для расчета надежности электронных схем, но их можно использовать для пересчета показателей надежности других объектов. Согласно первому методу (поправочных коэффициентов) находится значение исходного показателя надежности (интенсивности отказов или параметра потока отказов) в лабораторных условиях, которое затем умножается на коэффициент  $k_{окр}$  окружающей среды. Коэффициент  $k_{окр}$  показывает во сколько раз интенсивность отказов объекта при конкретных условиях работы больше, чем при нормальных условиях. Иногда интенсивность отказов объектов сравнивается с интенсивностью отказов стационарных известных объектов. При использовании данных зарубежных литературных источников необходимо учитывать, что в течение последних 10 лет происходит систематическое снижение значений  $k_{окр}$ , публикуемых различными авторами. По-видимому, это свидетельствует о тенденции к тщательному подбору деталей и агрегатов для работы в трудных

условиях. Значения  $k_{\text{окр}}$  для электрических элементов значительно меньше, чем для механических.

Коэффициент условий применения  $k_y$  равен отношению значений коэффициентов  $k_{\text{окр}}$  проектируемого объекта и прототипа.

В гипотезе Н. М. Седякина используется понятие «ресурс (запас надежности)» объекта. В качестве функции ресурса принимается

$$r(t) = -\ln p(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau. \quad (5.7)$$

Суть гипотезы состоит в том, что вероятность безотказной работы объекта в условиях  $\varepsilon$  зависит от значения выработанного им в прошлом ресурса  $r$  и не зависит от того, как выработан этот ресурс.

Если обозначить  $t_1$  и  $t_2$  продолжительности наработки в двух различных режимах  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в прошлом, то из интегрального соотношения

$$r = \int_0^{t_1} \lambda(\tau/\varepsilon_1) d\tau = \int_0^{t_2} \lambda(\tau/\varepsilon_2) d\tau \quad (5.8)$$

можно найти  $t_2 = \varphi(t_1)$  и вычислить значение функции надежности

$$p(t_1 + \Delta t) = \exp\left[-\int_0^{t_2 + \Delta t} \lambda(\tau/\varepsilon_2) d\tau\right]. \quad (5.9)$$

Гипотезу Н. М. Седякина целесообразно применять при нестационарных интенсивностях отказов объектов, поочередно работающих в различных режимах, например для дежурных средств.

Метод расчетных графиков основан на использовании графической зависимости показателя надежности (интенсивности или параметра потока отказов) от параметров режимов работы (температура, электрическая нагрузка и т. д.). В настоящее время такие расчетные графики имеются в справочниках в основном для элементов электронных схем. Пример расчетного графика приведен на рис. 5.5.

Из графиков видно, что определяющее действие на интенсивность отказов оказывает постоянное (или эффективное) напряжение, а также величина окружающей температуры. Поскольку конденсатор не является теплоиспускающим телом, то его температура принимается равной температуре окружающей среды. Действующее напряжение учитывается в долях номинального.

Интенсивность отказов углеродистых резисторов определяется в основном их температурой. Температура резистора зависит как

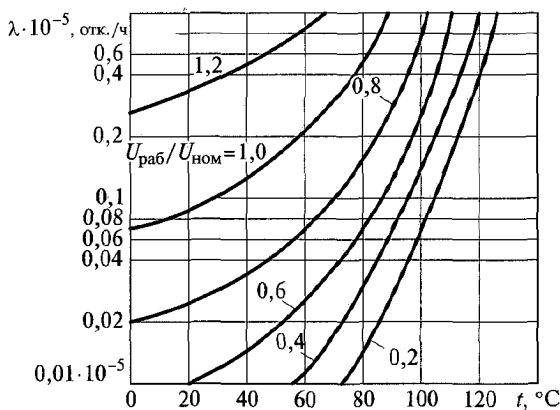


Рис. 5.5. Зависимость интенсивности отказов слюдяных конденсаторов из фольги от действующих нагрузок

от температуры окружающей среды, так и от электрической мощности, рассеиваемой на резисторе.

На рис. 5.5 видно, что нагрузку на элемент удобно выражать в долях номинальной нагрузки. Эта относительная величина называется *коэффициентом нагрузки*  $\gamma$ :

для конденсаторов

$$\gamma = U_{\text{раб}} / U_{\text{ном}},$$

где  $U$  — рабочее и номинальное напряжение соответственно;  
для резисторов

$$\gamma = W_{\text{раб}} / W_{\text{ном}},$$

где  $W$  — рабочая и номинальная мощность соответственно.

Иногда вместо графиков используют экспериментальные формулы и правила. Например, интенсивность отказов полупроводниковых приборов увеличивается в два раза при повышении окружающей температуры на  $10^\circ\text{C}$ .

При учете режимов работы можно оценить целесообразность применения резервирования по нагрузке. Иногда по вертикальной оси откладывается не интенсивность отказов  $\lambda$ , а значения коэффициента типа элемента  $k_i = \lambda_i / \lambda_o$ , где  $\lambda_o$  — интенсивность отказов основного элемента расчета. В тех случаях, когда можно выделить несколько видов нагрузки, применяют один из двух приемов:

1) подбирают экспериментальные зависимости:

$$\lambda = \varphi(\lambda_o, t^\circ, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n),$$

где  $\lambda_0$  — интенсивность отказов при номинальных условиях;  $t^\circ$  — температура окружающей среды;  $\gamma_1, \dots, \gamma_n$  — относительные нагрузки различных видов;

2) выделяют типовые режимы применения, нумеруют эти режимы в порядке ужесточения и строят зависимости интенсивности отказов объекта от номера режима работы.

Например, для электронных ламп учет влияния условий работы сложнее, чем для конденсаторов и резисторов. Здесь приходится учитывать как коэффициент нагрузки в цепи накала  $\lambda_1$ , так и коэффициент нагрузки в цепях электродов  $\lambda_2$ . При этом желательно учесть взаимное влияние этих цепей. В общем случае интенсивность отказов электронной лампы в определенном режиме работы можно считать зависящей от значения интенсивности отказов  $\lambda_0$  при номинальном режиме, температуры  $t^\circ$  окружающей среды и значений  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ :

$$\lambda = f(\lambda_0, t^\circ, \gamma_1, \gamma_2).$$

Для практических расчетов значения  $\lambda$  можно вычислять по формуле

$$\lambda = (1 + C_1 + C_2)\lambda_0,$$

где  $C_1, C_2$  — поправки, значение;  $C_1$  — поправка, которая зависит от  $\gamma_1$ , а  $C_2$  — от  $\lambda_2$  и  $t^\circ$ . При этом коэффициент  $\gamma_1$  равен отношению рабочего напряжения накала к номинальному напряжению, а  $\lambda_2$  определяется по формуле

$$\gamma_2 = \frac{W_n + W_a + W_c}{W_{n.ном} + W_{a.ном}}, \quad (5.10)$$

где  $W_n, W_a, W_c$  — мощности, рассеиваемые в цепи накала, анода и сетки;  $W_{n.ном}$  и  $W_{a.ном}$  — номинальные мощности рассеивания в цепях накала и анода. Зависимость поправок  $C_1$  от  $\gamma_1$  и  $C_2$  от  $\gamma_2$  и  $t^\circ$  приведена на рис. 5.6.

Другой путь изображения приближенной зависимости интенсивности отказов электронных ламп от условий их применения состоит в том, что выделяются типовые режимы, каждому из которых соответствуют определенные условия работы лампы. Эти режимы нумеруются в порядке ужесточения условий работы. По статистическим данным об отказах ламп находится зависимость интенсивности отказов ламп от номера режима их работы. Пример такой зависимости приведен на рис. 5.7.

При построении графика, изображенного на рис. 5.7, влияние изменений напряжения накала электронных ламп на их интенсивность отказов не учитывалось.

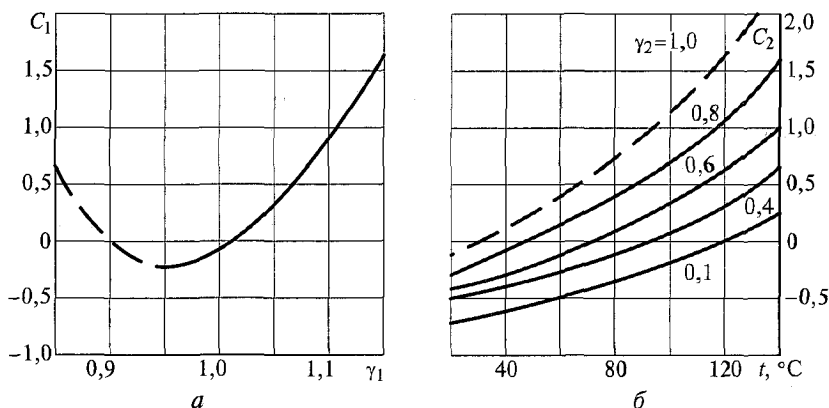


Рис. 5.6. Зависимость интенсивности отказов электронных ламп от действующих нагрузок:

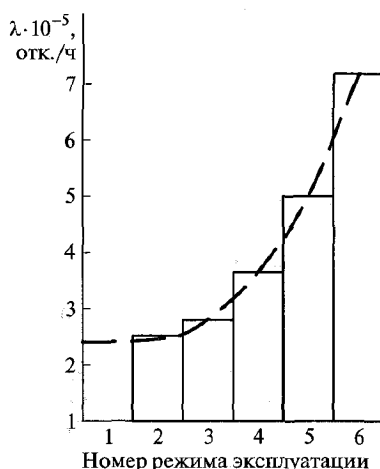
$a$  — график поправки  $C_1$ ;  $b$  — график поправки  $C_2$

В методе, учитывающем разброс значений параметров, принимаются во внимание разброс режимов работы или хранения. Возможности использования этого метода при составлении технических заданий на проектируемое изделие ограничены малым объемом информации о будущем изделии.

Таким образом, показатель надежности проектируемого изделия определяется по показателю надежности прототипа. Этот показатель может измениться с учетом тактических, моральных, политических факторов.

Рис. 5.7. Зависимость интенсивности отказов электронных ламп от жесткости (номера) режима работы:

1 — все значения напряжения и токов меньше 50 % номинальных значений, а рассеиваемые мощности по каждому электроду меньше 25 % номинальных значений;  
 2 — напряжения, токи и рассеиваемые мощности соответственно менее 75 и 50 %;  
 3 — напряжения, токи и рассеиваемые мощности соответственно менее 90 и 75 %;  
 4 — напряжения, токи и рассеиваемые мощности соответственно менее 90 и 90 %;  
 5 — одно из значений напряжения, тока или рассеиваемой мощности находится между 90 и 100 % номинального значения;  
 6 — одно из значений напряжения, тока или рассеиваемой мощности превышает 100 % номинального значения



При формулировании требований по надежности в ряде случаев целесообразно в техническом задании на проектирование указывать размер поощрения (повышение стоимости) за увеличение надежности заказываемого объекта.

**Уточнение норм надежности и выбор мероприятий по ее повышению.** Уточнение норм надежности проводится либо в конце формирования технического задания, либо в начале проектирования изделий. Ограничимся рассмотрением объектов, эффект от эксплуатации которых может быть определен экономически.

Средний суммарный эффект  $\Theta$  от эксплуатации объекта зависит от его себестоимости, показателей надежности, экономических показателей эксплуатации, к числу которых относятся:

экономический эффект от выполнения задания;

средние потери от отказа;

ущерб в единицу времени из-за вынужденного простоя объекта.

Повышение надежности объектов обычно ведет к увеличению его себестоимости. Вместе с тем эксплуатация более надежного изделия может обходиться дешевле, так как сокращаются ущербы из-за отказов, затраты на ремонт и профилактические работы. Поэтому необходимо устанавливать такие нормы надежности, которые обеспечивали бы максимальный экономический эффект.

Следует отметить, что затраты на повышение надежности изделий при производстве и дополнительные затраты на ремонт из-за недостаточной надежности их при эксплуатации производятся в разное время. Поэтому необходимо рассматривать приведенный к определенному моменту времени (обычно началу эксплуатации) средний экономический эффект  $\Theta_n$ . Чтобы получить конкретное выражение для  $\Theta_n$ , составляется экономическая модель функционирования объектов. Например, для неремонтируемых объектов, эффект от работы которых прямо пропорционален проработанному времени:

$$\Theta(t) = -(\beta_1 + \beta_2) + \gamma t, \quad (5.11)$$

где  $\beta_1$  — себестоимость объекта;  $\beta_2$  — затраты, связанные с отказом;  $\gamma$  — экономический эффект (доход) в единицу времени функционирования;  $t$  — наработка объекта. Среднее значение эффекта (дохода):

$$\bar{\Theta} = -(\beta_1 + \beta_2) + \gamma t_i, \quad (5.12)$$

где  $t_i$  — средняя наработка до отказа.

Перейдем к календарному времени, учитывая интенсивность эксплуатации коэффициентом  $v$ , равным доле времени использования объекта,



$$m_k = \frac{m_t}{v}. \quad (5.13)$$

Затраты, связанные с отказами, и экономический эффект считаем распределенными равномерно за время  $(0, m_k)$ . При этом доход в единицу времени

$$a = \frac{-\beta_2 + \gamma m_t}{m_{t_k}} \quad (5.14)$$

и приведенный эффект

$$\begin{aligned} \Theta_{\pi} &= -\beta_1 + \frac{-\beta_2 + \gamma m_t}{\chi m_{t_k}} (1 - e^{-\chi m_k}) = \\ &= -\beta_1 + \frac{v}{\chi} \left( \gamma - \frac{\beta_2}{v m_k} \right) (1 - e^{-\chi m_k}), \end{aligned} \quad (5.15)$$

где  $\chi$  — показатель качества функционирования системы.

Аналогичные выражения можно получить для других экономических моделей. Выбранные значения показателей надежности должны обеспечивать максимум  $\Theta_{\pi}$ .

При практическом применении методики для каждого мероприятия определяется величина

$$\Delta \Theta_{\pi i} = \Theta_{\pi i} - \Theta_{\pi}^0, \quad (5.16)$$

где  $\Theta_{\pi i}$  — средний приведенный эффект для этого изделия с учетом того, что осуществлено  $i$ -е мероприятие;  $\Theta_{\pi}^0$  — средний приведенный эффект для некоторого исходного варианта объекта.

После этого определяется мероприятие, с помощью которого обеспечивается максимальное приращение  $\Delta \Theta_{\pi i}$ . Вариант объекта с осуществлением этого мероприятия принимается за исходный, и описанный процесс повторяется вновь и т.д. Вычисления прекращаются, когда все  $\Delta \Theta_{\pi i}$  будут отрицательными. За оптимальное значение показателей надежности принимаются значения, достигнутые на предыдущем этапе процесса вычислений.

### 5.3. Распределение норм надежности системы по элементам

На начальном этапе проектирования процесс задания значений показателей надежности блоков и узлов системы проводится предварительно по имеющемуся в техническом задании значению показателя надежности всей системы. На этом этапе информация

о системе еще невелика, поэтому применяют ориентировочные расчеты. По мере появления новых сведений вычисленные ранее значения уточняются.

Существуют следующие способы предварительного распределения показателей надежности:

- 1) по принципу равнонадежности элементов;
- 2) с учетом существующего соотношения показателей надежности элементов;
- 3) с учетом перспектив совершенствования элементов;
- 4) с учетом стоимости проектирования, производства и эксплуатации элементов.

Выбор того или иного способа распределения показателей надежности зависит от имеющейся информации о проектируемом объекте.

Рассмотрим их на конкретных примерах.

**Пример 5.1.** Для проектируемого усилителя задана вероятность безотказной работы в течение  $t_1 = 2000$  ч, равная  $p_{yc} = 0,98$ . Усилитель состоит из трех равнонадежных последовательных каскадов. Необходимо задать значение интенсивности отказов одного каскада.

*Решение.* Поскольку каскады равнонадежны

$$p_{yc}(t) = [p_{\text{каскад}}(t)]^3; \lambda_{yc} = 3\lambda_{\text{каскад}}; mt_{yc} = \frac{1}{3} m_{\text{каскад}}.$$

В соответствии с условием примера

$$p_{yc}(t_1) \approx 1 - \lambda_{yc}t_1 = 0,98,$$

откуда интенсивность отказов усилителя составит,  $\text{ч}^{-1}$ :

$$\lambda_{yc} = \frac{1 - 0,98}{2000} = 10^{-5}.$$

Для одного каскада интенсивность отказов должна быть,  $\text{ч}^{-1}$ :

$$\lambda_{\text{каскад}} \leq \frac{10^{-5}}{3} = 3,3 \cdot 10^{-6}.$$

**Пример 5.2.** Проектируемый объект состоит из трех блоков  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ . Для безотказной работы объекта необходима безотказная работа всех блоков. Задана вероятность безотказной работы объекта в течение  $t_1 = 100$  ч, равная  $p_{об}(t_1) = 0,97$ .

Назначить требуемые значения интенсивностей отказов блоков  $\lambda_{A_1}$ ,  $\lambda_{B_1}$ ,  $\lambda_{C_1}$ , если при рассмотрении прототипа объекта установлено, что блоки  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ , аналогичные проектируемым, имеют интенсивности отказов  $\lambda_{A_0} = 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$ ;  $\lambda_{B_0} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$ ;  $\lambda_{C_0} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$ .

*Решение.* Для распределения значений показателей надежности по блокам учтем существующее соотношение интенсивностей отказов блоков

прототипа. При основном (последовательном на логической схеме) соединении блоков доля отказов объекта из-за отказов  $j$ -го блока

$$k_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_{\text{об}}},$$

где  $\lambda_{\text{об}}$  — общая интенсивность отказов системы (всего объекта);  $\lambda_j$  — интенсивность отказов  $j$ -го блока.

Коэффициент  $k_j$  можно найти по соотношению интенсивностей отказов прототипа:

$$k_j = \frac{\lambda_{j0}}{\sum_{j=1}^n \lambda_{j0}},$$

где  $n$  — число элементов.

В рассматриваемом случае

$$k_a = \frac{\lambda_{a_0}}{\lambda_{a_0} + \lambda_{b_0} + \lambda_{c_0}} = \frac{1}{12}; \quad k_b = \frac{\lambda_{b_0}}{\lambda_{a_0} + \lambda_{b_0} + \lambda_{c_0}} = \frac{2}{3}; \quad k_c = \frac{\lambda_{c_0}}{\lambda_{a_0} + \lambda_{b_0} + \lambda_{c_0}} = \frac{1}{4}.$$

Значение  $\lambda_{\text{об}}$ ,  $\text{ч}^{-1}$ , находим из соотношения

$$p_{\text{об}}(t_1) \approx 1 - \lambda_{\text{об}} t_1 = 0,97; \quad \lambda_{\text{об}} = \frac{1 - 0,97}{100} = 3 \cdot 10^{-4}.$$

Нормы надежности для блоков,  $\text{ч}^{-1}$ :

$$\lambda a_1 = k_a \lambda_{\text{об}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{12} = 2,5 \cdot 10^{-5};$$

$$\lambda b_1 = k_b \lambda_{\text{об}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{3} = 2,0 \cdot 10^{-4};$$

$$\lambda c_1 = k_c \lambda_{\text{об}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4} = 7,5 \cdot 10^{-4}.$$

**Пример 5.3.** Проектируемый объект состоит из двух блоков  $A$  и  $B$ . Для безотказной работы объекта необходимо, чтобы оба блока были в работоспособном состоянии. Задана вероятность безотказной работы объекта в течение  $t_1 = 100$  ч,  $p(t_1) = 0,98$ .

Назначить требуемые значения интенсивностей отказов блоков  $\lambda a_1$ ,  $\lambda b_1$ , если в результате анализа данных за 1998—2007 гг. известно, что изменение интенсивностей отказов блоков аналогичных  $A$  и  $B$  прототипов  $A_0$ ,  $B_0$  по годам выпуска может быть аппроксимировано формулой

$$\lambda = \lambda_{65} \exp[-v(l - 2003)],$$

где  $\lambda_{65}$  — интенсивность отказов изделия, выпущенного в 2003 г.;  $l$  — год выпуска блока.

Для блока  $A_0$   $\lambda_{A65} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$ ;  $v_A = 0,034 \text{ год}^{-1}$ .

Для блока  $B_0$   $\lambda_{B65} = 28 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$ ;  $v_B = 0,14 \text{ год}^{-1}$ .

**Решение.** Имеющееся соотношение показателей надежности блоков прототипа может значительно измениться за время проектирования и изготовления объекта. Экстраполируя значения интенсивностей отказов блоков-прототипов до 2012 г., получаем,  $\text{ч}^{-1}$ :

$$\lambda_{A80} = 1,4 \cdot 10^{-4} \exp[-0,034 \cdot 15] = 8,4 \cdot 10^{-5};$$

$$\lambda_{B80} = 28 \cdot 10^{-4} \exp[-0,14 \cdot 15] = 34 \cdot 10^{-5}.$$

Далее аналогично примеру 5.2 имеем:

$$k_A = \frac{\lambda_{A80}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{8,4 \cdot 10^{-5}}{8,4 \cdot 10^{-5} + 34,0 \cdot 10^{-5}} = 0,2;$$

$$k_B = \frac{\lambda_{B0}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{34,0 \cdot 10^{-5}}{8,4 \cdot 10^{-5} + 34,0 \cdot 10^{-5}} = 0,8;$$

$$\lambda_{06} = \frac{1 - 0,98}{100} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{a1} = k_{A1} \lambda_{06} = 0,2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{b1} = k_{B1} \lambda_{06} = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}.$$

**Пример 5.4.** Для системы, состоящей из четырех элементов, задано значение параметра потока отказов  $\omega_c = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$ . Для безотказной работы системы необходима безотказная работа всех элементов. Элементы пронумерованы 1, 2, 3, 4.

Распределить заданное значение параметра потока отказов между элементами. Запланированное время проектирования и производства системы  $\tau = 5$  лет, технический ресурс  $t_p = 20$  лет непрерывной работы. Вложения (затраты) в единицу времени (1 ч) проектирования и производства элементов предполагаются постоянными и для  $j$ -го элемента определяются по формуле

$$\mu_j = \frac{k_{nj}}{\omega_j} + \mu_{0j},$$

где  $\omega_j$  — параметр потока отказов  $j$ -го элемента;  $\mu_{0j}$  — затраты в единицу времени на проектирование и производство, не зависящие от надежности.

Значения  $k_{n1} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ р.отк./ч}^2$ ;  $k_{n2} = k_{n3} = k_{n4} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ р.отк./ч}^2$ ;  $\mu_{01} = \mu_{02} = \mu_{03} = \mu_{04} = 0$  определены по опыту проектирования аналогичных элементов.

Текущие эксплуатационные затраты в единицу времени также постоянны:

$$v_j = k_{a1} \omega_j + v_{0j}.$$

Значения  $k_{э1} = 4 \cdot 10^6$  р./отк.;  $k_{э2} = k_{э3} = k_{э4} = 1,7 \cdot 10^5$  р./отк.;  $v_{01} = v_{02} = v_{03} = v_{04} = 0$  установлены по результатам эксплуатации аналогичных элементов.

Общие затраты на проектирование, производство и эксплуатацию системы

$$C_c = \sum_{j=1}^n C_j,$$

где  $C_j$  — затраты на один  $j$ -й элемент;  $n$  — число элементов в системе.

*Решение.* Чтобы сравнивать затраты на проектирование, производство и эксплуатацию, их необходимо привести к одному моменту времени — началу эксплуатации элемента.

Приведенные эксплуатационные затраты

$$C_{эj} = \frac{v_j}{x} [1 - \exp(-xt_p)] = \beta_{0j} + \beta_j \omega_j,$$

где  $\beta_{0j} = \frac{v_0}{x} [1 - \exp(-xt_p)]; \beta_j = \frac{k_{эj}}{x} [1 - \exp(-xt_p)].$

Для производственных затрат

$$C_{пj} = \frac{\mu_j}{x} [\exp(x\tau) - 1].$$

Таким образом, приведенные производственные затраты

$$C_{пj} = \frac{1}{x} \left( \mu_{0j} + \frac{k_{пj}}{\omega_j} \right) [\exp(x\tau) - 1] = \alpha_{0j} + \frac{\alpha_j}{\omega_j},$$

где  $\alpha_{0j} = \frac{\mu_{0j}}{x} [\exp(x\tau) - 1]; \alpha_j = \frac{k_{пj}}{x} [\exp(x\tau) - 1].$

Таким образом, общие затраты на систему

$$C_c = \sum_{j=1}^n (\beta_{0j} + \alpha_{0j}) + \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j. \quad (5.17)$$

Поскольку требуется разделить между элементами заданное для системы значение параметра потока отказов  $\omega_c$ , все  $\omega_j$  при основном (последовательном на логической схеме) соединении элементов связаны соотношением

$$\sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_c = 0.$$

Задача может быть решена при различных видах функции

$$\varphi(\omega_1, \dots, \omega_n; \omega_c) = 0.$$

Когда эта зависимость имеет вид (5.17), решение упрощается.

Используя (5.17), можно найти значения всех  $\omega_j$ , при которых общие затраты на систему минимальны. Для этого целесообразно воспользоваться методом неопределенных множителей Лагранжа. Согласно этому методу составляем функцию

$$\Phi(\omega_1, \dots, \omega_n, \gamma) = \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j + \gamma \left( \sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_c \right),$$

где  $\gamma$  — неопределенный множитель. Далее приравниваем нулю частные производные этой функции по  $\omega_1, \dots, \omega_n$  и получаем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega_1} = -\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} + \beta_1 + \gamma = 0;$$

.....

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega_{1n}} = -\frac{\alpha_n}{\omega_n^2} + \beta_n + \gamma = 0.$$

Из этих уравнений находим

$$\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 = \frac{\alpha_2}{\omega_2^2} - \beta_2 = \dots = \frac{\alpha_n}{\omega_n^2} - \beta_n,$$

откуда

$$\omega_{j \text{ опт}} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}}. \quad (5.18)$$

Подставив выражение для  $\omega_j$  согласно (5.18) в соотношение (5.17), получим

$$\omega_j + \sum_{j=2}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}} - \omega_c = 0.$$

Это уравнение проще всего решить графически, переписав его в следующем виде:

$$A(\omega_1) = B(\omega_1), \quad (5.19)$$

$$\text{где } A(\omega_j) = \omega_c - \omega_1 - \sqrt{\frac{\alpha_2}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_2}}; \quad B(\omega_1) = \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}}.$$

Для графического решения уравнения (5.19) вычисляют и строят на графике зависимости  $A(\omega_1)$  и  $B(\omega_1)$ . Абсцисса точки пересечения кривых

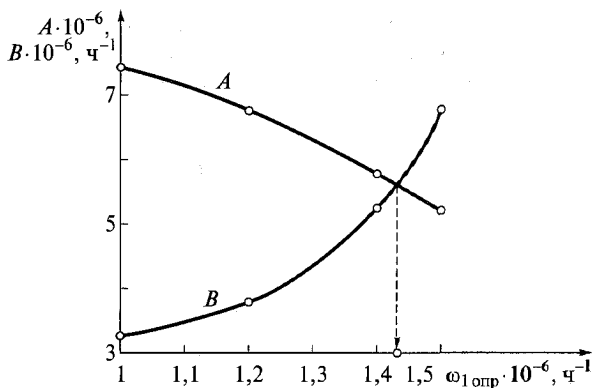


Рис. 5.8. Графики для вычисления  $\omega_{1\text{опт}}$

определит искомое значение  $\omega_{1\text{опт}}$  (рис. 5.8). Далее по формуле (5.18) последовательно определяются все значения  $\omega_{j\text{опт}}$ .

Для упрощения вычислений целесообразно переписать формулу (5.18) в виде

$$\left( \frac{\omega_j}{\omega_1} \right)_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_j}},$$

где  $h_j = \frac{\beta_j - \beta_1}{\alpha_1} \omega_1^2$ .

Для вычислений по формуле (5.18) можно построить номограмму (рис. 5.9). В правом квадранте осуществляется вычисление  $\sqrt{1/(1+h_j)}$ , в

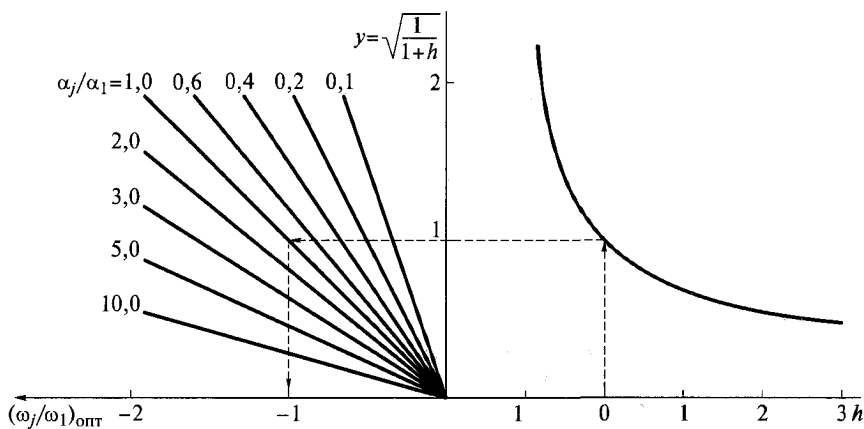


Рис. 5.9. Номограмма для вычисления отношения  $\omega_j/\omega_1$

левом квадранте производится умножение на  $\sqrt{\alpha_j}/\alpha_1$ . Ход вычислений по номограмме показан пунктирной линией со стрелками.

Выражения для  $A(\omega_1)$  и  $B(\omega_1)$  можно также записать в следующем виде:

$$A(\omega_1) = \omega_c - \omega_1 \left( 1 + \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_2}} \right); \quad (5.20)$$

$$B(\omega_1) = \omega_1 \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_j}}.$$

Поочередно задавая значения  $\omega_1$ , по номограмме можно находить значения произведения корней и использовать их согласно формуле (5.20).

Для рассматриваемого примера  $x = 13 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$  и

$$\alpha_1 = \frac{1,6 \cdot 10^{-4}}{13 \cdot 10^{-6}} [\exp(13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 5) - 1] = 0,955;$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{13 \cdot 10^{-6}} [\exp(13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 5) - 1] = 1,78;$$

$$\beta_1 = \frac{4 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^{-6}} \{1 - \exp[-13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 20]\} = 2,76 \cdot 10^{11} \text{ р.} \cdot \text{ч/отк.};$$

$$\begin{aligned} \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 &= \frac{1,7 \cdot 10^{-5}}{13 \cdot 10^{-6}} \{1 - \exp[-13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 20]\} = \\ &= 1,17 \cdot 10^{10} \text{ р.} \cdot \text{ч/отк.}; \end{aligned}$$

$$h_2 = \frac{1,17 \cdot 10^{10} - 2,76 \cdot 10^{11}}{0,955} \omega_1^2 = -2,77 \cdot 10^{11} \omega_1^2.$$

Используя формулу (5.20), строим в одних осях координат графики зависимости  $A(\omega_1)$  и  $B(\omega_1)$  (см. рис. 5.9). Абсцисса точки пересечения кривых дает  $\omega_{\text{опт}} = 1,43 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ . Далее по номограмме:

$$\omega_{2\text{опт}} = \omega_{3\text{опт}} = \omega_{4\text{опт}} = 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}.$$

## Контрольные вопросы

1. Какие мероприятия по обеспечению надежности проводятся на этапе составления технических заданий на проектирование изделий?
2. Как осуществляется выбор и обоснование принципов технического обслуживания?
3. Какие существуют принципы выбора показателей надежности?
4. Как влияет назначение объекта на выбор нормируемых показателей его надежности?
5. Как учитываются технические характери-



стики проектируемых объектов при назначении норм их надежности?

**6.** Как проводится корректировка норм надежности с учетом технического прогресса? **7.** Какие существуют методы пересчета показателей надежности, учитывающие изменение работы объекта? **8.** Как производится уточнение норм надежности и выбор мероприятий по ее повышению? **9.** Как проводится распределение норм надежности системы по ее элементам?

## МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

---

### 6.1. Расчет надежности систем по последовательно-параллельным логическим схемам

При этом методе расчета структура системы изображается в виде специальной логической схемы, характеризующей состояние (работоспособное или неработоспособное) системы в зависимости от состояний отдельных элементов. На логических схемах обычно применяют три вида соединений элементов.

*Последовательное (основное) соединение* соответствует случаю, когда при отказе элемента отказывает вся система; наработка до отказа системы равна наработке до отказа того элемента, у которого она оказалась минимальной:

$$T_c = \min(T_j), j = 1, 2, \dots, n,$$

где  $n$  — число элементов системы.

*Параллельное нагруженное соединение* соответствует случаю, когда система сохраняет работоспособность, пока работоспособен хотя бы один элемент из  $k$  включенных в работу; наработка до отказа системы равна максимальному из значений наработки до отказа элементов:

$$T_c = \max(T_j), j = 1, 2, \dots, k.$$

*Параллельное ненагруженное соединение* соответствует случаю, когда при отказе элемента включается в работу очередной резервный элемент и таким путем система сохраняет работоспособность; наработка до отказа системы равна сумме наработок до отказа элементов.

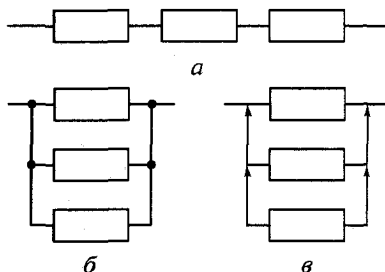
На рис. 6.1 приведены обозначения трех видов соединений на логических схемах для расчета надежности.

После составления логической схемы рассчитывают и уточняют значения показателей надежности элементов, а затем вычисляют значение показателя надежности системы. Рассмотрим содержание каждой из этих операций.

Составление логической схемы для расчета надежности системы проводится в три этапа. Первый этап состоит в описании

Рис. 6.1. Три вида соединений на логических схемах для расчета надежности:

*a* — последовательное (основное); *б* — параллельное нагруженное; *в* — параллельное ненагруженное



работы системы. Рассматривается как функционирует система в течение заданного времени, какие блоки включены, в чем состоит работа каждого блока и т.д. На этом этапе определяется содержание термина «безотказная работа системы». По результатам исследования различных сторон работы системы составляется перечень свойств исправной системы.

На втором этапе осуществляется классификация отказов элементов и систем. Перечисляются и описываются возможные отказы всех элементов по отдельности и системы в целом. При этом формулируются определения отказов элементов и системы. Оценивается влияние отказа каждого из элементов на работоспособность системы.

На третьем (основном) этапе составляется структурная (логическая) модель безотказной работы системы. Для этого рассматривается поведение системы при отказе каждого из составляющих ее элементов. Часто при отказе одного элемента отказывает вся система, но это бывает не всегда. Возможны случаи, когда система продолжает работать при определенной комбинации работоспособных и неисправных элементов. Поэтому в общем случае выделяются подсистемы (блоки), в которых при отказе хотя бы одного элемента отказывает весь блок. Для каждого такого блока расчет функции надежности ведется, как описано ниже. Каждый из выделенных блоков нумеруется или обозначается буквой. Далее перечисляются комбинации, блоков, обеспечивающие безотказную работу системы.

При составлении логической схемы необходимо подробно анализировать последствия, к которым приводит отказ элемента, особенно если в системе есть несколько одинаковых элементов. Например, если на общую сеть работают два генератора мощностью  $P$  каждый, то возможны несколько вариантов расчета надежности этой схемы:

1) обязательно требуется полная мощность  $2P$ , и снижение мощности или двойная перегрузка генератора при отказе одного из них недопустимы: генераторы соединяются на логической схеме последовательно;

2) при отказе одного из генераторов можно отключить мало-важные потребители энергии, чтобы нагрузка на генератор по-прежнему равнялась  $P$ ; генераторы соединяются на логической схеме параллельно;

3) при отказе одного из генераторов оставшийся работоспособ-ным работает со значительной перегрузкой, при этом значение параметра потока отказов генератора значительно больше, чем при номинальном режиме. Этот случай соответствует пассивному резервированию с перераспределением нагрузки.

Не следует забывать включать в число элементов системы электрические соединения пайкой, сжатием и сваркой, а также другие виды соединений (штепсельные и пр.). Обычно на элек-трические соединения приходится 10...50 % общего числа от-казов.

## **6.2. Выбор значений показателей надежности элементов**

В зависимости от стадии проектирования, на которой выпол-няется расчет надежности, можно выделить три этапа выбора значений показателей надежности элементов.

1. Предварительный расчет надежности системы проводится при решении вопроса о принципах построения структурной схемы системы. Обычно систему, предназначенную для решения какой-либо определенной задачи, можно создать различными путями. При выборе пути решения поставленной задачи нужно сравнить различные варианты системы по их характеристикам, в том числе и по надежности. На этом этапе проектирования сведений об устройстве системы недостаточно, и поэтому расчет является весьма приближенным.

Вначале необходимо определить число элементов каждого ти-па в блоках рассматриваемого варианта системы. При этом учи-тываются только те элементы, при отказе которых система выхо-дит из строя. Так как принципиальных схем блоков проектируемой системы еще нет, то количество различных элементов в этих бло-ках можно определить путем сравнения с аналогичными, ранее разработанными блоками. Отдельные узлы структурной схемы часто бывают стандартными и имеют определенное число элемен-тов каждого типа.

Затем по справочникам следует выбрать значения показателей надежности применяемых элементов, например средние интен-сивности отказов. Значения интенсивности отказов одноименных элементов могут иметь значительный разброс. При этом большую роль играют качество элемента и условия его применения, а так-

же количество и качество информации об отказах. Поэтому целесообразно иметь справочные данные об элементах примерно одинаковой аппаратуры, работающих в условиях, близких к ожидаемым для проектируемой аппаратуры. Иначе говоря, здесь необходима, как и во всяком другом деле, преемственность.

При отсутствии сведений о значениях интенсивностей отказов элементов рассматриваемой системы можно использовать табличные данные об интенсивностях отказов элементов других аналогичных систем. Эти данные пересчитываются на условия работы системы методом коэффициентов.

Поскольку на рассматриваемом этапе расчета неизвестны типы и марки элементов и режимы их работы, то часто оказывается целесообразным рассчитать надежность для двух крайних значений интенсивностей отказов элементов. При этом вычисляются два значения интенсивности отказов системы  $\lambda_{\min}$  и  $\lambda_{\max}$  и определяются соответственно две функции надежности  $p_{\min}(t)$  и  $p_{\max}(t)$ .

Истинное значение интенсивности отказов или вероятности безотказной работы лежит между вычисленными минимальным и максимальным значениями.

2. На втором этапе расчета надежности системы подбор типов элементов выполняется по уточненной принципиальной схеме системы. При этом значения  $\lambda$  одноименных элементов не принимаются средними, а выбираются конкретными для элементов различных типов и марок.

Поскольку выбор элементов системы конструктор выполняет не только по их надежности, а руководствуется при этом рядом других соображений, например стоимостью, объемом, то и на этом этапе проектирования обычно необходим расчет нескольких вариантов системы, причем обычно один вариант отличается от другого марками (качеством) применяемых элементов. Выбор наиболее надежных элементов часто также связан с рассмотрением различных схем одной и той же системы.

На этом этапе расчета надежности уточняются также условия работы системы (температура, давление, вибрация, агрессивность химической среды и т. д.) и выбираются соответствующие этим условиям работы типы и марки элементов. Для правильного выбора элементов желательно иметь графики или таблицы, характеризующие зависимость средней интенсивности отказов элементов различных типов и марок от их конструктивных особенностей и условий применения. При этом стараются учесть режимы работы элементов. Здесь могут быть использованы графические зависимости интенсивности отказов элементов от конкретных параметров режимов работы (температура, электрическая нагрузка и т. д.).

В процессе расчета надежности системы с учетом режимов работы элементов целесообразно составлять таблицы вида табл. 6.1.

Таблица 6.1

Элемент	Режим работы		Интенсивность отказов, ч <sup>-1</sup>
	Температура, °С	Коэффициент нагрузки	
Резистор	55	0,5	$9 \cdot 10^{-7}$
Конденсатор	55	0,75	$4 \cdot 10^{-7}$

При более сложных расчетах учитываются теплоизлучение соседних элементов, обусловленные компактностью монтажа, снижение номинальных значений нагрузки и ряд других факторов. Следует отметить, что не всегда целесообразно усложнять расчет в погоне за неоправданной и недостижимой точностью, которая в основном определяется точностью входных данных.

При наличии созданных макетов проектируемых электронных схем целесообразно провести их лабораторные испытания, в ходе которых специально вводят грубые отказы (например, обрыв и короткое замыкание элементов). При этом оценивают влияние отказов элементов на работоспособность объекта в целом и уточняют логическую схему расчета надежности. В ходе испытаний может быть обнаружено, что при отказах отдельных элементов работоспособность объекта сохраняется, но оставшиеся работоспособными элементы будут работать в других режимах и иметь измененные интенсивности отказов.

При последовательном логическом соединении вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы элементов, а функция надежности системы

$$p_c(t) = \prod_{j=1}^n p_j(t), \quad (6.1)$$

где  $p_j(t)$  — функция надежности  $j$ -го элемента.

Отсюда интенсивность отказов системы из  $n$  элементов

$$\lambda_c = \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad (6.2)$$

(предполагается, что интенсивности отказов элементов постоянны).

Соответственно средняя наработка системы до отказа

$$m_{tc} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{m_{tj}}}, \quad (6.3)$$

где  $m_{tj}$  — средняя наработка до отказа  $j$ -го элемента.

Для параллельного нагруженного логического соединения вероятность отказа системы равна произведению вероятностей отказа элементов, функция ненадежности системы

$$q_c(t) = \prod_{j=1}^k q_j(t), \quad (6.4)$$

где  $q_j(t)$  — функция ненадежности  $j$ -го элемента.

Поскольку  $q_c(t) = 1 - p_c(t)$ , то

$$p_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^k [1 - p_j(t)].$$

В этом случае речь идет о нагруженном резервировании, когда основные и резервные элементы находятся в одинаковых рабочих условиях. При одинаково надежных  $k$  элементах

$$p_k(t) = e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!}. \quad (6.5)$$

При расчете резервированных систем особое внимание необходимо обращать на возможность организации профилактических осмотров.

Вычисление функции надежности системы иногда ведется для двух крайних значений  $\lambda_{\min}$  и  $\lambda_{\max}$  элементов. Когда значения  $p_c$  близки к единице, удобно использовать приближенные формулы:

$$\prod_{j=1}^n p_j(t) \approx 1 - t \sum_{j=1}^n \lambda_j; \quad (6.6)$$

$$\prod_{j=1}^k q_j(t) \approx t^k \prod_{j=1}^k \lambda_j. \quad (6.7)$$

Общий недостаток этого приближенного расчета надежности — малая и недостоверная информация о надежности типовых элементов.

Расчеты надежности при проектировании целесообразно завершить моделированием процессов появления отказов систем и испытанием первых опытных образцов. В ходе моделирования выявляются интенсивности отказов систем из-за постепенных изменений параметров элементов. При испытаниях уточняются действующие на элементы нагрузки и данные о надежности отдельных элементов.

### 6.3. Коэффициентный способ расчета

Этот способ используют, когда известно достоверное значение интенсивности отказов лишь одного элемента системы.

Предполагается, что при различных режимах работы справедливо соотношение

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_0} = k_i, \quad (6.8)$$

где  $\lambda_i$  — интенсивность отказов рассматриваемого элемента;  $\lambda_0$  — достоверно известная интенсивность отказов одного элемента (основного элемента расчета).

Значения коэффициентов  $k_i$ , найденные путем анализа данных по интенсивностям отказов различных элементов, приведены в табл. 6.2. При вычислении этих коэффициентов за основной элемент расчета были приняты резисторы. Чтобы учесть неточность допущения формулы (6.8), в табл. 6.2 приведены максимальные и минимальные значения коэффициентов  $k_i$ .

Значения  $k_{i\min}$  и  $k_{i\max}$  являются приближенными. При расчете надежности конкретной системы желательно таблицу коэффициентов  $k_i$  уточнить, особенно для элементов, у которых  $k_{i\max}$  значительно отличается от  $k_{i\min}$ .

Для определения значений интенсивностей отказов элементов системы необходимо значение  $\lambda_0$  интенсивности отказов основного элемента расчета (в данном случае резистора) умножить на соответствующее значение коэффициента  $k_i$ . Этим коэффициентный способ расчета надежности отличается от изложенного выше.

Таблица 6.2

Элемент	$k_{i\min}$	$k_{i\max}$	Элемент	$k_{i\min}$	$k_{i\max}$
Электровакuumный прибор	18,3	26,6	Селеновые и купросные выпрямители	16,7	20
Генераторная лампа	70	77	Электродвигатель	17	22
Конденсатор	0,33	0,61	Преобразователь	3,3	5,5
Резистор	1	1	Гироскоп	97,5	100
Потенциометр	7,2	12	Штепсельные разъемы	10,7	15,3
Полупроводниковый диод	11,7	15,4			



При допущении (6.8), используя формулы (6.1) и (6.2), можно написать:

$$p_c(t) = \exp\left(-t\lambda_0 \sum_{l=1}^d N_l k_l\right), \quad (6.9)$$

или

$$p_c(t) = \exp(-t\lambda_c), \quad (6.10)$$

где

$$\lambda_c = \lambda_0 \sum_{l=1}^d N_l k_l. \quad (6.11)$$

Здесь  $N_l$  — число элементов  $l$ -го типа;  $d$  — число типов элементов.

При коэффициентном способе расчета надежности также вычисляются два значения интенсивности отказов системы  $\lambda_{c\min}$  и  $\lambda_{c\max}$ , соответствующие крайним значениям коэффициентов  $k_l$  всех элементов системы. Если вместо функций надежности построить зависимости вероятности безотказной работы в функции  $\lambda_0 t$ , то полученные зависимости можно считать инвариантными в отношении условий эксплуатации системы. Действительно, на основании допущения (6.8) при изменении условий эксплуатации системы будет изменяться лишь интенсивность отказов  $\lambda_0$  основного элемента расчета, т.е. будет меняться лишь масштаб по оси абсцисс зависимости  $p(\lambda_0 t)$ .

Для сравнения вариантов системы по надежности при коэффициентном способе ее расчета нет необходимости знать  $\lambda_0$ . Условно обозначив варианты системы как  $Z$  и  $Y$ , получим согласно (6.11)

$$\frac{\Lambda_z}{\Lambda_y} = \frac{\sum_{l=1}^{d_1} N_{zl} k_l}{\sum_{l=1}^{d_2} N_{yl} k_l}, \quad (6.12)$$

где  $d_1, d_2$  — число типов элементов в системах  $Z$  и  $Y$ ;  $N_{zl}, N_{yl}$  — число элементов типа  $l$  в соответствующей системе.

#### 6.4. Расчет систем с неодновременно работающими элементами

В некоторых системах в различные промежутки времени работает лишь часть элементов (блоков). В ряде случаев это необхо-

димо учитывать при расчете надежности. Особенно часто такие задачи встречаются при расчете надежности аппаратуры, работающей циклами, когда отдельные блоки этой аппаратуры последовательно выполняют те или иные операции.

Чтобы система с неодновременно работающими элементами безотказно выполняла свои функции, необходимо, чтобы все ее элементы безотказно работали соответствующее заданное время (наработку). При допущении о независимости первичных отказов элементов вероятность безотказной работы системы, состоящей из  $n$  элементов, в течение заданного времени  $(t_0, t_0 + \Delta t')$

$$p_c(t_0, \Delta t') = \prod_{j=1}^n p_j(t_{0j}, \Delta t'_j), \quad (6.13)$$

где  $p_j(t_{0j}, \Delta t'_j)$  — вероятность безотказной работы  $j$ -го элемента в течение времени включения этого элемента  $\Delta t'_j = t_j - t_{0j}$ , найденная в предположении, что в момент времени включения  $t_{0j}$  этот элемент работоспособен.

Таким образом, время  $\Delta t'$  отсчитывается с момента времени  $t_0$  включения системы; время  $\Delta t'_j$  — с момента времени  $t_{0j}$  включения  $j$ -го элемента;  $t_j, t_{0j}, t_j$  отсчитываются с начала эксплуатации системы.

Зависимость (6.13) можно выразить через интенсивности отказов элементов:

$$p(t_0, \Delta t') = \exp \left( - \sum_{j=1}^n \int_{t_{0j}}^{t_{0j} + \Delta t'_j} \lambda_j(t) dt \right). \quad (6.14)$$

Когда интенсивности отказов каждого элемента постоянны, то

$$p(t_0, \Delta t') = \exp \left( - \sum_{j=1}^n \lambda_j \Delta t'_j \right).$$

При вычислении надежности системы с неодновременно работающими элементами целесообразно сначала построить график времени работы системы. Пусть система состоит из четырех блоков и имеет график времени работы блоков, изображенный на рис. 6.2. При этом в формуле (6.14)  $t_{01} = t_{02} = t_0$ ,  $t_{03} = t_0 + \Delta t'_1$ ,  $t_{04} = t_0 + \Delta t'_1 + \Delta t'_3$ . Вероятность безотказной работы этой системы в течение цикла  $(t_0, t_0 + \Delta t')$  будет описываться следующим уравнением:

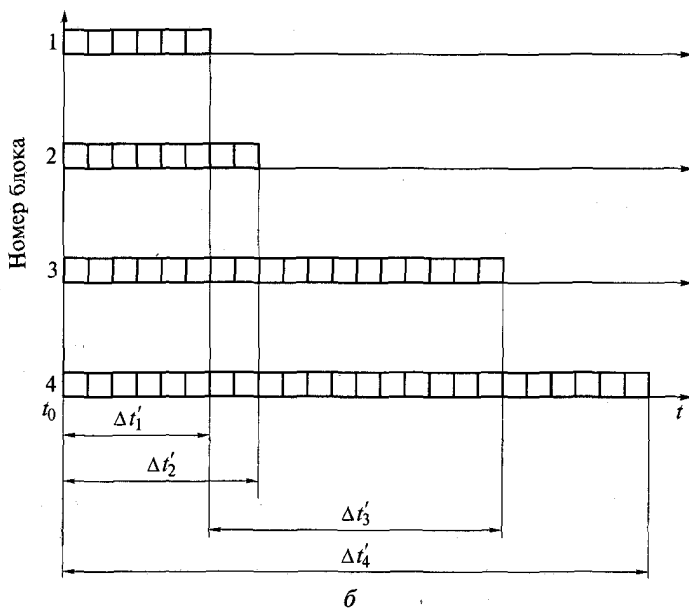
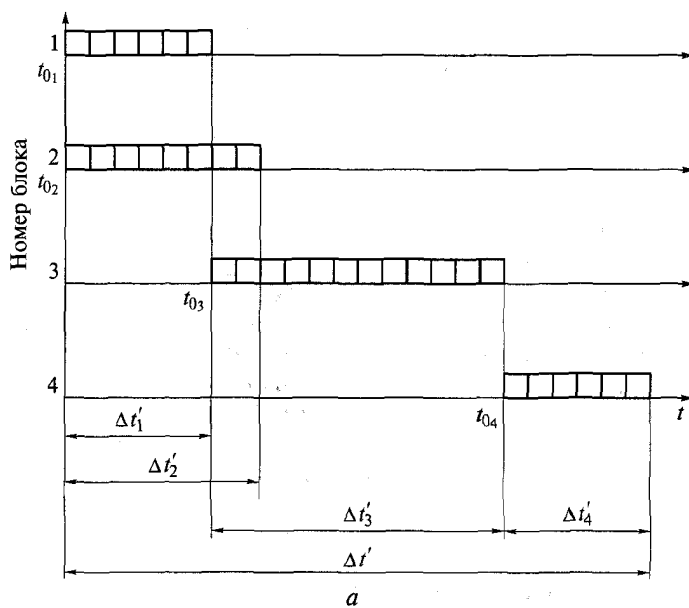


Рис. 6.2. Графики времени работы элементов (блоков) системы:  
 а — при работоспособности всех элементов в момент включения; б — при воз-  
 можной неисправности отдельных элементов

$$p(t_0, \Delta t') = \exp \left[ - \int_{t_{01}}^{t_{01} + \Delta t'_1} \lambda_1(t) dt - \int_{t_{02}}^{t_{02} + \Delta t'_2} \lambda_2(t) dt - \right. \\ \left. - \int_{t_{03}}^{t_{03} + \Delta t'_3} \lambda_3(t) dt - \int_{t_{04}}^{t_{01} + \Delta t'_4} \lambda_4(t) dt \right].$$

Графики времени работы элементов, показанные на рис. 6.2, а, составляются, когда имеется полная уверенность в том, что в момент включения элемент работоспособен.

В ряде случаев все элементы системы (как работающие, так и ожидающие включения) находятся примерно в одинаковых условиях эксплуатации. Если нельзя организовать проверку элементов перед включением с мгновенной заменой неисправных элементов, то график времени работы элементов той же системы в этом случае будет иметь вид, как на рис. 6.2, б. Согласно этому графику  $t_{01} = t_{02} = \dots = t_{04} = t_0$ .

## 6.5. Учет цикличности работы аппаратуры

Влияние циклического режима работы аппаратуры на ее надежность исследовано недостаточно. Принято считать, что увеличение числа включений и выключений увеличивает число отказов аппаратуры. Существует приближенная эмпирическая формула, связывающая общую интенсивность отказов  $\Lambda_o$ , интенсивность отказов при непрерывной работе  $\Lambda_n$ , ч<sup>-1</sup>, интенсивность отказов на цикл «включено — выключено»  $\Lambda_{ц}$ , цикл<sup>-1</sup>, и число циклов включения  $f$  за 1 ч непрерывной работы:

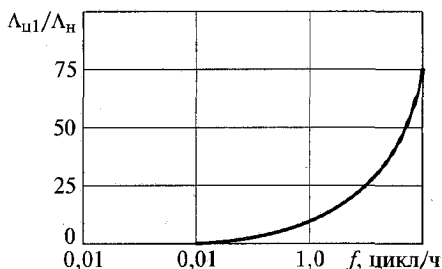
$$\Lambda_o \approx \Lambda_n + \Lambda_{ц} f. \quad (6.15)$$

Отношение  $C_{ц} = \Lambda_{ц} / \Lambda_n$ , ч/цикл, обычно принимается в определенных пределах изменения  $f$  постоянным. При этом формула (6.15) приобретает следующий вид:

$$\Lambda_o \approx \Lambda_n (1 + C_{ц} f).$$

Для корабельной электронной аппаратуры  $C_{ц} = 8$  ч/цикл при  $f = 0 \dots 1,3$  цикл/ч. Для авиационной аппаратуры  $C_{ц} = 10$  ч/цикл. Сравнительно большие значения  $C_{ц}$  для корабельной и авиационной электронной аппаратуры объясняются, по-видимому, увеличенным числом отказов элементов при их частом разогревании и охлаждении в условиях вибрации. В стационарной электронной аппаратуре, где вибрации отсутствуют, значение  $C_{ц}$  будет меньшим.

Рис. 6.3. Зависимость отношения интенсивностей отказов при циклической работе  $\Lambda_{цл}$  и непрерывном режиме работы  $\Lambda_n$  от частоты  $f$  включений



На рис. 6.3 приведен экспериментальный график изменения отношения интенсивности отказов при циклическом режиме  $\Lambda_{цл}$ ,  $ч^{-1}$  (при этом  $\Lambda_{цл} = \Lambda_n f$ ), к интенсивности отказов при непрерывной работе  $\Lambda_n$  в зависимости от частоты включения  $f$ , цикл/ч. Согласно рис. 6.3 это отношение при  $f < 0,125$  (1 цикл за 8 ч работы) меняется довольно медленно. При  $f > 1$  преобладают отказы, вызванные циклическим режимом работы.

Работа аппаратуры в непрерывном режиме ведет к уменьшению интенсивности отказов. Однако это может вызвать увеличение числа отказов на единицу календарного времени по сравнению с включением аппаратуры по необходимости, когда требуется. Например, если аппаратуру, которая должна работать по 4 ч/день, оставить работать в непрерывном режиме круглые сутки, то число отказов за календарное время будет значительно большим, чем в случае включения на 4 ч.

## 6.6. Применение формулы полной вероятности при расчете надежности систем

При применении формулы полной вероятности учитываются гипотезы  $H_1, H_2, \dots, H_n$ , которые представляют собой несовместимые события, образующие полную группу. Вместе с одним из этих событий может произойти рассматриваемое событие  $X$  — безотказная работа системы в течение заданной наработки  $(0, t_f)$ . Вероятность появления события  $X$  равна сумме произведений вероятности каждой гипотезы  $p(H_j)$  на условную вероятность  $p(X|H_j)$  события при этой гипотезе:

$$p(X) = \sum_{j=1}^n p(H_j) p(X | H_j). \quad (6.16)$$

При использовании формулы полной вероятности для расчета надежности выбирается определенная группа элементов логической схемы и формируются гипотезы о том, что же произошло с этой

группой элементов в течение заданной наработки. Гипотезы могут являться сложными событиями. В каждой из гипотез учитывается, что для любого элемента рассматриваемой группы возможными исходами являются либо безотказная работа, либо отказ.

При вычислении условной вероятности безотказной работы системы  $p(X|H_j)$  при гипотезе  $H_j$  предполагается, что произошли определенные события (безотказная работа или отказ одного или нескольких элементов) и рассматриваются соответствующие условные логические схемы.

В качестве примера применения формулы полной вероятности рассмотрим расчет надежности системы, для расчета надежности которой логическая схема приведена на рис. 6.4. Рассмотрим группу элементов 1 и 3. Здесь возможны четыре гипотезы о состояниях элементов: оба элемента остались работоспособными; элемент 1 отказал, элемент 3 остался работоспособным; элемент 1 остался работоспособным, элемент 3 отказал; оба элемента отказали. Гипотезы и соответствующие им вероятности приведены в табл. 6.3.

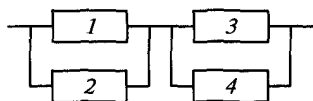


Рис. 6.4. Логическая схема для расчета надежности системы:

1—4 — элементы схемы

Таблица 6.3

Гипотеза	Состояние элемента		Вероятность гипотезы $p(H_j)$	Условная вероятность безотказной работы системы при гипотезе $H_j p(X H_j)$
	Элемент 1	Элемент 3		
$H_1$	1	1	$p_1 p_3$	1
$H_2$	0	1	$(1 - p_1) p_3$	$p_2$
$H_3$	1	0	$p_1 (1 - p_3)$	$p_4$
$H_4$	0	0	$(1 - p_1)(1 - p_3)$	$p_2 p_4$

*Примечание.* Знаком 1 обозначено работоспособное состояние элемента; 0 — неработоспособное состояние элемента.

Подставив выражения для  $p(H_j)$  и  $p(X|H_j)$  в формулу (6.16), после преобразований получим выражение для вероятности безотказной работы системы:

$$\begin{aligned}
 p_c = & p_1 p_3 + (1 - p_1) p_3 p_2 + p_1 (1 - p_3) p_4 + \\
 & + (1 - p_1)(1 - p_3) p_2 p_4 = p_1 p_3 + p_2 p_3 + p_1 p_4 + p_2 p_4 - \\
 & - (p_1 p_2 p_3 + p_1 p_3 p_4 + p_1 p_2 p_4 + p_2 p_3 p_4) + p_1 p_2 p_3 p_4.
 \end{aligned} \quad (6.17)$$

Иногда удобно применять формулу полной вероятности для вычисления вероятности отказа рассматриваемой системы. В любом случае целью применения формулы полной вероятности является сокращение объема математических преобразований и вычислений.

## 6.7. Переход от логической схемы для расчета надежности к графу состояний системы

Такой переход бывает необходим в следующих случаях: при смене метода расчета надежности, при сопоставлении результатов расчетов, выполненных различными методами; для вычисления выигрыша в надежности при переходе от невосстанавливаемой к восстанавливаемой системе и в других случаях. Кроме того, составление графа состояний восстанавливаемой системы обычно облегчается, если предварительно составить логическую схему для расчета надежности системы, условно считая ее неремонтируемой.

Чтобы облегчить переход, целесообразно выделить типовые структуры графа состояний, соответствующие типовым соединениям на логической схеме для расчета надежности. Типовые структуры для неремонтируемых систем приведены в табл. 6.4. Для перехода к графам состояний соответствующих восстанавливаемым систем необходимо в графе состояний, изображенном в табл. 6.4, добавить стрелки с интенсивностями восстановлений элементов.

Из табл. 6.4 следует, что последовательному логическому соединению соответствует простой ветвящийся граф состояний системы; параллельному ненагруженному соединению — простой неветвящийся граф (последовательная цепочка состояний). Параллельному нагруженному соединению соответствует сложный граф треугольной структуры. Приведенные в табл. 6.4 графы состояний при нагруженном дублировании и двухкратной избыточности (три параллельно соединенных на логической схеме элемента) охватывают часто встречающиеся на практике случаи.

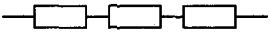
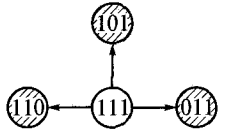
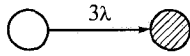

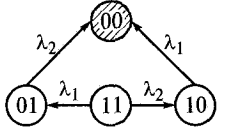
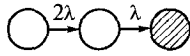
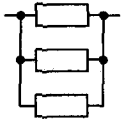
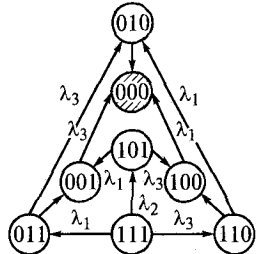
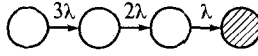
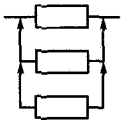
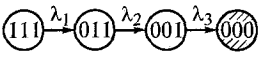
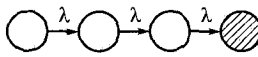
В табл. 6.4 различные состояния обозначены кодом, в котором число знаков равно числу элементов, место знака соответствует номеру элемента, 1 обозначает работоспособное состояние, 0 обозначает неработоспособное состояние элемента.

При равнонадежных элементах соответствующие графы состояний упрощаются. Особенно упрощается граф состояний, соответствующий параллельному нагруженному соединению на логической схеме. Вместе с тем именно при таком логическом соединении на практике часто применяются одинаковые равнонадежные элементы.

При построении графа состояний целесообразно учитывать типовые структуры (см. табл. 6.4).

При элементах с различной надежностью система переходит из начального состояния (все элементы работоспособны) к состояниям, каждое из которых соответствует неработоспособности одного из элементов, входящих в последовательные или параллельные нагруженные соединения на логической схеме; при этом

Таблица 6.4

Тип соединения на логической схеме для расчета надежности	Граф состояний	
	При элементах различной надежности	При равнонадежных элементах
		
		
		
		



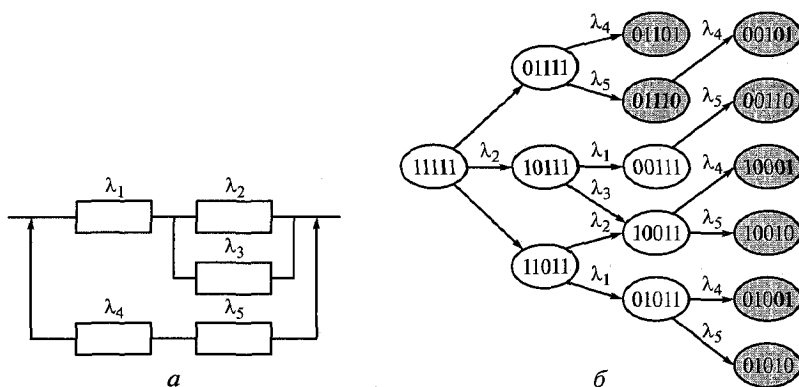


Рис. 6.5. Логическая схема для расчета надежности (а) и соответствующий ей граф состояний (б):

○ — работоспособное состояние; ● — неработоспособное состояние

остальные элементы работоспособны. При нагруженном дублировании пути графа сходятся к одному состоянию, соответствующему неработоспособности элементов ненагруженного резерва, и всегда расположены последовательно с состояниями, соответствующими неработоспособности действующих элементов.

Учитывая эти особенности структуры графа состояний, целесообразно осуществлять переход от логической схемы для расчета надежности к графу состояний в такой последовательности.

1. В логической схеме для расчета надежности выделяют соединения последовательно-параллельные (нагруженные) и параллельные ненагруженные, объединив элементы в соответствующие подсистемы. Например, для логической схемы рис. 6.5, а можно выделить основную (работающую) подсистему, состоящую из первого—третьего элементов, и подсистему в ненагруженном резерве, состоящую из четвертого и пятого элементов.

2. Строят граф состояний последовательно-параллельной подсистемы из  $n_1$  элементов, начиная с состояния, соответствующего работоспособности всех элементов. Каждое следующее состояние получается из предыдущего с помощью следующих правил:

все неработоспособные для данной подсистемы состояния являются конечными;

все работоспособные для данной подсистемы состояния являются промежуточными;

каждому промежуточному  $i$ -му состоянию соответствует  $n_{1-i}$  следующих состояний, различающихся неработоспособностью одного из элементов, бывших работоспособными при  $i$ -м состоянии системы;

новые состояния добавляются до тех пор, пока все состояния не станут конечными;

одинаковые состояния (т.е. совпадающие по состояниям элементов) объединяются.

3. По этим правилам строят графы состояний отдельно для нагруженных (работающих) подсистем и подсистем, находящихся в ненагруженном резерве.

4. Конечные состояния графа состояний нагруженной (работающей) подсистемы являются начальными вершинами графа для подсистемы, находящейся в ненагруженном резерве. К каждой из этих вершин необходимо подсоединить граф состояний ненагруженного резерва.

На рис. 6.5 приведен пример логической схемы для расчета надежности и соответствующего ее графа состояний.

## 6.8. Логико-вероятностный метод расчета надежности систем

Такое условное название получил метод расчета надежности систем, при котором математическая модель системы описывается с помощью функций алгебры логики (ФАЛ), т.е. функций, принимающих лишь два значения ( $y = 1$  или  $y = 0$ ) и определяемых различными наборами двоичных аргументов  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые также могут находиться лишь в двух несовместных состояниях ( $x_j = 1$  или  $x_j = 0$ ).

Символы  $x_1, x_2, \dots, x_n$  характеризуют состояния элементов, причем  $x_j = 1$  соответствует работоспособности элемента,  $x_j = 0$  соответствует его неработоспособности. Аналогично понимают символы  $y = 1, y = 0$  для системы.

Функцию алгебры логики, связывающую состояния элементов с состоянием системы, называют функцией работоспособности системы. Эту функцию составляют путем анализа физических особенностей работы системы.

Обычно имеют дело с монотонными ФАЛ, для которых при любых наборах  $\tilde{x} = (x_1, \dots, x_n)$  и  $\tilde{z} = (z_1, \dots, z_n)$ , таких, что  $x_j \leq z_j$ , имеет место соотношение  $y(\tilde{x}) \geq y(\tilde{z})$ .

Монотонными являются функции работоспособности систем, в которых замена неработоспособного элемента на работоспособный не может привести к отказу системы.

От логической функции работоспособности переходят к уравнению работоспособности в символах обычной алгебры. При этом используют следующие зависимости:

если  $x_1$  и  $x_2$  связаны операцией конъюнкции, то

$$x_1 \& x_2 = x_1 x_2;$$

если  $x_1$  и  $x_2$  связаны операцией дизъюнкции, то

$$x_1 \vee x_2 = x_1 + x_2 - x_1 x_2;$$

если  $x_1$  и  $x_2$  связаны операцией строго разделительной (исключающей) дизъюнкции («исключающее ИЛИ»), то

$$x_1 \vee x_2 = x_1 + x_2 - 2x_1 x_2.$$

При использовании этих зависимостей учитывают, что  $x_1 x_1 = x_1$ .

В уравнение работоспособности вместо обозначения простых событий  $x_j$  подставляют вероятности этих событий  $p_j$  и вычисляют вероятность  $p_c$  нахождения системы в работоспособном состоянии (в течение заданного интервала времени).

Например, для системы из трех элементов, логическая схема которой изображена на рис. 6.1, б (нагруженное резервирование), функция работоспособности имеет вид

$$y = x_1 \vee x_2 \vee x_3,$$

где 1, 2, 3 — номера элементов.

Уравнение работоспособности в символах обычной алгебры имеет следующий вид:

$$y = x_1 + x_2 + x_3 - (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) + x_1 x_2 x_3.$$

Выражение для вероятности безотказной работы за заданное время  $(0, t)$

$$p_c = p_1 + p_2 + p_3 - (p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3) + p_1 p_2 p_3.$$

Этот же результат можно получить непосредственно по логической схеме для расчета надежности:

$$\begin{aligned} p_c &= 1 - (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) = \\ &= p_1 + p_2 + p_3 - (p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3) + p_1 p_2 p_3. \end{aligned}$$

Достоинства логико-вероятностного метода расчета надежности:

1) можно применять при любой логической структуре системы (не только при последовательно-параллельных логических схемах);

2) можно применять при любых распределениях наработки до отказа.

Метод имеет два основных недостатка: 1) не всегда удается составить логическую функцию работоспособности, достаточно точно соответствующую рассматриваемой системе; 2) для сложных систем преобразования ФАЛ становятся очень громоздкими.

Метод нашел применение для расчета надежности систем, в которых работоспособное состояние связано с наличием электри-

ческой проводимости между входом и выходом системы, в частности для судовых электроэнергетических систем.

### **Контрольные вопросы**

1. Как ведется расчет надежности систем по последовательно-параллельным логическим схемам? 2. Как выбираются значения показателей надежности элементов? 3. Когда применяется коэффициентный способ расчета надежности систем? 4. Как ведется расчет надежности систем с неодновременно работающими элементами? 5. Как учитывается цикличность работы аппаратуры при расчете надежности? 6. Как применяется формула полной вероятности при расчете надежности систем? 7. В каких случаях и как осуществляется переход от логической схемы к графу состояний системы? 8. При каких условиях используется логико-вероятностный расчет надежности систем?

# НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

---

### 7.1. Особенности оценки надежности автоматизированных систем управления

В любой автоматизированной системе управления (АСУ) можно выделить комплекс технических средств (технические системы, объекты), коллектив людей (операторов, специалистов по техническому обслуживанию, руководителей работ) и программы, реализующие управляющие алгоритмы.

Комплекс технических средств (КТС) АСУ имеет ряд особенностей. К таким комплексам предъявляются высокие требования в отношении достоверности и своевременности обработки больших объемов информации. Во многих случаях отдельные КТС территориально разбросаны. Структура отдельных комплексов бывает уникальна, хотя обычно применяются стандартные элементы немногих типов. При построении КТС широко применяются иерархические структуры.

Первоначально в теории надежности рассматривались только технические системы. В настоящее время проблема надежности технических систем по-прежнему является актуальной, однако, благодаря развитию АСУ повысился интерес к работам по надежности систем «человек и техника». Такие исследования особенно важны для обеспечения безопасности функционирования транспортных, промышленных и других систем, в составе которых действующим звеном является человек — оператор.

Под надежностью системы «человек и техника» будем понимать ее способность выполнять заданные функции в течение требуемого интервала времени или требуемой наработки, сохраняя при этом свои эксплуатационные показатели в заданных пределах.

Исследование надежности системы «человек и техника» сводится к рассмотрению надежности технической системы с учетом деятельности в ее составе операторов или к рассмотрению своевременности и надежности выполнения операторами определенных действий совместно с КТС.

Опыт разработки и применения АСУ свидетельствует также, что важнейшей проблемой является надежность сложных управ-

ляющих программ, работающих в реальном масштабе времени. Можно говорить о надежности программ как их свойстве выполнять требования к программе в течение определенного интервала времени в реальных условиях эксплуатации. Из-за наличия скрытых ошибок в программах могут возникать аварийные ситуации и значительно снижаться эффективность АСУ.

Таким образом, при рассмотрении надежности проектируемых АСУ целесообразно оценить: надежность технической системы; надежность системы «человек и техника» как надежность технической системы с учетом деятельности операторов; надежность алгоритмов (планов систем работ); надежность управляющих программ.

Полученные значения показателей надежности элементов АСУ могут быть использованы для комплексной оценки надежности АСУ или в качестве входных данных для оценки средних потерь из-за ненадежности, которые косвенно характеризуют надежность АСУ.

При разработке метода исследования надежности технических средств необходимо учитывать, что современные АСУ разрабатываются обычно для конкретной организации в одном экземпляре, т.е. системы являются уникальными. В то же время элементы технических средств в большинстве случаев являются серийными.

Большое значение имеет достоверность расчетов и других способов определения надежности системы. Целесообразно применять методы оценки надежности, не требующие введения сомнительных допущений. При анализе надежности технических средств желательно учесть также многофункциональность современных АСУ, которые обычно предназначены для решения нескольких комплексов задач. Это можно сделать при помощи описанного далее приема, условно названного дедуктивным методом исследования надежности.

Существуют два пути формулирования понятия отказа системы, которые можно назвать индуктивным и дедуктивным методами анализа надежности.

При *индуктивном методе* устанавливаются виды отказов элементов и определяется влияние отказа каждого элемента на работоспособность системы. При этом обычно удается все отказы элементов свести к малому числу видов. Например, для электронных элементов рассматриваются обычно обрывы, короткие замыкания и дрейф. Анализируя сочетания возможных состояний элементов, можно найти неисправные состояния системы. При последовательном изучении отказов всех элементов маловероятен случайный пропуск возможных неисправностей системы. Однако метод очень трудоемок, приходится рассматривать все отказы

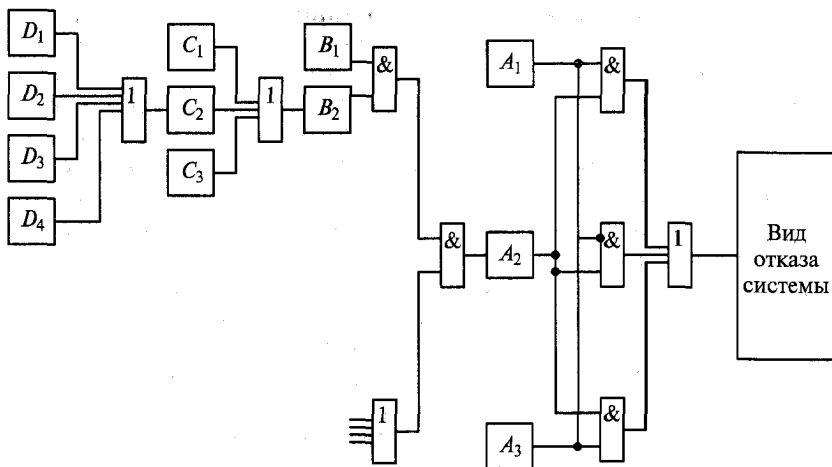


Рис. 7.1. Пример дерева отказов:

$A_1, A_2, A_3$  — подсистемы;  $B_1, B_2$  — блоки;  $C_1, C_2, C_3$  — узлы;  $D_1, D_2, D_3$  — элементы

элементов, так как критичность элемента становится известной лишь после проведения анализа.

При *дедуктивном методе* рассматривают все возможные отказы системы и определяют, какие блоки, элементы могут привести к отказу всей АСУ. В ходе анализа строится дерево отказов (рис. 7.1). Поэтому метод иногда называется методом дерева отказов. Дедуктивный метод целесообразно применять на ранних этапах проектирования для выявления слабых звеньев системы до проведения расчетов надежности. При этом внимание разработчика должно концентрироваться на опасных ситуациях, которые не скрываются за допущениями и упрощениями, необходимыми при расчете надежности.

## 7.2. Оценка надежности программ цифровых ЭВМ

В современных АСУ, использующих цифровые ЭВМ, очень велико значение не только безотказной работы машин, но и программ, не имеющих скрытых ошибок. В настоящее время существует тенденция к снижению качества программ, увеличению в них количества ошибок.

Современные методы разработки и проверки программ не обеспечивают создания оптимальных программ даже при известных путях их улучшения. В практике программирования разработчику обычно трудно оценить несколько возможных решений, так как

проверка программы часто возможна лишь после объединения ее частей, когда изменения в программе связаны со значительными затратами времени и средств. Кроме того, часто используются ранее составленные блоки программ, что также затрудняет оптимизацию программы. Не все блоки программируются одинаково тщательно и подробно, часто теряется однородность написания различных блоков. Это, как правило, обнаруживается слишком поздно. Существует ряд других факторов, способствующих появлению в программах ошибок.

Понятие ошибки программы можно определить как несоответствие между данной и некоторой «идеальной» программами. Однако, если бы «идеальная» программа существовала, не было бы проблемы. Поэтому, чтобы использовать математический аппарат теории надежности, рассматривают отказы программы — события, состоящие в переходе к неверной работе или остановке программы. После появления отказа программисты исследуют программу в целях поиска (локализации) ошибки и усовершенствования программы.

Сведения об ошибках и их исправлении выдаются на специальных извещениях. Ошибка считается исправленной, если при проведении повторного теста ошибка не обнаружена и выпущено извещение об устранении ошибки. Время от выпуска извещения об ошибке до выпуска дополнительного извещения называется *циклом отладки*.

По сложности программы можно разделить на несколько типов.

Длина стандартных программ для вычисления элементарных функций не превышает сотни команд. Эти программы проверяются очень тщательно, но иногда в них обнаруживаются ошибки, обычно при специфических значениях аргумента. Проверка стандартных программ не представляет затруднений.

Более сложными программами являются трансляторы, которые применяются для преобразования алгоритмов, записанных на языке программирования в последовательность машинных команд. Трансляторы содержат 10 000...50 000 команд. Полную проверку транслятора обычно не удается осуществить, поэтому в процессе эксплуатации продолжается выявление ошибок.

Наиболее сложными являются программы управления в реальном масштабе времени, реализуемые на вычислительных машинах с мультипроцессором (содержат сотни тысяч команд). Полная проверка таких программ в процессе отладки невозможна. Функционирование программы может быть полностью оценено лишь в процессе применения. Ошибки программ обычно проявляются только при действии определенных входных сигналов, которые в данном случае играют роль условий работы программ.



При рассмотрении множества значений входных сигналов ошибки программ могут считаться случайными.

Время эксплуатации программы представляет собой последовательность чередующихся периодов наработки  $T^{(i)}$  от момента восстановления до отказа программы и времени восстановления  $T_{\text{в}}^{(i)}$  от момента отказа до момента восстановления, т.е. внесения в программу исправлений.

Аналогичная модель рассматривалась при оценке надежности восстанавливаемых изделий (см. гл. 3), причем все случайные величины  $T^{(i)}$  считались одинаково распределенными (аналогично и  $T_{\text{в}}^{(i)}$ ). При этом были использованы математические модели теории восстановления. Непосредственное применение этих моделей для оценки надежности программ нецелесообразно из-за ряда особенностей случайного процесса их эксплуатации.

Во-первых, периоды наработки между отказами  $T^{(i)}$  имеют тенденцию к увеличению с течением времени эксплуатации. Это связано с тем, что по мере выявления и устранения ошибок их общее количество в программе уменьшается, поэтому отказы программ становятся все более редкими. Процесс совершенствования управляющих программ можно рассматривать как процесс выявления и устранения скрытых дефектов. Существует также тенденция к уменьшению времени восстановления, так как у программистов все время накапливается соответствующий опыт. Вместе с тем можно предположить взаимную независимость случайных векторов  $T$  и  $T_{\text{в}}$ .

Во-вторых, большие управляющие программы обычно являются уникальными. Если для технических изделий оценки показателей надежности обычно вычисляются по статистическим данным об отказах и восстановлениях многих однотипных изделий, то при оценке надежности программ возможно лишь индивидуальное прогнозирование. Большие программы в начальный период эксплуатации обычно работают в одном экземпляре и лишь после выявления и устранения подавляющего большинства ошибок, т.е. при достижении определенного уровня надежности, могут в редких случаях тиражироваться. Поэтому метод оценки надежности программ должен предусматривать период накопления экспериментальных данных с последующим экстраполированием значений показателей надежности программ. Этот период должен быть сравнительно небольшим. Поэтому на практике можно получить не более двух первых моментов случайных величин.

Таким образом, для оценки надежности программ необходима новая, не применявшаяся ранее в теории надежности математическая модель потока случайных событий (отказов и восстановлений).

### 7.3. Оценка безотказности программ по наработке

Наработку между очередными отказами — случайную величину  $T^{(i)}$  — можно представить в виде суммы двух случайных величин:

$$T^{(i)} = T^{(i-1)} + \Delta T^{(i)}. \quad (7.1)$$

Последовательно применяя формулу (7.1) ко всем периодам наработки между отказами, получаем

$$T^{(i)} = T^{(0)} + \sum_{v=1}^i \Delta T^{(v)}. \quad (7.2)$$

Случайная величина  $T_n$  наработки до возникновения  $n$ -го отказа программы

$$T_n = \sum_{i=0}^n T^{(i)} = \sum_{i=0}^n \left[ T^{(0)} + \sum_{v=0}^n T^{(v)} \right]. \quad (7.3)$$

Введем следующие допущения:

1) все случайные величины  $\Delta T^{(v)}$  независимы и имеют одинаковые математические ожидания  $m_{\Delta t}$  и средние квадратические отклонения  $\sigma_{\Delta t}$ ;

2) случайная величина  $T^{(0)}$  пренебрежимо мала по сравнению с суммой  $\sum_{v=1}^i \Delta T^{(v)}$ .

Основанием для второго допущения могут служить следующие соображения. В самый начальный период эксплуатации программы ошибки возникают очень часто, т.е. время  $T^{(0)}$  мало. Сумма (7.3) быстро растет с увеличением  $n$ , и доля  $T^{(0)}$  быстро падает. Будем считать  $T^{(0)} \approx \Delta T^{(0)}$ .

В соответствии со вторым допущением из формулы (7.2) имеем

$$T^{(n)} = \sum_{v=0}^n \Delta T^{(v)}; \quad (7.4)$$

$$T_n = \sum_{i=0}^n \sum_{v=0}^i \Delta T^{(v)} = n\Delta T^{(0)} + (n-1)\Delta T^{(1)} + \dots + \Delta T^{(n)}. \quad (7.5)$$

При одинаковых  $\Delta T^{(0)}$  наработка между  $(n-1)$ -м и  $n$ -м отказами случайная величина  $T^{(n)}$  имеет математическое ожидание

$$m_t^{(n)} = M[T^{(n)}] = nm_{\Delta t} \quad (7.6)$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_t^{(n)} = \sigma_{\Delta t} \sqrt{n}. \quad (7.7)$$

Для случайной величины  $T_n$  математическое ожидание

$$m_{t_n} = m_{\Delta t} \frac{n(n+1)}{2} \quad (7.8)$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{t_n} = \sigma_{\Delta t} \sqrt{\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)}. \quad (7.9)$$

Чтобы вычислить значения  $m_t^{(n)}$ ,  $m_{t_n}$  и  $\sigma_{t_n}$ , необходимо по данным об отказах программы в течение периода наблюдения  $t$ , найти статистические оценки числовых характеристик случайной разности  $\Delta T^{(i)} = T^{(i)} - T^{(i-1)}$ :

$$m_{\Delta t}^* = \frac{1}{n_H} \sum_{i=0}^{n_H} \Delta t^{(i)} = \frac{1}{n_H} \sum_{i=1}^{n_H} [t^{(i)} - t^{(i-1)}]; \quad (7.10)$$

$$[\sigma_{\Delta t}^2]^* = \frac{1}{n_H - 1} \sum_{i=0}^{n_H} [\Delta t^{(i)} - m_{\Delta t}^*]^2, \quad (7.11)$$

где  $n_H$  — число отказов программы за наработку  $(0, t_H)$ .

Учитывая, что при  $t > t_H$  число отказов  $n_H \gg 1$ , из формул (7.8) и (7.9) имеем

$$m_{t_n} \approx m_{\Delta t} \frac{n^2}{2}; \quad (7.12)$$

$$\sigma_{t_n} \approx \sigma_{\Delta t} \sqrt{\frac{n^3}{3}}. \quad (7.13)$$

Поскольку случайные величины  $T^{(n)}$  и  $T_n$  согласно выражениям (7.4) и (7.5) равны суммам многих случайных величин,  $T^{(n)}$  и  $T_n$  можно считать распределенными нормально с математическими ожиданиями и дисперсиями, определенными по формулам (7.6)—(7.9), (7.12) и (7.13). Поскольку наработка положительна, на практике используется усеченное на интервале  $(0, \infty)$  нормальное распределение. Обычно нормирующий множитель  $c \approx 1$ .

При  $n > n_n$  плотность распределения наработки между очередными  $(n - 1)$ -м и  $n$ -м отказами

$$f^{(n)}(\tau) = \frac{1}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{2\pi n}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(\tau - nm_{\Delta t})^2}{n\sigma_{\Delta t}^2} \right],$$

где  $\tau$  отсчитывается с момента последнего  $(n - 1)$ -го отказа.

Соответствующая функция распределения наработки между отказами

$$F^{(n)}(\tau) = \frac{1}{2} + \Phi \left( \frac{\tau - nm_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{n}} \right),$$

где  $\Phi(u)$  — табулированная функция,  $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp \left( -\frac{v^2}{2} \right) dv$ .

При вычислении вероятности безотказной работы программы удобно использовать условную функцию надежности (вероятность того, что случайная наработка до отказа будет больше заданной наработки, отсчитываемой с момента последнего  $(n - 1)$ -го отказа):

$$p^{(n)}(\tau) = \frac{1}{2} - \Phi \left( \frac{\tau - nm_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{n}} \right). \quad (7.14)$$

В соответствии с формулой (7.14) вероятность безотказной работы в течение заданной наработки  $(\tau_1, \tau_2)$  после  $(n - 1)$ -го отказа

$$p^{(n)}(\tau_1, \tau_2) = \frac{p^{(n)}(\tau_2)}{p^{(n)}(\tau_1)}. \quad (7.15)$$

При сделанных ранее допущениях отказы программы образуют редющий случайный поток. Ведущая функция потока, т. е. среднее число отказов, происшедших за интервал наработки  $(0, t)$ , при  $t > t_n$

$$\Omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} + \Phi \left( \frac{t - \frac{n^2}{2} m_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{\frac{n^3}{3}}} \right) \right], \quad (7.16)$$

где  $F_n(t)$  — функция распределения наработки до появления  $n$ -го отказа.

Параметр потока отказов программ (вычисляется по наработке)

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t), \quad (7.17)$$

где плотность распределения наработки до появления  $n$ -го отказа

$$f_n(t) = \frac{\sqrt{3}}{n\sigma_{\Delta t}\sqrt{2\pi n}} \exp \left[ -\frac{3}{2} \frac{\left( t - \frac{1}{2} n^2 m_{\Delta t} \right)^2}{n^3 \sigma_{\Delta t}^2} \right].$$

Из формулы (7.17) при  $t > t_n$  имеем выражение для параметра потока отказов программы

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\frac{3}{2n}}}{n\sigma_{\Delta t}\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\frac{3}{2n} \frac{\left( t - \frac{n^2}{2} m_{\Delta t} \right)^2}{n^2 \sigma_{\Delta t}^2} \right]. \quad (7.18)$$

График функции  $\omega(t)$  представляет собой слегка волнистую кривую с убывающими максимумами при значениях  $t = \frac{n^2}{2} m_{\Delta t}$ , где  $n = n_n, n_n + 1, \dots$ .

Ввиду сложности выражений (7.16) и (7.18) целесообразно аппроксимировать их более простыми приближенными формулами. Практически имеет смысл применить метод наименьших квадратов. В соответствии с этим методом аппроксимирующая функция (для  $\omega(t)$ ) целесообразно взять  $A \exp(-vt)$  наилучшим образом согласующуюся на интервале  $(t_n, t_1)$  с функцией, определяемой выражением (7.18), при выполнении условия

$$I_1 = \int_{t_n}^{t_1} \left\{ A \exp(-vt) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\frac{3}{2n}}}{n\sigma_{\Delta t}\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\frac{3}{2n} \frac{\left( t - \frac{n^2}{2} m_{\Delta t} \right)^2}{n^2 \sigma_{\Delta t}^2} \right] \right\} dt = \min. \quad (7.19)$$

Приравняв нулю частные производные интеграла  $I_1$  по  $A$  и  $v$ , получим систему уравнений для определения этих числовых характеристик. Аналогично можно поступить при аппроксимации  $\Omega(t)$  функцией  $1 - B \exp(-\gamma t)$ .

## 7.4. Оценка готовности программ

При оценке готовности программ рассмотрим процесс восстановления работоспособности программы (в календарном времени). Нарботка между очередными восстановлениями работоспособности программы

$$T_0^{(i)} = T^{(i)} + T_B^{(i)}, \quad (7.20)$$

где  $T^{(i)}$ ,  $T_B^{(i)}$  — независимые случайные величины.

Величина  $T^{(i)}$  определена согласно выражению (7.2). Учитывая накопление опыта восстановления программы, величину  $T_B^{(i)}$  можно представить в следующем виде:

$$T_B^{(i)} = T_B^{(i-1)} - \Delta T^{(i)}. \quad (7.21)$$

Последовательно применяя формулу (7.21) ко всем очередным восстановлениям, получаем

$$T_B^{(i)} = T_B^{(0)} - \sum_{v=1}^i \Delta T_B^{(v)}. \quad (7.22)$$

Подставив выражения для  $T^{(i)}$  и  $T_B^{(i)}$  согласно выражениям (7.2) и (7.22) в (7.20), находим:

$$T_0^{(i)} = T^{(0)} + T_B^{(0)} + \sum_{v=1}^i [\Delta T^{(v)} - \Delta T_B^{(v)}].$$

Случайная величина наработки до возникновения  $n$ -го отказа программы

$$T_{0n} = \sum_{i=0}^n T_0^{(i)} = \sum_{i=0}^n \left[ T_0^{(0)} + \sum_{v=1}^i \Delta T_0^{(v)} \right], \quad (7.23)$$

где обозначено

$$T_0^{(0)} = T^{(0)} + T_B^{(0)}; \quad (7.24)$$

$$T_0^{(v)} = \Delta T^{(v)} - T_B^{(v)}. \quad (7.25)$$

Введем допущения, аналогичные приведенным ранее при рассмотрении безотказности программы. Предположим независимость  $\Delta T_0^{(v)}$ , одинаковость их математических ожиданий и дисперсий и малость  $T_0^{(0)}$  по сравнению с суммой  $\Delta T_0^{(v)}$  при больших значе-

ниях  $v$ . Кроме того, учтем, что обычно должно быть  $T_b^{(i)} \ll T^i$ . Положив  $T_0^{(0)} \approx \Delta T_0^{(0)}$ , получим:

$$T_{0n} = \sum_{i=0}^n \sum_{v=0}^i \Delta T_0^{(v)} = n\Delta T_0^{(0)} + (n-1)\Delta T_0^{(1)} + \dots + \Delta T_0^n. \quad (7.26)$$

При одинаковых  $\Delta T_0^{(v)}$  случайная величина  $T_{0n}$  имеет математическое ожидание

$$m_{t_{0n}} = m_{\Delta t_0} \frac{n(n+1)}{2}; \quad (7.27)$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{t_{0n}} = \sigma_{\Delta t_0} \sqrt{\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)}, \quad (7.28)$$

где  $m_{\Delta t_0}$ ,  $\sigma_{\Delta t_0}$  — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение  $\Delta T_0$ .

Учтя, что в соответствии с формулами (7.24), (7.25)

$$m_{\Delta t_0} = m_{\Delta t} - m_{\Delta t_b}; \quad \sigma_{\Delta t_0} = \sqrt{\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_b}^2},$$

получим

$$m_{t_{0n}} = \frac{1}{2} n(n+1)(m_{\Delta t} - m_{\Delta t_b}); \quad (7.29)$$

$$\sigma_{t_{0n}} = \sqrt{\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)(\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_b}^2)}. \quad (7.30)$$

При  $n \gg 1$

$$m_{t_{0n}} \approx \frac{n^2}{2} (m_{\Delta t} - m_{\Delta t_b}); \quad (7.31)$$

$$\sigma_{t_{0n}} \approx \sqrt{\frac{n^2}{3} (\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_b}^2)}. \quad (7.32)$$

Значения  $m_{\Delta t_b}$  и  $\sigma_{\Delta t_b}$  оцениваются по статистическим данным о времени восстановления (устранения ошибки) программ аналогично значениям  $m_{\Delta t}^*$  и  $[\sigma_{\Delta t}^2]^*$ .

Вычислив  $m_{t_{0n}}$  и  $\sigma_{t_{0n}}$ , можно найти параметр потока восстановления

$$\omega_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{0n}(t), \quad (7.33)$$

где  $f_{0n}(t)$  — плотность распределения времени появления  $n$ -го восстановления.

Функция готовности  $\Gamma(t)$ , выражающая вероятность нахождения программы в работоспособном состоянии в момент времени  $t$ , равна вероятности суммы несовместных событий

$$\Gamma(t) = p \left\{ \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \right\} = \sum_{n=0}^{\infty} p \{A_n\}, \quad (7.34)$$

где каждое событие  $A_n$  состоит в том, что до момента  $t$  произошло  $n$  отказов и восстановлений и в момент  $t$  программа работоспособна.

Для определения вероятности появления события  $A_n$  рассмотрим малый интервал  $(\theta, \theta + d\theta)$ , предшествующий  $t$ . Вероятность того, что на этом интервале закончится последнее  $n$ -е восстановление и программа больше не откажет за оставшееся время  $(t - \theta)$ , равна

$$f_{0n}(\theta)d\theta[1 - F^{(n+1)}(t - \theta)],$$

где  $F^{(n+1)}(t - \theta)$  — функция распределения времени между окончанием  $n$ -го восстановления и  $(n + 1)$ -м отказом.

Интегрируя эту функцию по  $\theta$  от 0 до  $t$ , имеем

$$p \{A_n\} = \int_0^t [1 - F^{(n+1)}(t - \theta)] f_{0n}(\theta) d\theta.$$

Подставляя выражение для вероятности  $p \{A_n\}$  в формулу (7.34), получаем:

$$\Gamma(t) = 1 - F^{(1)}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t [1 - F^{(n+1)}(t - \theta)] f_{0n}(\theta) d\theta. \quad (7.35)$$

Учитывая, что практическое значение имеют лишь значения  $t > t_n$ , когда произошло уже несколько десятков отказов, имеем:

$$\Gamma(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t [1 - F^{(n+1)}(t - \theta)] f_{0n}(\theta) d\theta. \quad (7.36)$$



Подставив в формулу (7.36) выражения для  $F^{(n+1)}(t - \theta)$ ,  $f_{0n}(\theta)$  и учтя, что  $n \geq n_i \gg 1$ , получим

$$\Gamma(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \left[ \frac{1}{2} - \Phi \left( \frac{t - \theta - nm_{\Delta t}}{\sigma_{\Delta t} \sqrt{n}} \right) \right] \times$$

$$\times \left\langle \frac{\sqrt{\frac{3}{2n}}}{n\sigma_{\Delta t} \sqrt{\pi}} \exp \left\{ -\frac{3}{2n} \frac{\left[ \theta - \frac{n^2}{2} (m_{\Delta t} - m_{\Delta t_b}) \right]^2}{n^2 (\sigma_{\Delta t}^2 + \sigma_{\Delta t_b}^2)} \right\} \right\rangle d\theta. \quad (7.37)$$

Учитывая, что при  $t \rightarrow \infty$  значения  $\Gamma(t) \rightarrow 1$ , сложное выражение (7.37) целесообразно аппроксимировать простой приближенной формулой, например  $\Gamma(t) = 1 - C \exp(-\delta t)$ , подобрав  $C$  и  $\delta$  с помощью метода наименьших квадратов аналогично формуле (7.19).

Таким образом, для практического применения можно будет использовать простые формулы, учитывающие совершенствование программ и обучение персонала.

## 7.5. Надежностные характеристики оператора

Сложные автоматизированные системы представляют собой совокупность технических устройств и людей, занятых эксплуатацией этих устройств. Эту совокупность принято называть система «человек — машина». Весьма распространенным является случай, когда взаимодействие с машиной осуществляется одним человеком, которого обычно называют оператором (космонавт, пилот, рулевой, рабочий у станка).

В структуру более совершенных систем управления включаются подсистемы автоматического регулирования (САР) (рис. 7.2). Основными функциями оператора являются: контроль за работой САР, предупреждение и профилактика аварий, выявление возникающих неисправностей и т.п. При нормальной работе САР оператор ограничивается наблюдением за состоянием управляемых объектов. Когда же САР не справляется с задачей, оператор вынужден активно вмешиваться в процесс управления.

Свойства систем управления определяются характеристиками входящих в них звеньев. Из всех характеристик оператора наибольшее влияние на работу систем управления оказывают динамические свойства оператора. Так, в случае одноконтурной системы управления (см. рис. 7.2) динамические свойства системы будут определяться временем полного цикла управления (вре-

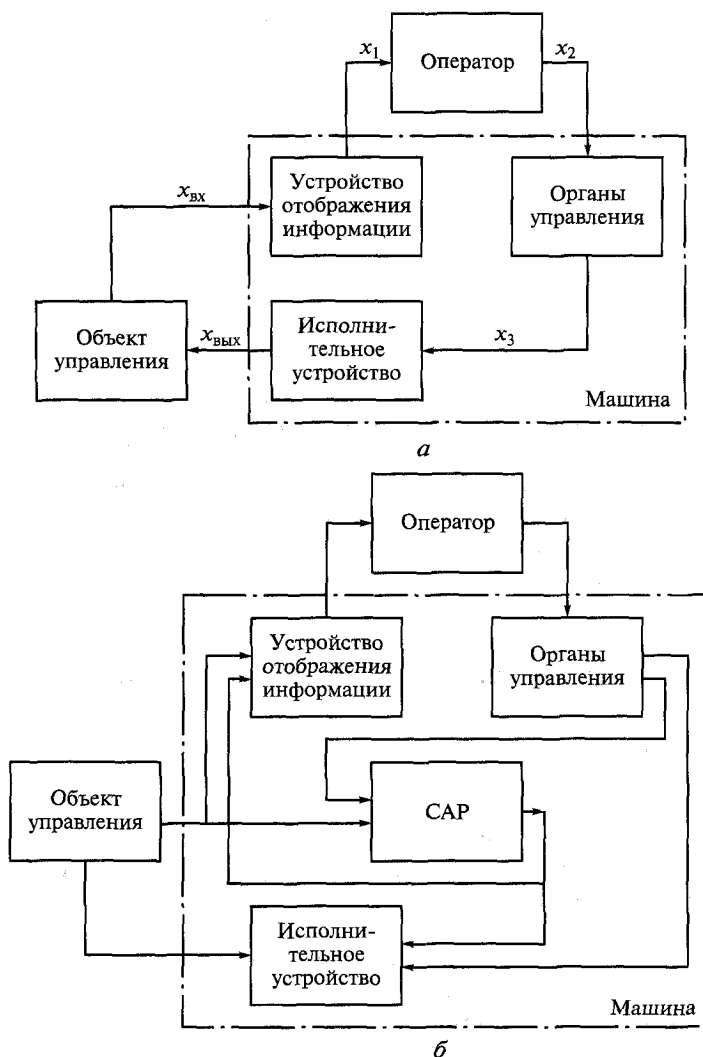


Рис. 7.2. Структуры систем «человек — машина»:

*a* — с человеком-оператором, *б* — с САР

менем прохождения сигнала по контуру «человек — машина»), т. е.

$$t_{\text{ц.у}} = \sum_{i=1}^n t_i + t_{\text{оп}}, \quad (7.38)$$

где  $t_i$  — время задержки сигнала в  $i$ -м машинном звене системы;  $n$  — общее число машинных звеньев;  $t_{\text{оп}}$  — время задержки сиг-

нала оператором (от момента поступления сигнала до ответа на него действием).

Значение  $t_{оп}$  составляет 100...500 мс и более и, как правило, существенно превышает суммарное время задержки в машинных звеньях.

В первом приближении время задержки  $t_{оп}$  складывается из так называемого латентного периода реакции  $t_{л}$ , т.е. времени от момента появления сигнала до начала ответной реакции (движения) оператора и времени моторного компонента  $t_{м}$ , т.е. длительности ответного движения.

Значение латентного периода неодинаково для сигналов (раздражений), действующих на различные органы чувств (анализаторы) человека, т.е. иными словами, для раздражителей различной модальности. В табл. 7.1 приведены значения латентных периодов  $t_{л}$  для различных видов анализаторов и возбуждений средней интенсивности.

Таким образом, запаздывание, вносимое оператором в цепь управления, намного превосходит запаздывание в машинной части (элементах) системы управления (электрических, пневматических и т.п.) и является определяющим для оценки результирующего запаздывания в системе (контуре) управления. Оператору как звену системы управления присуще прежде всего чистое («латентное») запаздывание.

Человек-оператор допускает большое число ошибок при управлении сложными системами. Так, по его вине происходит около 40 % общего количества отказов при испытании ракет, 63,6 % отказов в морском флоте и до 70 % отказов в авиации. В среднем по статистическим оценкам вероятность отказа человека-оператора составляет половину вероятности отказов сложной системы в целом.

Таблица 7.1

Анализатор (сигнал - раздражитель)	Средний латентный период $t_{л}$ , мс
Зрительный (свет)	150...220
Слуховой (звук)	120...180
Тактильный (прикосновение)	90...220
Обонятельный (запах)	310...390
Температурный (тепло и холод)	280...1600
Болевой	130...890

Проблема надежности действия человека изучена в психологии недостаточно. Надежность оператора зависит не только от индивидуальных особенностей и уровня его подготовки, но от условий и методов работы, состояния нервной системы, особенно при воздействии стрессовых факторов.

Работоспособность человека изменяется в процессе труда по трем фазам:

1) вхождения в работу, когда скорость и точность действия сравнительно низки;

2) относительной устойчивости работоспособности и более высокой точности;

3) падения работоспособности, обусловленного утомлением.

Повышение надежности систем «человек — машина» обеспечивается правильной организацией режима труда и отдыха, а также подготовкой операторов, обеспечивающей умение регулировать работоспособность в зависимости от требований, диктуемых различными этапами работы.

Надежность оператора в сложной системе автоматики удобнее всего характеризовать средней интенсивностью ошибок

$$A = \frac{1}{t_{p.c}} \int_0^t f(t) dt, \quad (7.39)$$

где  $t_{p.c}$  — длительность рабочей смены;  $f(t)$  — плотность вероятности времени работы оператора до ошибки (отказа).

Функцию  $f(t)$  можно преобразовать следующим образом:

$$f(t) = f(t)_{ст} = \frac{n_{ош}}{N_{p.c} \Delta t_p}, \quad (7.40)$$

$N_{p.c} \rightarrow \infty$   
 $\Delta t_p \rightarrow 0$

где  $f(t)_{ст}$  — статистическое значение  $f(t)$ ;  $n_{ош}$  — общее число ошибок;  $N_{p.c}$  — число рабочих смен;  $\Delta t_p$  — длительность рабочего интервала.

Для какого-то минимального значения операций значение  $A$  будет постоянным. С ростом числа операций  $m$  значение  $A$  будет расти до тех пор, пока система окажется полностью неработоспособной. Таким образом, вес каждой из дополнительных операций в появлении ошибок возрастает и обычное правило перемножения вероятностей для независимых событий здесь неприемлемо.

Если  $m \leq m_{min}$ , то  $A \sim A_0$ , где  $m_{min}$  — наименьшее число операций, при котором интенсивность ошибок остается постоянной, равной  $A_0$ .

При  $m > m_{\min}$

$$A = A_0[\alpha_1(m - m_{\min}) + \alpha_2(m - m_{\min})^2 + \dots + \alpha_n(m - m_{\min})^n], \quad (7.41)$$

где  $\alpha_i$  — коэффициенты полинома, зависящие от сложности выполняемых операций;  $n$  — степень полинома.

Для особо ответственных человекомашинных систем управления, когда ошибки операторов должны быть практически исключены, в систему вводится структурная избыточность. В частности, вместо одного оператора вводят двух, повторяющих одинаковые операции. В этом случае вероятность совершения одинаковых ошибок сразу двумя операторами определяется соотношением

$$p_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^m [t_i \sum_{k=1}^n (p_{Ak} p_{Bk})], \quad (7.42)$$

где  $t_i$  — доля времени, необходимая для выполнения  $i$ -й операции;  $p_{Ak}$  и  $p_{Bk}$  — соответственно вероятности ошибок операторов  $A$  и  $B$ ;  $n$  — число типов ошибок.

Как показали расчеты, подтвержденные экспериментом, если один оператор за 10 000 операций совершает 116 ошибок, то два оператора за 1 млн операций совершают одновременно лишь 37 ошибок, т.е. в 300 раз меньше.

### Контрольные вопросы

**1.** Каковы особенности оценки надежности АСУ? **2.** Какие параметры надежности оцениваются при проектировании АСУ? **3.** Как ведется построение дерева отказов при анализе надежности системы? **4.** Какими способами оценивается надежность программ цифровых ЭВМ? **5.** Как проводится оценка безотказности программ по наработке? **6.** Какие параметры надежности определяются при оценке безотказности программ? **7.** Какие расчеты проводятся при оценке готовности программ? **8.** Что представляет собой процесс восстановления работоспособности программ? **9.** Как влияет латентный период анализаторов оператора на работу системы «человек—машина»? **10.** Чем характеризуется надежность оператора как звена человекомашинной системы? **11.** Как повышается надежность системы «человек—машина» при введении структурной избыточности?

## Глава 8

### ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

---

#### 8.1. Специфика оценки надежности по результатам испытаний

Расчетные методы оценки надежности разработаны пока не по всем критериям и не для всех изделий. Поэтому надежность изделий в целом в настоящее время оценивают по результатам испытаний, которые называют определительными. Определительные испытания стремятся приблизить к стадии разработки изделия. При серийном изготовлении изделий кроме определительных проводят также контрольные испытания на надежность, которые предназначены для контроля соответствия серийной продукции требованиям по надежности, приведенным в технических условиях и учитывающим результаты определительных испытаний.

Экспериментальные методы оценки надежности требуют испытаний значительного числа образцов, длительного времени и затрат. Это не позволяет проводить надлежащие испытания по надежности изделий, выпускаемых малыми сериями, а для изделий, выпускаемых крупносерийно, задерживает получение достоверной информации о надежности до стадии, когда уже изготовлена технологическая оснастка и внесение изменений очень дорого. Поэтому при оценках и контроле надежности машин актуально сокращение объема испытаний.

Объем испытаний, необходимый для подтверждения заданных показателей надежности, сокращают путем форсирования режимов; оценки надежности по малому числу или отсутствию отказов; уменьшения числа образцов за счет увеличения длительности испытаний; использования разносторонней информации о надежности деталей и узлов изделия.

Кроме того, объем испытаний можно сократить научным планированием испытаний (см. подразд. 8.6), а также повышением точности измерений.

По результатам испытаний для невосстанавливаемых изделий оценивают и контролируют, как правило, вероятность безотказной работы, а для восстанавливаемых — среднюю наработку на

отказ и среднее время восстановления работоспособного состояния.

## 8.2. Определительные испытания

Во многих случаях испытания на надежность необходимо проводить до разрушения изделия. Поэтому испытывают не все изделия (генеральную совокупность), а небольшую их часть, называемую *выборкой*. В этом случае вероятность безотказной работы (надежность) изделия, средняя наработка на отказ и среднее время восстановления могут отличаться от соответствующих статистических оценок вследствие ограниченности и случайного состава выборки. Чтобы учесть это возможное отличие, вводится понятие доверительной вероятности.

*Доверительной вероятностью (достоверностью)* называют вероятность того, что истинное значение оцениваемого параметра или числовой характеристики лежит в заданном интервале, называемом доверительным.

Доверительный интервал для вероятности  $p$  ограничен нижней  $p_n$  и верхней  $p_v$  доверительными границами:

$$\text{Вер}(p_n < p < p_v) = \beta, \quad (8.1)$$

где символ «Вер» обозначает вероятность события, а  $\beta$  показывает значение двухсторонней доверительной вероятности, т.е. вероятности попадания в интервал, ограниченный с двух сторон. Аналогично, доверительный интервал для средней наработки на отказ ограничен  $T_n$  и  $T_v$ , а для среднего времени восстановления — границами  $T_{в.н}$ ,  $T_{в.в}$ .

На практике основной интерес представляют два варианта односторонней вероятности: 1 — что числовая характеристика не меньше нижней или 2 — не выше верхней границы. Первое условие, в частности, относится к вероятности безотказной работы и средней наработке на отказ, второе — к среднему времени восстановления. Например, для вероятности безотказной работы условие имеет вид

$$\text{Вер}(p_n \leq p) = \alpha, \quad (8.2)$$

где  $\alpha$  — односторонняя доверительная вероятность нахождения рассматриваемой числовой характеристики в интервале, ограниченном с одной стороны. На стадии испытаний опытных образцов обычно принимают  $\alpha = 0,7 \dots 0,8$ , на стадии передачи разработки в серийное производство —  $0,9 \dots 0,95$ . Нижние значения характерны для мелкосерийного производства и высокой стоимости испытаний.

Далее приведены формулы для оценок по результатам испытаний нижних и верхних доверительных границ рассматриваемых числовых характеристик с заданной доверительной вероятностью  $\alpha$ . Если необходимо ввести двухсторонние доверительные границы, то приведенные формулы пригодны и для такого случая. При этом полагают вероятности выхода на верхнюю и нижнюю границы одинаковыми и выражают  $\alpha$  через заданное значение  $\beta$ , так как  $(1 + \alpha) + (1 - \alpha) = (1 - \beta)$ , то  $\alpha = (1 + \beta)/2$ .

**Невосстанавливаемые изделия.** Наиболее распространен случай, когда объем выборки меньше десятой части генеральной совокупности. Генеральная совокупность — множество, включающее в себя все однородные объекты, обладающие интересующими качествами. В этом случае для оценки нижней  $p_n$  и верхней  $p_b$  границ вероятности безотказной работы используют биномиальное распределение. При испытаниях  $n$  изделий доверительную вероятность  $1 - \alpha$  выхода на каждую из границ принимают равной вероятности появления в одном случае не более  $m$  отказов, в другом случае не менее  $m$  отказов:

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - p_n)^i p_n^{n-i} = 1 - \alpha; \quad (8.3)$$

$$\sum_{i=m}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - p_b)^i p_b^{n-i} = 1 - \alpha. \quad (8.4)$$

**Пример 8.1.** Оценить нижнюю границу вероятности  $p_n$  при доверительной вероятности  $\alpha = 0,9$ , если испытано три изделия  $n = 3$  и отказало одно  $m = 1$ .

*Решение.* По формуле (8.3)

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} p_n + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 2} (1 - p_n) p_n^2 = 1 - 0,9.$$

Окончательно получаем  $p_n = 0,2$ .

В случае безотказных испытаний из формулы (8.3) при  $m = 0$  следует, что  $p_n$  связано с доверительной вероятностью и числом испытанных изделий выражением

$$\sum_{i=0}^0 \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - p_n)^i p_n^{n-i} = p_n^n = 1 - \alpha.$$

Отсюда

$$p_n = \sqrt[n]{1 - \alpha}. \quad (8.5)$$

**Пример 8.2.** Пусть  $n = 10$ ;  $\alpha = 0,7$ ;  $m = 0$ . Найти нижнюю границу вероятности  $p_n$ .



*Решение.* Вероятность

$$p_n = \sqrt[10]{1 - 0,7} = 0,887.$$

При больших  $n$  и  $m$  формулами (8.3) и (8.4) неудобно пользоваться. В этом случае выполняют приближенные вычисления, заменяя биномиальное распределение нормальным с использованием следующих рассуждений. Испытания  $n$  изделий рассматриваем как испытания  $n$  выборок по одному изделию. Результаты испытаний каждого изделия могут иметь два исхода:  $x_1 = 0$  — отказ и  $x_2 = 1$  — изделие не отказало. По определению среднее значение случайной величины равно сумме произведений всех возможных значений случайной величины (в данном случае 0 и 1) на частоты этих появлений, поэтому

$$x = \sum_{i=1}^2 x_i p_i = 0 \frac{m}{n} + 1 \frac{n-m}{n} = \frac{n-m}{n} = p^*,$$

где  $p^*$  — частота сохранения работоспособности. При больших  $n$  частота стремится к вероятности  $p$ . Среднее квадратическое отклонение  $S_{1x}$  случайной величины  $x$  при испытаниях одного изделия составляет

$$S_{1x} = \sqrt{\sum (x_i - x)^2 p_i} = \sqrt{(0 - p^*)^2 \frac{m}{n} + (1 - p^*)^2 \left(\frac{n-m}{n}\right)} = \sqrt{p^*(1 - p^*)},$$

а по результатам испытаний  $n$  изделий оно в  $\sqrt{n}$  раз меньше, чем  $S_{1x}$ . Поэтому

$$S_{nx} = \sqrt{\frac{p^*(1 - p^*)}{n}}.$$

Предполагая в силу справедливости центральной предельной теоремы распределение среднего, как суммы, близким к нормальному, формулы для вычислений нижней и верхней доверительных границ можно представить в следующем виде:

$$p_n = p^* + u_\alpha S_{nx} = p^* + u_\alpha \sqrt{\frac{p^*(1 - p^*)}{n}}; \quad (8.6)$$

$$p_v = p^* - u_\alpha S_{nx} = p^* - u_\alpha \sqrt{\frac{p^*(1 - p^*)}{n}}, \quad (8.7)$$

где  $u_\alpha$  — квантиль нормального распределения, соответствующий выбранной доверительной вероятности  $\alpha$ .

Приближение нормальным распределением используют, если выполняются два условия:

$$np^* > 10 \text{ и } n(1 - p^*) > 10.$$

**Пример 8.3.** Оценить  $p_n$ ,  $p_v$ , если  $n = 100$ ,  $m = 20$ ,  $\alpha = 0,95$ .

*Решение.* Вычисляем

$$p^* = 0,8, \quad np^* = 80 > 10; \quad n(1 - p^*) = 20 > 10.$$

Следовательно, нормальное распределение можно использовать. При  $p(t) = \alpha = 0,95$  по табл. 1.1 для нормального распределения  $u_p = u_\alpha = -1,64$ . Отсюда  $u_\alpha S_{nx} = -0,0656$ , поэтому  $p_n = 0,734$ ,  $p_b = 0,866$ .

Определим требуемый объем выборки  $n$ , если требуемая вероятность безотказной работы равна  $p^*$ , заданы доверительный интервал  $d = p_b - p_n$  и односторонняя доверительная вероятность  $\alpha$ . Предполагаем применимость нормального распределения.

Из формул (8.6) и (8.7) следует, что

$$d = -u_\alpha \sqrt{\frac{p^*(1 - p^*)}{n}},$$

отсюда

$$n = \frac{4u_\alpha^2 p^*(1 - p^*)}{d^2}. \quad (8.8)$$

**Восстанавливаемые изделия (с заменой или восстановлением элементов после отказа).** В этом случае часто предполагают распределение наработки на отказ экспоненциальным (такое распределение, как показывает практика, справедливо в значительной степени для станков, роботов и других машин). Средний ресурс  $T$  оценивается средней наработкой на отказ испытанных изделий (оценка снизу)

$$T = \frac{t_\Sigma}{m}, \quad (8.9)$$

где  $t_\Sigma$  — суммарное время испытаний  $n$  изделий,  $t_\Sigma = \sum_{i=1}^n t_i$ ;  $m$  — общее число отказов, возникших в процессе испытаний.

Величина  $2t_\Sigma/T$  имеет распределение  $\chi^2$  со степенями свободы  $2m$  либо  $2(m + 1)$  в зависимости от того, прекращаются испытания после наступления очередного отказа или после истечения времени испытаний. Если испытания прекращают после окончания времени испытаний, то вероятностные соотношения для величины  $2t_\Sigma/T$  имеют вид

$$\text{Вер} \left[ \chi_{\alpha; 2m}^2 \geq \frac{2t_\Sigma}{T} \right] = \alpha; \quad \text{Вер} \left[ \chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2 \leq \frac{2t_\Sigma}{T} \right] = \alpha, \quad (8.10)$$

откуда

$$T_{\text{н}} = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi^2_{1-\alpha; 2(m+1)}}; \quad (8.11)$$

$$T_{\text{в}} = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi^2_{\alpha; 2m}}. \quad (8.12)$$

Если рассматривается доверительная вероятность  $\beta$  невыхода за двухсторонние доверительные границы  $T_{\text{н}} \leq T \leq T_{\text{в}}$ , то

$$T_{\text{н}} = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi^2_{(1+\beta)/2; 2(m+1)}}; \quad (8.13)$$

$$T_{\text{в}} = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi^2_{(1-\beta)/2; 2m}}. \quad (8.14)$$

Распределение  $\chi^2$  с  $2(m+1)$  и с  $2m$  степенями свободы, соответствующее наиболее употребительным значениям доверительной вероятности, приведено в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Число отказов	Значение параметра							
	$\chi^2_{1-\alpha; 2(m+1)}$ при $\alpha$				$\chi^2_{\alpha; 2m}$ при $\alpha$			
	0,70	0,80	0,90	0,95	0,70	0,80	0,90	0,95
0	2,41	3,22	4,6	6,0	—	—	—	—
1	4,9	6,0	7,8	9,5	0,713	0,446	0,211	0,103
2	7,2	8,6	10,6	12,6	2,19	1,65	1,06	0,71
3	9,5	11,0	13,4	15,5	3,83	3,07	2,20	1,63
4	11,8	13,4	16,0	18,3	5,53	4,59	3,49	2,73
5	14,0	15,8	18,5	21,0	7,27	6,18	4,86	3,94
6	16,2	18,2	21,1	23,7	9,0	7,8	6,3	5,2
7	18,4	20,5	23,5	26,3	10,8	9,5	7,8	6,6
8	20,6	22,8	26,0	28,9	12,6	11,2	9,3	8,0
9	22,8	25,0	28,4	31,4	14,4	12,9	10,9	9,4
10	24,9	27,3	30,8	33,9	16,3	14,6	12,4	10,9

**Пример 8.4.** Испытано три изделия, каждое в течение 600 ч. В процессе испытаний получено четыре отказа. После отказов работоспособность изделий восстанавливали. Требуется оценить нижнюю границу средней наработки на отказ с односторонней доверительной вероятностью  $\alpha = 0,8$ .

*Решение.* Суммарное время испытаний  $n$  изделий составит, ч:

$$t_{\Sigma} = nt = 3 \cdot 600 = 1800.$$

Воспользовавшись табл. 8.1, при  $\alpha = 0,8$  находим

$$\chi^2_{1-\alpha; 2(m+1)} = 13,4.$$

Подставляя  $t_{\Sigma}$  и последнее значение в формулу (8.11), получаем

$$T_n = 269 \text{ ч.}$$

### 8.3. Форсирование режима испытаний и сокращение числа образцов

**Сокращение объема испытаний за счет форсирования режима.**

Обычно ресурс машины зависит от уровня напряжений, температуры и других факторов. Если характер этой зависимости изучен, то длительность испытаний можно сократить с времени  $t$  до времени  $t_{\Phi}$  за счет форсирования режима испытаний:

$$t_{\Phi} = t/K_y,$$

где  $K_y$  — коэффициент ускорения,  $K_y = \bar{t}/\bar{t}_{\Phi}$ ;  $\bar{t}$ ,  $\bar{t}_{\Phi}$  — средние наработки до отказа в нормальном и форсированном режимах.

Значения  $K_y$  вычисляют по зависимости, связывающей ресурс с форсирующими факторами. В частности, при усталости в зоне наклонной ветви кривой Велера или при механическом изнашивании зависимость между ресурсом  $\bar{t}$  и напряжениями в детали имеет вид  $\sigma^m \bar{t} = \text{const}$ , где  $m$  составляет в среднем: при изгибе для улучшенных и нормализованных сталей — 6, для закаленных — 9...12, при контактном нагружении с начальным касанием по линии — около 6, при изнашивании в условиях скудной смазки — 1...2, с периодической или постоянной смазкой, но несовершенном трении — около 3. В этих случаях  $K_y = (\sigma_{\Phi}/\sigma)^m$ , где  $\sigma$  и  $\sigma_{\Phi}$  — напряжения в номинальном и форсирующем режимах.

Для электрической изоляции принимают приближенно справедливым «правило 10 градусов»: при повышении температуры на  $10^{\circ}\text{C}$  ресурс изоляции сокращается вдвое. Ресурс масел и смазок в опорах снижается в два раза с ростом температуры: на  $9...10^{\circ}\text{C}$  — для органических и на  $12...20^{\circ}\text{C}$  — для неорганических масел и смазок. Для изоляции и смазок можно принимать  $K_y = (\theta_{\Phi}/\theta)^m$ ,

где  $\theta$  и  $\theta_{\phi}$  — температура в номинальном и форсирующем режимах, °С;  $m$  — показатель степени для изоляции и органических масел и смазок,  $m \approx 7$ , для неорганических масел и смазок  $m \approx 4 \dots 6$ .

**Сокращение числа образцов за счет оценки надежности по отсутствию или малому числу отказов.** Из анализа графиков, изображенных на рис. 8.1, следует, что для подтверждения одной и той же нижней границы  $p_n$  вероятности безотказной работы с доверительной вероятностью  $\alpha$  требуется испытать тем меньше изделий, чем выше значение частоты сохранения работоспособности  $p^* = 1 - m/n$ . Частота  $p^*$ , в свою очередь, растет с уменьшением числа отказов  $m$ . Отсюда следует вывод, что, получая оценку по малому числу или отсутствию отказов, можно несколько сократить число изделий, потребное для подтверждения заданного значения  $p_n$ . Следует отметить, что при этом риск не подтвердить заданное значение  $p_n$ , так называемый риск изготовителя, естественно, возрастает. Например, при  $\alpha = 0,9$  для подтверждения  $p_n = 0,8$ , если испытывается 10; 20; 50 изделий, то частота не должна быть меньше соответственно 1,0; 0,95; 0,88. (Случай  $p^* = 1,0$  соответствует безотказной работе всех изделий выборки.) Пусть вероятность безотказной работы  $p$  испытываемого изделия составляет 0,95. Тогда в первом случае ( $n = 10$ ) риск изготовителя большой, так как в среднем на каждую выборку из 10 изделий будет приходиться половина дефектного изделия и поэтому вероятность получить выборку без дефектных изделий очень мала, во втором ( $n = 20$ ) — риск близок 50 %, в третьем ( $n = 50$ ) — наименьший.

Из формулы (8.5) следует, что для подтверждения значения  $p_n$  с доверительной вероятностью  $\alpha$  необходимо испытать

$$n = \frac{\lg(1 - \alpha)}{\lg p_n} \quad (8.15)$$

изделий при условии, что отказов при испытании не возникает.

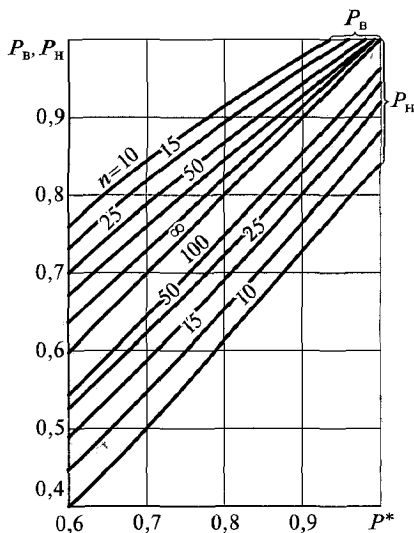


Рис. 8.1. График зависимости нижней  $P_n$  и верхней  $P_v$  доверительных границ вероятности от объема и результатов испытаний при  $\alpha = 0,8$  или  $\beta = 0,6$

**Пример 8.5.** Выполнив число  $n$  изделий, необходимое для испытаний при  $m = 0$ , если задано  $p_n = 0,9; 0,95; 0,99$  с  $\alpha = 0,9$ .

*Решение.* Выполнив вычисления по формуле (8.15), соответственно имеем  $n = 22; 45; 229$ .

Аналогичные выводы следуют из анализа формулы (8.11) и данных, приведенных в табл. 8.1; для подтверждения одной и той же нижней границы  $T_n$  средней наработки на отказ требуется иметь тем меньшую суммарную длительность испытаний  $t_\Sigma$ , чем меньше допустимо отказов. Наименьшее значение  $t_\Sigma$  получается при  $m = 0$ :

$$t_\Sigma = \frac{T_n \chi_{1-\alpha; 2}^2}{2}, \quad (8.16)$$

при этом риск не подтвердить  $T_n$  оказывается наибольшим.

**Пример 8.6.** Определить  $t_\Sigma$  при  $T_n = 200$ ,  $\alpha = 0,8$ ,  $m = 0$ .

*Решение.* Из табл. 8.1 находим  $\chi_{0,2; 2} = 3,22$ . Отсюда время, ч,

$$t_\Sigma = 200 \cdot 3,22/2 = 322.$$

**Сокращение числа образцов за счет увеличения длительности испытаний.** При таких испытаниях изделий, подверженных внезапным отказам, в частности радиоэлектронной аппаратуры, а также восстанавливаемых изделий, результаты в большинстве случаев пересчитывают на заданное время в предположении справедливости экспоненциального распределения отказов по времени (вариант 1). При этом объем испытаний  $nt$  остается практически постоянным, а число испытываемых образцов обратно пропорционально времени испытаний.

Выход из строя большинства машин обусловлен различными процессами старения. Поэтому экспоненциальный закон для описания распределения ресурса их узлов неприменим, а справедлив нормальный, логарифмически нормальный законы (вариант 2) или закон Вейбулла (вариант 3). При таких законах за счет увеличения длительности испытаний можно сократить объем испытаний. Поэтому если в качестве показателя надежности рассматривается вероятность безотказной работы, что характерно для невосстанавливаемых изделий, то с увеличением длительности испытаний число испытываемых образцов сокращается более резко, чем в первом варианте. Во 2-м и 3-м вариантах ресурс  $t$  и параметры распределения наработки до отказа связаны следующими выражениями:

при нормальном законе

$$t = \bar{t} + u_p S_t;$$

при логарифмически нормальном законе

$$\lg t = \lg \bar{t} + u_p S_{\lg t};$$

при законе Вейбулла

$$p = e^{-(t/t_0)^M},$$

где  $\bar{t}$ ,  $\lg \bar{t}$  — средние значения ресурса и его логарифма;  $S_t$ ,  $S_{\lg t}$  — средние квадратические отклонения ресурса и его логарифма;  $u_p$  — квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности безотказной работы  $p$ ;  $t_0$ ,  $M$  — параметры положения и формы.

Из этих выражений следуют формулы для пересчета вероятностных оценок с времени испытаний  $t_n$  на заданный ресурс  $t$  для названных трех законов:

$$u_p = \frac{t - t_n}{v_t t_n} + u_{p_n} \frac{t}{t_n}; \quad (8.17)$$

$$u_p = \frac{\lg t - \lg t_n}{S_{\lg t}} + u_{p_n}; \quad (8.18)$$

$$\ln p = (t/t_n)^M \ln p_{n.и}, \quad (8.19)$$

где  $v$  — коэффициент вариации ресурса,  $v = S_t/\bar{t}$ ;  $p_{н.и}$ ,  $u_{р.и}$  — вероятность безотказной работы в течение времени испытаний и соответствующая ей квантиль.

Испытав изделие в течение времени  $t_n > t$  и оценив значение нижней границы вероятности безотказной работы в течение времени испытаний, эту оценку по формулам (8.17)–(8.19) пересчитывают на время  $t$ .

**Пример 8.7.** Требуется оценить по результатам испытаний изделия в течение  $t_n = 3t$  при  $n = 16$ ,  $m = 0$  значение  $p_n$  за время  $t$  при  $\alpha = 0,8$ , если известно, что отказы изделия по времени распределены логарифмически нормально с  $S_{\lg t} = 0,3$ .

**Решение.** По формуле (8.6)  $p_{н.и} = 0,725$  на время  $t_n$ , что соответствует  $u_{р.и} = -0,6$ . Вычисляя по формуле (8.18), получаем  $u_p = -2,19$ , что соответствует  $p = 0,985$ .

Заметим, что для подтверждения указанного значения  $p_n$  при  $m = 0$ ,  $\alpha = 0,8$  следовало бы испытать в течение времени  $t$  согласно формуле (8.15) 106 изделий. Таким образом, за счет увеличения времени испытаний число испытанных образцов сокращено в 21 раз, а объем испытаний — в 7 раз.

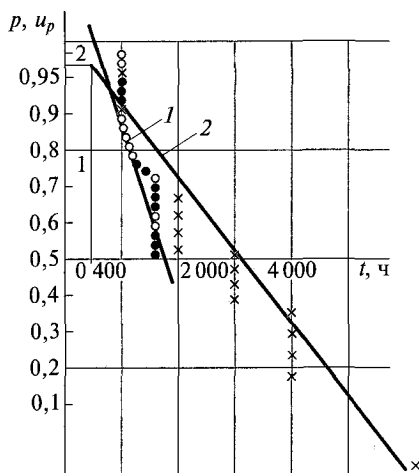


Рис. 8.2. Результаты испытаний электродвигателей в координатах нормальной вероятностной бумаги:

1 — испытание двигателей в целом (● — отказ подшипника, ○ — отказ обмотки);  
2 — испытания обмоток (× — отказ обмотки)

Следует отметить, что описанный метод оценки надежности может дать погрешность оценки нижней границы вероятности безотказной работы до 10 %. Погрешность обусловлена

невозможностью точного описания одним законом распределения разнотипных отказов. Покажем это на примере, взятом из практики.

**Пример 8.8.** Назначенный ресурс электродвигателя составил 400 ч. Чтобы оценить вероятность безотказной работы, поставили на испытания 48 двигателей. Испытания прекратили через 1500 ч после отказа половины из них; 23 отказа возникло в результате старения смазки в подшипниках, а один — из-за пробоя изоляции обмотки. Найти  $p$  при  $t = 400$  ч.

**Решение.** Применяв часто используемый для описания отказов электрических машин нормальный закон распределения, результаты испытаний представим (рис. 8.2) в координатах нормальной вероятностной бумаги, где по оси абсцисс отложена наработка до отказа  $t$ , а по оси ординат квантили  $u_p$  нормального распределения. Расположение на графике экспериментальных точек позволяет законом распределения наработки до отказа двигателей считать прямую 1. Прямая 1 определяет вероятность безотказной работы двигателя в течение 400 ч, равную 0,99, и говорит о том, что эта вероятность определяется надежностью подшипников. Последующие исследования показали, что вероятность безотказной работы двигателя в течение назначенного ресурса составляет 0,96 и определяется обмоткой. Для выяснения причин этого явления испытана до отказа 21 обмотка этих двигателей. Результаты испытаний представлены на том же рисунке, на котором видно, что хотя средний ресурс у обмоток выше, чем у подшипников, рассеяние отказов обмоток более значительное. Последнее и определяет низкую надежность обмоток в течение назначенного ресурса. Следовательно, причиной ошибочной оценки надежности двигателя служило использование закона распределения наработки до отказа изделия в целом.



## 8.4. Расчетно-экспериментальная оценка надежности по критериям работоспособности

Сокращение необходимого объема испытаний за счет использования разносторонней информации о надежности деталей реализуется в расчетно-экспериментальном методе.

Как показывает опыт применения, метод позволяет по результатам расчетов и краткосрочных испытаний 3—5 машин (при условии отсутствия отказов) в предельных режимах работы, а затем на долговечность в течение 2-3 назначенных ресурсов подтверждать достаточно высокие ( $p_n = 0,90 \dots 0,99$ ) нижние границы вероятности безотказной работы машины с доверительной вероятностью 0,7...0,8.

Расчетно-экспериментальный метод включает в себя: выявление основных возможных отказов машины; оценку расчетным или экспериментальным путем вероятности отсутствия каждого из основных видов отказов, выявляя запасы потери работоспособности; объединение оценок в оценку надежности машины.

**Виды и число возможных отказов машины.** Обобщение опыта конструирования и эксплуатации машин позволило составить перечень основных первичных отказов машин (табл. 8.2).

Зная требования к эксплуатационным показателям, число деталей и сопряжений, можно оценить число  $w$  основных возможных отказов машины. Машина, на которую дано  $D$  требований по показателям работы, состоящая из  $V$  деталей,  $M$  подвижных и  $L$  неподвижных сопряжений, может иметь до  $D$  отказов по снижению показателей до  $4V$  видов поломок, до  $2M$  отказов из-за схватывания или недопустимого износа подвижных и  $L$  нарушений прочности неподвижных сопряжений:

$$w = D + 4V + 2M + L.$$

Обычно рассматривают число возможных отказов многократно меньшее  $w$ , так как расчетами, опытом конструирования и эксплуатации подобных машин установлено, что многие из них практически не наблюдаются.

Так, корпусные детали обычно не отказывают или отказывают только по износу подвижных сопряжений (в частности, направляющих). Валы на подшипниках качения, как правило, отказывают только по усталостной прочности, зубчатые колеса, нормализованные и улучшенные — только по контактной прочности, закаленные — по изгибной и контактной прочности.

Энергетические машины, преобразующие энергию из одного вида в другой, и специальные машины, кроме отказов названных видов, могут иметь специфичные отказы, как, например, пробой

изоляции, прогорание камеры сгорания и др. Перечень отказов машин, особенно автоматизированных и комплексов машин, дополняется возможными отказами в системах управления.

**Оценка вероятностей отсутствия отказов отдельных видов.** В табл. 8.2 каждому возможному виду отказа поставлен в соответствие критерий работоспособности. Для части критериев вероятности отсутствия отказов могут быть оценены расчетным путем. По некоторым критериям (износостойкость и др.) такие расчеты пока недостаточно разработаны. Вероятностные оценки работоспособности по ним определяют по результатам испытаний. При этом увеличение времени существенно сокращает объем испытаний, практически не внося погрешность при пересчете, так как законы распределения отдельных видов отказов, в отличие от законов распределения отказов машин в целом, достаточно стабильны.

Для пересчета оценок надежности с большего времени на меньшее можно пользоваться законами распределения и параметрами этих законов, характеризующими рассеяние ресурса. Для расчета усталости металлов от изгибов, ползучести материалов, старения жидкой смазки, которой пропитаны подшипники скольжения, старения пластичной смазки подшипников качения, эрозии контактов рекомендуется применять логарифмически нормальный закон. Соответствующие средние квадратические отклонения логарифма ресурса  $S_{lg}$ , подставляемые в формулу (8.18), следует соответственно принимать 0,3; 0,3; 0,4; 0,33; 0,4. Для усталости резины, изнашивания деталей машин, изнашивания щеток электрических машин рекомендуется нормальный закон. Соответствующие коэффициенты вариации  $v$ , подставляемые в формулу (8.17), составляют 0,4; 0,3; 0,4. Для усталости подшипников качения справедлив закон Вейбулла (8.19) с показателем формы, равным 1,1 для шарикоподшипников и 1,5 — для роликоподшипников.

Данные по законам распределения и их параметрам определяют путем обобщения результатов испытаний деталей машин, опубликованных в литературе, и результатов, полученных при участии авторов. Эти данные позволяют оценить нижние границы вероятности отсутствия отдельных видов отказов по результатам испытаний в течение времени  $t_n > t$ . При вычислении оценок следует пользоваться формулами (8.3), (8.5), (8.6), (8.17)—(8.19).

Для сокращения длительности испытаний их можно форсировать с коэффициентом ускорения  $K_f$ , найденным по рекомендациям, приведенным ранее.

Значения  $K_f$ ,  $t_f$ , где  $t_f$  — время испытаний образцов в форсированном режиме, подставляют вместо значения  $t_n$  в формулы

Таблица 8.2

Надежность	Объект	Типовые примеры	Вид отказа	Критерии работоспособности
Параметрическая	Машины	Станки и другие технологические машины, роботы, приборы	Снижение точности	Выходная точность
		Энергетические и транспортные машины	Снижение КПД	Энергетическая эффективность
		Технологические и транспортные машины	Снижение производительности	Производительность
		Большинство машин, особенно транспортные машины и станки	Повышенный шум и вибрация	Виброустойчивость
		Все машины	Повышенные расходы на эксплуатацию	Экономичность
Функционирование	Детали	Детали, работающие с большой начальной нагрузкой, подверженные весовым нагрузкам	Пластические деформации (искривление, вытяжка, осадка, обмятие)	Статическая прочность
		Валы, пружины, зубья колес, рамы транспортных и кузнечно-прессовых машин Лопатки и диски турбин, пружины, болты, шпильки, коллекторы электродвигателей, стенки коглов, детали	Трещины, разрушения, выкрашивание при вторых нагружениях Ползучесть, релаксация напряжений	Усталостная (в том числе термодинамическая) прочность Длительная прочность

Надежность	Объект	Типовые примеры	Вид отказа	Критерии работоспособности
Функционирование	Детали	Детали из хрупких материалов или работающие при ударных нагрузках с большими остаточными напряжениями, или работающие при низких температурах	Разрушения	Хрупкая прочность
	Неподвижные сопряжения	Фрикционные и герметические соединения	Смещение, самоотвинчивание, нарушение герметичности	Прочность или плотность соединений
	Подвижные сопряжения	Тормозные колодки, траки гусеничных машин, лемехи плугов, диски и обкладки муфт и тормозов, зубья колес, щетки электродвигателей	Предельный износ	Механическая износостойкость
		Передачи зацеплением, подшипники скольжения, подшипники качения с пластичной смазкой	Схватывание, заедание, увеличение сил трения	Молекулярно-механическая износостойкость
		Сопряжение кольца плавающего подшипника с корпусом, шлицевые соединения с малым натягом	Фреттинг-коррозия	Коррозионно-механическая износостойкость
		Подшипники, червячные передачи	Защемление, распор	Теплостойкость

(8.17)—(8.19). В случае использования для пересчетов формул (8.17), (8.18) при различии характеристик рассеяния ресурса в эксплуатационном  $v_t$ ,  $S_{lg_t}$  и форсированном  $v_{tф}$ ,  $S_{lg_{tф}}$  режимах вторые слагаемые в формулах умножают на отношения соответственно  $v_{tф}/v_t$  или  $S_{lg_{tф}}/S_{lg_t}$ .

По критериям работоспособности, таким как статическая прочность, теплостойкость и др., число испытываемых образцов, как показано далее, можно сократить, ужесточая режим испытаний по определяющему работоспособность параметру по сравнению с номинальным значением этого параметра. При этом достаточно располагать результатами кратковременных испытаний.

Соотношение между предельным  $X_{пр}$  и действующим  $X_d$  значениями параметра в предположении их нормальных законов распределения представим в виде

$$\bar{X}_{пр} - \bar{X}_d + u_p S_x = 0, \quad (8.20)$$

где  $S_x$  — среднее квадратическое отклонение ресурса,  $S_x = \sqrt{S_{пр}^2 + S_d^2}$ ;  $S_{пр}$ ,  $S_d$  — средние квадратические отклонения параметров  $X_{пр}$  и  $X_d$ ;  $\bar{X}_{пр}$ ,  $\bar{X}_d$  — средние значения параметров  $X_{пр}$  и  $X_d$ .

При испытаниях часто используются форсированные режимы (параметр  $X_{д.ф}$ ), которые не должны превышать предельные ( $X_{пр}$ ). Выразив средние значения через  $X_d$  и  $X_{д.ф}$  и соответствующие им квантили  $u_p$  и  $u_{р.и}$ , получим

$$u_p = \frac{X_d - X_{д.ф}}{S_x} + u_{р.и}, \quad (8.21)$$

где  $u_p$ ,  $u_{р.и}$  — квантили нормального распределения, соответствующие вероятности отсутствия отказа в номинальном и ужесточенном режимах;  $X_d$ ,  $X_{д.ф}$  — номинальное и ужесточенное значение определяющего работоспособность параметра.

Значение  $S_x$  рассчитывают, рассматривая определяющий работоспособность параметр как функцию случайных аргументов (см. пример, приведенный далее).

**Объединение вероятностных оценок в оценку надежности машины.** По части критериев вероятности отсутствия отказов находят расчетным путем, а по остальным — экспериментально. Испытания обычно проводят при нагрузках, одинаковых для всех машин. Поэтому естественно получить расчетные оценки надежности по отдельным критериям также при фиксированной нагрузке. Тогда зависимость между отказами для получаемых оценок надежности по отдельным критериям можно считать в значительной степени устраненной.

Если бы по всем критериям можно было расчетом достаточно точно оценить значения вероятностей отсутствия отказов, то вероятность безотказной работы машины в целом в течение назначенного ресурса оценивали бы по формуле

$$p = \prod_{z=1}^{\omega} p_z.$$

Однако, как отмечалось, ряд вероятностных оценок не удастся получить без испытаний. В таком случае вместо оценки  $p$  находят нижнюю границу вероятности безотказной работы машины  $p_n$  с заданной доверительной вероятностью

$$\alpha = \text{Вер}(p_n \leq p \leq 1).$$

Пусть по  $h$  критериям вероятности отсутствия отказов найдены расчетным, а по остальным  $l = \omega - h$  экспериментальным путем, причем испытания в течение назначенного ресурса по каждому из критериев предполагаются безотказными. В этом случае нижняя граница вероятности безотказной работы машины, рассматриваемой как последовательная система, может быть рассчитана по формуле

$$p_{\omega} = p_{n,j} \prod_{i=1}^h p_i, \quad (8.22)$$

где  $p_{n,j}$  — наименьшая из нижних границ  $p_{n1}, \dots, p_{nj}, \dots, p_{nl}$  вероятностей отсутствия отказов по  $l$  критериям, найденным с доверительной вероятностью  $\alpha$ ;  $p_i$  — расчетная оценка вероятности отсутствия отказа по  $i$ -му критерию.

Физический смысл формулы (8.22) можно пояснить следующим образом. Пусть  $n$  последовательных систем испытаны и в процессе испытаний не отказали. Тогда согласно формуле (8.5) нижняя граница вероятности безотказной работы каждой системы составит  $p_n = \sqrt[n]{1 - \alpha}$ . Результаты испытаний можно также трактовать как безотказные испытания отдельно первых, вторых и т. д. элементов, испытанных по  $n$  штук в выборке. В этом случае согласно выражению (8.5) для каждого из них подтверждена нижняя граница  $p_{n,j} = \sqrt[n]{1 - \alpha}$ . Из сопоставления результатов следует, что при одинаковом числе испытанных элементов каждого типа  $p_n = p_{n,j}$ . Если бы количество испытанных элементов каждого типа различалось, то  $p_n$  определялось бы значением  $p_{n,j}$ , полученным для элемента с минимальным числом испытанных экземпляров, т. е.  $p = p_{n,j}$ .

В начале этапа экспериментальной отработки конструкции часты случаи отказов машин, связанные с тем, что она еще недо-

статочно доведена. Чтобы следить за эффективностью мероприятий по обеспечению надежности, проводимых в процессе отработки конструкции, желательно оценивать, хотя бы грубо, значение нижней границы вероятности безотказной работы машины по результатам испытаний при наличии отказов. Для этого можно использовать формулу

$$p_n = \prod_1^h p_i \frac{p_{nj}}{p_j} \prod_1^l p_j^*, \quad (8.23)$$

где  $p_j$  — наибольшая из точечных оценок  $p_1^*, \dots, p_i^*$ ;  $p_j^*$  — точечная оценка вероятности отсутствия отказа по  $j$ -му критерию (частость),  $p_j^* = 1 - \frac{m_j}{n_j}$ ;  $m_j$  — число отказов изделий из  $n_j$  испытанных. Остальные обозначения те же, что и в формуле (8.22).

**Пример 8.9.** Требуется оценить с  $\alpha = 0,7$   $p_n$  машины, предназначенной для работы в диапазоне окружающих температур от  $+20$  до  $-40^\circ\text{C}$  в течение назначенного ресурса  $t = 200$  ч. Испытано два образца в течение  $t_n = 600$  ч при нормальной температуре и два образца одновременно при  $-50^\circ\text{C}$ . Отказов не возникло. Машина отличается от прототипов, зарекомендовавших себя безотказными типом смазки подшипникового узла и применением алюминия для изготовления подшипникового щита. Среднее квадратическое отклонение зазора — натяга между контактирующими деталями подшипникового узла, найденное как корень из суммы квадратов средних квадратических отклонений: начального зазора подшипника, эффективных зазоров — натягов в сопряжении подшипника с валом и подшипника с подшипниковым щитом, составляет  $S = 0,0042$  мм. Наружный диаметр подшипника  $D = 62$  мм.

**Решение.** Принимаем, что возможными видами отказов машины являются отказ подшипника по старению смазки и защемление подшипника при отрицательной температуре. Безотказные испытания двух изделий по формуле (8.5) дают при  $\alpha = 0,7$   $p_{nj} = 0,55$  в режиме испытаний.

Распределение отказов по старению смазки принимаем логарифмически нормальным с параметром  $S_{lgr} = 0,3$ . Поэтому для пересчетов используем формулу (8.18). Подставляя в нее  $t = 200$  ч,  $t_n = 600$  ч,  $S_{lgr} = 0,3$  и квантиль, соответствующий вероятности 0,55, получаем квантиль, а по нему — нижнюю границу вероятности отсутствия отказов по старению смазки, равную 0,957.

Защемление подшипника возможно из-за различия коэффициентов линейного расширения стали  $\alpha_{ст}$  и алюминия  $\alpha_{ал}$ . С понижением температуры повышается вероятность защемления. Поэтому температуру считаем параметром, определяющим работоспособность.

В данном случае натяг подшипника линейно зависит от температуры с коэффициентом пропорциональности, равным  $(\alpha_{ал} - \alpha_{ст})D$ . Поэтому

среднее квадратическое отклонение температуры  $S_x$ , вызывающее выборку зазора, также линейно связано со средним квадратическим отклонением зазора — натяга  $S_x = S/(\alpha_{ал} - \alpha_{ст})D$ . Подставляя в формулу (8.21)  $X_d = -40^\circ\text{C}$ ;  $X_{д.ф} = -50^\circ\text{C}$ ;  $S_x = 6^\circ$  и квантиль  $u_{р.и}$ , соответствующий вероятности 0,55, и найдя по полученному значению квантиля вероятность, получаем нижнюю границу вероятности отсутствия заземления 0,963.

После подстановки полученных значений оценок в формулу (8.22) получаем нижнюю границу вероятности безотказной работы машины в целом равную 0,957.

В авиации давно используют следующий метод обеспечения надежности: самолет запускают в серийное производство, если стендовыми испытаниями узлов в предельных режимах работы установлена их практическая безотказность и, кроме того, если лидерные самолеты (обычно два или три экземпляра) налетали без отказа по тройному ресурсу. Изложенная ранее вероятностная оценка, на наш взгляд, дает дополнительные обоснования, чтобы назначать необходимые объемы испытаний конструкции по различным критериям работоспособности.

## 8.5. Контрольные испытания

Проверку соответствия фактического уровня надежности заданным требованиям для невозстанавливаемых изделий наиболее просто можно проводить по одноступенчатому методу контроля. Этот метод удобен также для контроля среднего времени восстановления восстанавливаемых изделий. Для контроля средней наработки на отказ восстанавливаемых изделий наиболее эффективен последовательный метод контроля. При одноступенчатых испытаниях заключение о надежности делают по истечении назначенного времени испытаний и по общему итогу испытаний. При последовательном методе проверка соответствия показателя надежности заданным требованиям делается после каждого очередного отказа и в эти же моменты времени выясняют, можно ли испытания прекратить или они должны быть продолжены.

При планировании назначается число испытываемых образцов  $n$ , время испытаний каждого из них  $t$  и допустимое число отказов  $m$ . Исходными данными для назначения этих параметров являются: риск поставщика (изготовителя)  $\alpha^*$ , риск потребителя  $\beta^*$ , приемочное и браковочное значение контролируемого показателя.

Риск поставщика — вероятность того, что хорошая партия, изделия которой имеют уровень надежности, равный или лучше заданного, бракуется по результатам испытаний выборки.



Риск заказчика — вероятность того, что плохая партия, изделия которой имеют уровень надежности хуже заданного, принимают-ся по результатам испытаний.

Значения  $\alpha^*$  и  $\beta^*$  назначают из ряда чисел 0,05; 0,1; 0,2. В част-ности, правомерно назначать  $\alpha^* = \beta^*$ .

**Невосстанавливаемые изделия.** Браковочный уровень вероят-ности безотказной работы  $p_\beta(t)$ , как правило, принимают равным значению  $p_n(t)$ , заданному в технических условиях. Приемочное значение вероятности безотказной работы  $p_\alpha(t)$  принимают боль-шим, чем браковочное значение  $p_\beta(t)$ . Если время испытаний и режим работы приняты равными заданным, то число испытывае-мых образцов  $n$  и допустимое число отказов  $m$  при одноступен-чатом методе контроля вычисляют по формулам, подобным (8.3) и (8.4),

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} [1 - p_\alpha(t)]^i p_\alpha(t)^{n-i} = 1 - \alpha^*;$$

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} [1 - p_\beta(t)]^i p_\beta(t)^{n-i} = 1 - \beta^*.$$

**Пример 8.10.** Требуется найти  $n$  и  $m$ , если в технических условиях указано  $p_n(t) = 0,80$  (с доверительной вероятностью  $\alpha = 0,9$ ).

**Решение.** Принимаем  $\alpha^* = \beta^* = 0,2$ ;  $p_\beta(t) = 0,80$ ;  $p_\alpha(t) = 0,98$ . Тогда из графика рис. 8.1 приближенно следует  $n = 15$ ;  $p^* = (n - m)/n = 0,925$ . От-сюда  $m = 1$ .

**Восстанавливаемые изделия. Контроль средней наработки на отказ.** Браковочный уровень средней наработки на отказ  $T_\beta$ , как правило, принимают равным значению  $T_n$ , заданному в техни-ческих условиях. Приемочное значение  $T_\alpha$  в ГОСТ 27.410—83 рекомендуется принимать в 1,5—15 раз превышающим  $T_\beta$ . Что-бы избежать неопределенности при выборе значения  $T_\alpha$ , при отсутствии специальных требований можно принимать  $T_\alpha = 2T_\beta$ .

При использовании последовательного метода в координатах  $t_\Sigma/T_\alpha$  по уравнениям (8.24) в предположении справедливости экс-поненциального распределения строят наклонные линии (уравне-ния могут быть выведены с использованием функции максималь-ного правдоподобия):

$$m = a \frac{t_\Sigma}{T_\alpha} + m_0; \quad m = a \left( \frac{t_\Sigma}{T_\alpha} - \frac{t_0}{T_\alpha} \right), \quad (8.24)$$

где

$$a = \frac{\frac{T_\alpha}{T_\beta} - 1}{\ln \frac{T_\alpha}{T_\beta}}; m_0 = \frac{\ln \frac{1 - \beta^*}{\alpha^*}}{\ln \frac{T_\alpha}{T_\beta}}; \frac{t_0}{T_\alpha} = \frac{\ln \frac{\beta^*}{1 - \alpha^*}}{\frac{T_\alpha}{T_\beta} - 1}.$$

Для частного случая  $T_\alpha = 2T_\beta$  графики последовательных испытаний на надежность представлены на рис. 8.3. Если после очередного отказа значение  $m$ , рассчитанное по формуле (8.24), попадает на графике в область ниже линии соответствия, то результаты испытаний считают положительными, если в область ниже линии несоответствия — отрицательными, если между линиями соответствия и несоответствия, то испытания продолжают.

Считается, что при использовании последовательного метода продолжительность испытаний в среднем меньше на 50 %, чем при одноступенчатом контроле. Для сравнения на рис. 8.3 звездочками отмечены соответствующие планы одноступенчатых испытаний.

**Пример 8.11.** Требуется назначить план испытаний восстанавливаемого изделия, если в технических условиях указано  $T_H = 200$  ч ( $\alpha = 0,9$ ).

Принимаем  $\alpha^* = \beta^* = 0,2$ ;  $T_\beta = 200$  ч,  $T_\alpha = 2T_\beta = 400$  ч. С учетом этих данных из рис. 8.2 следует:

испытания будут положительными при: а)  $t = 560$  ч,  $m = 0$ ; б)  $t = 800$  ч,  $m \leq 1$ ; в)  $t = 1080$  ч,  $m \leq 2$ ; г)  $t = 1400$  ч,  $m \leq 3$ ; д)  $t = 1720$  ч,  $m \leq 4$ ; е)  $t = 1920$  ч,  $m \leq 7$ ;

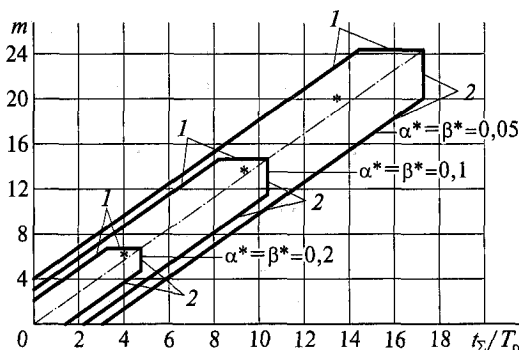


Рис. 8.3. График последовательных испытаний при  $T_\alpha = 2T_\beta$ :

1 — линии соответствия; 2 — линии несоответствия, \* — соответствующие планы одноступенчатого контроля

испытания будут отрицательными при: а)  $t = 0$  ч,  $m \geq 2$ ; б)  $t = 100$  ч,  $m \geq 3$ ; в)  $t = 520$  ч,  $m \geq 4$ ; г)  $t = 840$  ч,  $m \geq 5$ ; д)  $t = 1120$  ч,  $m \geq 6$ ; е)  $t = 1360$  ч,  $m \geq 7$ .

В противном случае испытания продолжают.

## 8.6. Планирование испытаний на надежность

Одним из наиболее удобных с точки зрения экономичности и простоты планов контроля средней наработки на отказ является следующий:  $\alpha^* = \beta^* = 0,2$ ;  $T_\alpha = 4T_\beta$ ;  $T_\beta = T_n$ . В этом случае при испытании двух изделий результаты будут положительными и их прекращают, если в течение времени  $T_n$  у каждого изделия не возникло отказов. Если возник один отказ, то изделие восстанавливают и испытания каждого изделия продолжают до получения наработки, равной  $2T_n$ . Если в дополнительное время отказов не возникло, то результаты испытаний положительные. Если суммарное число отказов равно двум или больше, то результаты испытаний отрицательные.

Подобная методика испытаний на надежность находила применение для узлов технологического оборудования (узлов станков с числовым программным управлением (ЧПУ), промышленных роботов, автоматизированных складов и т.д.). Для сокращения длительности испытаний применяют прогнозирование ресурса по результатам замеров скорости изменения, определяющих работоспособность параметров. Суть методики состоит в следующем. Анализ накопленного опыта по результатам эксплуатации технологического оборудования с учетом данных, приведенных в табл. 8.2, позволил выявить совокупность первичных отказов деталей и сопряжений оборудования. Перечень возможных отказов приведен в табл. 8.3. По результатам анализа этой таблицы предложен следующий метод оценки надежности.

1. Устанавливают узлы, подлежащие испытаниям.

2. По описанной ранее методике оценивают необходимую суммарную длительность  $T_\Sigma$  неускоренных испытаний и устанавливают план испытаний.

3. На испытания ставят  $n$  однотипных узлов. Чтобы свести к минимуму погрешность оценки средней наработки на отказ, связанную для механических, электромеханических и гидравлических узлов с возможным отклонением реального закона распределения наработки на отказ от экспоненциального, назначают  $n = T_\Sigma/T_n$ , т.е. в нашем случае  $n = 2$ . На устройство числового программного управления (УЧПУ) эту рекомендацию не распространяют, так как для них экспоненциальный закон достаточно подтвержден, и принимают  $n = 1 \dots 10$ .

Таблица 8.3

Характер отказа	Узлы	Номер видов отказов	Возможные виды первичных отказов	Рекомендуемые методы оценки работоспособности и долговечности
Постепенный	Механические	1	Разрушение деталей под действием циклической нагрузки и перегрузки	Прогнозирование ресурса расчетом
		2	Нарушение прочности сцепления и герметичности подвижных соединений	Прогнозирование работоспособности расчетом. Испытания конструкции с предельным сочетанием отклонений параметров
	Электрооборудование и УЧПУ	3	Повреждение элементов радионики	Прогнозирование ресурса расчетом по известным интенсивностям отказов элементов. Термодиклирование
	Механические	4	Повышение силы (момента) трения подвижных сопряжений	Прогнозирование ресурса по интенсивности возрастания силы трения
	Электрооборудование и УЧПУ	5	Износ подвижных сопряжений	Прогнозирование ресурса по интенсивности изнашивания
		6	Снижение сопротивления изоляции	Прогнозирование ресурса по скорости изменения сопротивления изоляции

Постепенный	Электрооборудование и УЧПУ	7	Залипание контактов реле	Прогнозирование ресурса по темпу изменения подгоревшей поверхности контакта
		8	Исчезновение электрического контакта в реле, в разъемах, повышенное искрение электродвигателя, нарушение обратной связи по скорости в связи с загрязнением коллектора тахогенератора	Прогнозирование ресурса по скорости увеличения сопротивления в контакте
		9	Пропуск импульсов фотосчитывающего устройства (ФСУ) в связи с загрязнением светопропускающей поверхности его оптических каналов	Прогнозирование ресурса по скорости уменьшения светопропускающей поверхности. Увеличение частоты включения ФСУ
	Гидрооборудование	10	Засорение и закоксовывание трубопроводов и клапанов	Прогнозирование ресурса по скорости закоксовывания сечения канала

4. Составляют перечень первичных возможных отказов узла.

5. По внезапным отказам вида 1 (см. табл. 8.3) прогнозируют ресурс или работоспособность расчетом, вида 2 — работоспособность расчетом или испытаниями конструкции с предельным сочетанием отклонений параметров, вида 3 — среднюю наработку на отказ расчетом или испытаниями при термоциклировании.

6. По постепенным отказам планируют длительность  $t_{\text{и}}$  ускоренных испытаний каждого испытываемого экземпляра. В качестве основного способа ускорения испытаний рекомендуется прогнозирование ресурса по замерам изменения параметров в течение малого времени (см. табл. 8.3). Длительность испытаний  $t_{\text{н}}$  рекомендуется назначать такой, чтобы можно было спрогнозировать наработку испытуемого экземпляра узла с относительной погрешностью не выше 0,05...0,1.

7. У деталей и узлов замеряют начальные значения  $x_{\text{нi}}$  определяющих параметров и уточняют из опыта эксплуатации их предельно допустимые  $x_{\text{предi}}$  значения. Затем проводят испытания в течение времени  $t_{\text{и}}$ , после их окончания разбирают узел и замеряют значения  $x_i$  тех же параметров.

Испытания проводят по управляющей тест-программе в наиболее тяжелом из возможных в эксплуатации режимов. Тест-программа предусматривает работу приводов на разных частотах вращения по всем координатам с преимущественным использованием перемещений с максимальными скоростями и работу всех вспомогательных механизмов. Систематически проверяют точность позиционирования рабочих органов. Для включения в работу тормозов периодически отключают технологическое оборудование от электрической сети.

8. В предположении линейного изменения определяющего параметра прогнозируют ресурс  $t_i$ , по каждому  $i$ -му отказу видов 4—10 (см. табл. 8.3):

$$t_i = \left| \frac{x_{\text{нi}} - x_{\text{предi}}}{x_{\text{нi}} - x_i} \right| t_{\text{и}}.$$

9. Прогнозируют число отказов испытуемых экземпляров. Считают, что узел отказал или откажет при эксплуатации в течение времени  $T_{\Sigma}/n$ , если:

а) расчетом или испытаниями по отказам видов 1, 2 установлено, что ресурс меньше  $T_{\text{н}}$  или работоспособность не обеспечена;

б) расчетом или испытаниями по отказу вида 3 получена средняя наработка на отказ, меньшая  $T_{\text{н}}$ ;

в) при испытаниях имел место отказ;

г) прогнозированием ресурса установлено, что по какому-либо отказу видов  $4 \dots 10$   $t_i < T_{\Sigma}/n$ .

10. Разделяют возникшие при испытаниях и спрогнозированные расчетом первичные отказы на две группы:

1) определяющие периодичность технических обслуживаний и ремонта, т.е. такие, предотвращение которых проведением регламентированных работ возможно и целесообразно;

2) определяющие среднюю наработку на отказ, т.е. те, предотвращение которых проведением таких работ либо невозможно, либо нецелесообразно.

Для каждого отказа первой группы разрабатывают мероприятия по регламентному обслуживанию, которые вносят в техническую документацию. Количество отказов второй группы суммируют и по суммарному числу с учетом положений п. 2 подводят итоги результатов испытаний.

Затем проводится расчет среднего времени восстановления. Браковочный уровень среднего времени восстановления  $T_{в\beta}$  принимают равным значению  $T_{в.в.}$ , заданному в технических условиях. Приемочное значение времени восстановления  $T_{в\alpha}$  принимают меньшим  $T_{в\beta}$ . В частном случае можно принять  $T_{в\alpha} = 0,5 T_{в\beta}$ . Контроль удобно вести одноступенчатым методом по формуле

$$\frac{T_{в\alpha}}{T_{в\beta}} = \frac{\chi_{1-\alpha; 2m}^2}{\chi_{\beta; 2m}^2}, \quad (8.25)$$

где  $\chi_{\beta; 2m}^2, \chi_{1-\alpha; 2m}^2$  — квантили уровней  $\beta^*$  и  $1 - \alpha^*$  распределения  $\chi^2$  с  $2m$  степенями свободы, находят необходимое число отказов  $m$ . Затем по формуле

$$\frac{t_{\max}}{T_{в\beta}} = \frac{1}{2} \chi_{1-\alpha; 2m}^2 \quad (8.26)$$

вычисляют суммарное время восстановления  $t_{\max}$ , необходимое для проведения контроля. В табл. 8.4 приведены значения планов контроля, полученные расчетом по этим формулам.

Результаты испытаний считают положительными, если суммарное время восстановления  $t_{\max}$  оказалось достаточным для устранения  $m$  отказов. При совмещении испытаний с контрольными, предназначенными для контроля средней наработки на отказ, удобно необходимую величину  $m$  получать искусственным внесением в конструкцию наиболее типичных неисправностей.

**Пример 8.12.** Требуется назначить план испытаний для контроля среднего времени восстановления не более  $T_{в\beta} = 2$  ч.

Таблица 8.4

$\alpha^*$	$\beta^*$	$T_{в\alpha}/T_{в\beta}$	$m$	$t_{\max}/T_{в\beta}$
0,05	0,05	0,5	20	13,2
0,1	0,1	0,5	14	9,47
0,2	0,2	0,5	6	3,92

*Решение.* Задаемся  $\alpha^* = \beta^* = 0,2$ . Принимаем  $T_{в\beta} = T_{вв}$ ,  $T_{в\alpha} = 0,5T_{в\beta}$ . Из приведенных выше значений планов контроля следует  $m = 6$ ;  $t_{\max}/T_{в\beta} = 3,92$ , откуда  $t_{\max} = 3,92$ ,  $T_{в\beta} = 3,92 \cdot 2 = 7,84$  ч.

Следовательно, если суммарное время восстановления 7,84 ч оказалось достаточным для устранения шести отказов, то результаты испытаний считаются положительными.

### Контрольные вопросы

1. В чем состоит специфика оценки надежности по результатам испытаний? 2. Как можно сократить объем испытаний для подтверждения заданных показателей надежности? 3. Какова цель определительных испытаний? 4. Чем отличаются определительные испытания восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий? 5. Каковы преимущества проведения форсированных испытаний? 6. Какими способами можно сократить число образцов для проведения испытаний? 7. Как производится расчетно-экспериментальная оценка надежности по критериям работоспособности? 8. Как оценивается вероятность отсутствия отказов отдельных видов? 9. Какое назначение имеют контрольные испытания? 10. Как составляется план проведения испытаний, обеспечивающий простоту и экономичность испытаний?



# ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОЛУЧЕНИЕ НАДЕЖНЫХ СИСТЕМ

---

### 9.1. Общие принципы обеспечения надежности

Роль конструкторской службы является основной в создании и апробировании конструкций, которым присуща требуемая надежность. При конструировании часто упускаются из виду очевидные истины, обеспечивающие надежность, поэтому имеет смысл привести некоторые основные положения.

1. Конструктор разрабатывает конструкцию и отвечает за обеспечение всех требуемых характеристик, включая надежность.

2. Конструкция каждого изделия обладает присущей ей потенциальной надежностью.

3. Потенциальная надежность конструкции может быть реализована только при изготовлении изделия в полном соответствии с конструктивными требованиями. Однако полностью реализовать потенциальную надежность удастся редко, так как условия производства, испытаний, хранения и эксплуатации часто отличаются от расчетных. В результате этого достигнутая или фактическая надежность бывает меньше потенциальной.

4. Разработка любого сложного изделия должна обеспечивать его потенциальную надежность, чтобы можно было передать потребителю изделия с заданной или требуемой фактической надежностью.

5. Персонал службы надежности по отношению к конструктору должен проводить объективную независимую политику «контроля и балансирования», но при этом с конструктора не должна сниматься ответственность за обеспечение надежности.

Задача обеспечения максимальной потенциальной надежности в процессе разработки решается при наличии не только сильной конструкторской службы, но также и компетентной службы надежности.

Обеспечение в сложной системе высокой, внутренне присущей конструкции, надежности может оказаться дорогостоящим и потребовать больших затрат времени, хотя затруднения с выпуском продукции и проблемы, возникающие во время эксплуатации в

связи с необходимостью обеспечения и поддержания требуемого фактического уровня надежности, могут вызвать еще большие затраты

Рассмотрим вопрос о цене ненадежности. При уменьшении достигнутой надежности оперативной ракетной системы на 10 % для обеспечения одной и той же степени поражения цели потребуются увеличение, по меньшей мере, на 10 % фактического числа боевых ракет. Для этих ракет нужны дополнительные пусковые площадки (шахты или подводные лодки), испытательная аппаратура, оборудование для пуска, обслуживающий персонал и вспомогательное оборудование, что связано с большими затратами средств и времени.

Требования к надежности определяются результатами сравнительного анализа цены надежности и цены ненадежности. Очевидно, что принятое решение должно быть согласовано с заказчиком, так как, в конечном счете, он покрывает все расходы.

## **9.2. Роль этапа конструирования в обеспечении надежности**

Для областей, характеризующихся быстрым техническим прогрессом, например при разработке аппаратуры космической техники вообще и радиоэлектронной аппаратуры в частности, существенным является наличие сильной компетентной конструкторской службы. В структуре фирм, работающих в этих направлениях, конструкторская служба обычно считается определяющей.

Этап конструирования имеет также большое значение для изготовителей дорогостоящей продукции (автомобилей, технологического оборудования, станков) и во многих других аналогичных областях производства. Этап конструирования играет важную роль во всех промышленных областях, хотя имеет меньшее значение в фирмах, выпускающих простые изделия или изделия, характеризующиеся стабильной апробированной конструкцией.

*Конкретные действия в начале разработки обычно начинаются с организации работ по исследованиям новых конструкторских концепций. В связи с этим целесообразно привести здесь некоторые определения, касающиеся конструирования.*

*Исследования* — научная или инженерная деятельность фирмы, связанная с разработкой нового изделия или новых важных методов конструирования существующих изделий.

*Разработка* — инженерная деятельность фирмы по внедрению и осуществлению исследовательской идеи. Иногда разработка сочетается с исследованиями, а в других случаях — с конструированием.

**Конструирование** — инженерная функция, заключающаяся в применении конструкторских методов к решению конкретных задач. В результате выполнения этой функции выпускаются чертежи и технические условия на комплектующие изделия, используемые в этой программе.

Конструкторская служба ставит перед собой задачу создания конструкций со следующими характеристиками:

**функциональная пригодность.** Конструкция при воплощении ее в изделие должна обеспечивать удовлетворительное выполнение функций, для которых она предназначена;

**надежность.** Конструкция, воплощенная в изделие, должна обеспечивать выполнение заданных функций не только сразу после изготовления и при благоприятных условиях, но также в течение требуемого периода времени в установленных пределах окружающих условий. Если предусмотрена возможность ухода и обслуживания, то это должно быть учтено в конструкции;

**технологичность.** Конструкция должна обеспечивать экономичное изготовление изделия имеющимися производственными средствами и силами организаций-смежников (поставщиков), которых предполагается привлечь к участию в работе;

**своевременность.** Детализование чертежей должно быть завершено, а сами чертежи выпущены в установленные графиком сроки;

**конкурентоспособность.** Конструкция должна находить сбыт. На возможность сбыта, кроме упомянутых выше факторов, оказывают влияние стоимость, внешний вид и многие другие факторы.

Предполагается, что по возможности конструктор будет применять общепринятые методы конструирования. Работа конструкторов по своему характеру является творческой; поэтому им часто бывает трудно противостоять желанию применить что-либо новое, несмотря на то что существует апробированный метод, обеспечивающий требуемую эффективность и надежность. Хорошо известна восприимчивость конструкторов по отношению к усилиям инженеров рекламного отдела, поставщиков деталей и узлов, пропагандирующих достоинства своих новых изделий. Одна из важных обязанностей руководства конструкторскими работами заключается в создании системы, стимулирующей использование конструктором апробированных конструкций вместо неапробированных.

В связи с тем, что часто оказывается невозможным максимально выполнить весь комплекс иногда противоречивых требований, конструктору приходится принимать компромиссные решения. Задавая необычно жесткие допуски или внося в спецификацию какой-либо «экзотический» материал, он может добиться повышения надежности ценой ухудшения технологичности. Отказав-

шись от полного цикла испытаний конструкции при наихудших сочетаниях условий окружающей среды и воздействии старения, конструктор может пойти на риск и сконструировать изделие с пониженной надежностью, но при этом он может выпустить чертежи в установленные планом сроки. Некоторые из этих компромиссных решений почти неизбежны.

### **9.3. Задачи службы надежности на этапе конструирования**

Понятие «техническое конструирование» охватывает различные виды деятельности, общая цель которых заключается в выпуске комплекта конструкторской документации (чертежи, технические условия, методики, программы контрольных испытаний), которая содержит информацию, позволяющую компетентному производственному персоналу выпустить изделия, удовлетворяющие всем конструктивным требованиям.

В зависимости от характера изделия, предполагаемых способов его использования, требований заказчика и условий практической деятельности фирмы комплект конструкторской документации может быть простым, как, например, эскизный документ, или сложным, как, например, система связанных между собой и контролируемых военным ведомством чертежей, технических условий, методик, программ заводских испытаний, планов заводского контроля, инструкций по эксплуатации с обеспечением формальных каналов обратной связи для получения данных об отказах, наблюдавшихся в процессе эксплуатации и заменах элементов.

Во многих случаях конструктору приходится иметь дело с изделиями на этапах разработки экспериментальных макетов и опытных образцов и испытаний. Он должен также планировать выполнение программ испытаний при различных условиях окружающей среды и предельных воздействиях, установленных техническими условиями.

Для инженера в области надежности важно понимание целесообразной последовательности и объема работ, выполняемых разработчиком после получения им задания. Такими являются девять видов работ.

1. Разработка или выбор одного или более вариантов структурных схем конструкции.

2. Анализ выполнимости различных возможных структурных схем, который может быть проведен на основе опыта, с помощью моделирования и теоретического анализа, лабораторного экспериментирования и испытаний, создания макетов или сочетания указанных методов.

3. Выбор структурной схемы, базирующийся на результатах анализа возможных вариантов и сопоставлении вероятностей выполнения с помощью каждого из этих вариантов всех заданных требований. Такой выбор связан с необходимостью серьезного «надежностного» анализа конструкции. Обычно он требует одобрения вышестоящего руководителя.

4. Распределение, если это признано необходимым, требований к надежности по всей конструкции вплоть до уровня отдельных деталей.

5. Подготовка предварительных чертежей и технических условий на изготовление опытных образцов. Работа над такими предварительными чертежами и техническими условиями требует серьезного «надежностного» анализа конструкции.

6. Выпуск предварительных чертежей и технических условий на изготовление установочной серии изделий, предназначенной для проверки выполнимости всех конструкторских решений при производстве изделий, оценочных автономных испытаний и комплексных испытаний совместно с другими элементами системы.

7. Выработка требований к квалификационным испытаниям и участие в выработке требований к заводским испытаниям и контролю.

8. Проведение испытаний опытных образцов, квалификационных испытаний, а также при необходимости коррекций схемной и конструкторской документации.

9. Выпуск законченного комплекта конструкторских документов после одобрения всей разработки с точки зрения надежности и других требований.

После выпуска комплекта конструкторской документации конструктор продолжает решать ряд задач. Две из них — авторский контроль над реализацией конструкции и контроль над внесением изменений в конструкцию — тесно связаны между собой. Все предложения о внесении изменений в чертежи должны быть тщательно рассмотрены с точки зрения их влияния на потенциальную надежность, а также на другие характеристики. Желательно, чтобы в некоторый момент проект оказался в «замороженном» состоянии, после чего вносить какие-либо изменения по улучшению конструкции запрещается.

Авторский контроль над реализацией конструкции связан с контролем выполнения требований при изготовлении каждого серийного образца, производственной партии или изделия этого типа. Любое отклонение в размерах, электрических, механических и других характеристиках между изготовленным и спроектированным изделиями должно быть обнаружено, зафиксировано и подвергнуто анализу в целях принятия совместных мер службами конструирования и надежности (а в случае необходимости и заказчиком).

#### **9.4. Влияние требований надежности на конструирование**

Требования, задачи и цели в отношении надежности формулируются заказчиком или вытекают из практики конкурентной борьбы. Четкую и определенную линию в отношении требований к надежности обычно ведут правительственные учреждения. Высокие требования к надежности предъявляют к своим поставщикам также крупные заказчики таких промышленных отраслей, как автомобильная и гражданская авиация.

Требования в отношении надежности для потребительских товаров и промышленных изделий, поставляемых различным потребителям, определяются изготовителем на основе изучения реакции потребителя и анализа практики конкурирующих фирм. Конечно, фирма может быть вытеснена с рынка из-за установления чрезмерно высокой цены, если она будет добиваться нереально высокой надежности. Однако значительно большее число фирм оказывалось в затруднении из-за неприемлемо низкой надежности их продукции. Требования к надежности независимо от того, предписаны ли они или выработаны самой организацией, не являются неприкосновенными и должны периодически подвергаться пересмотру. Пересмотр необходимости и обоснованности требований к конструкции (включая надежность) является основным элементом работы по техническому совершенствованию изделий. Отказ на первых стадиях выполнения программы от не диктуемых необходимостью требований в области надежности может дать экономию времени, усилий и средств, а также увеличить ресурсы, которые могут быть сконцентрированы для решения других важных конструктивных проблем.

При выполнении сложного проекта необходимо разбить все общие требования в области надежности, цели и задачи на отдельные частные цели и задачи, относящиеся к элементам проекта. Такое распределение целей и задач обычно выполняется на уровне комплексного руководства проектом или подготавливается для него службой надежности. Наименее жесткие возможные требования к надежности должны предъявляться к конструктивным элементам большой сложности или к тем элементам, в которых используются новейшие достижения технического прогресса. К элементам, являющимся относительно простыми, в которых используются хорошо известные и апробированные конструктивные принципы, должны предъявляться наиболее жесткие требования по надежности.

Указанное распределение требований по надежности часто пересматривается ответственным руководством проекта. На конструкцию могут быть наложены некоторые специальные ограни-

чения в отношении надежности, составляющие часть конструктивных требований. Может быть запрещено применение определенных материалов, деталей или методов, например:

натуральных или синтетических материалов с недопустимыми характеристиками (горючесть, газовыделение и др.);

электронных элементов, характеристики которых считаются неудовлетворительными при использовании в данной конструкции (например, реле, электролитические конденсаторы);

жидких ракетных топлив для баллистических снарядов, предназначенных для использования на подводных лодках;

олова, цинка и некоторых других металлов в электронных приборах в связи с образованием этими металлами кристаллических «усиков», которые могут вызвать отказы.

Служба надежности может также потребовать от конструктора следовать установившейся практике в области надежности, применять определенные материалы и детали и использовать некоторые конструктивные методы, как, например:

применять апробированные полупроводниковые приборы (транзисторы, диоды и т.п.) вместо электровакуумных приборов;

предусматривать резервирование в некоторых частях схемы;

использовать некоторые апробированные на практике методы конструирования при соединении неоднородных металлов для защиты от электролитических коррозионных процессов, которые могут возникнуть при определенных окружающих условиях;

облегчать режимы работы электронных элементов в целях уменьшения числа отказов и повышения срока службы элементов.

Выраженные количественно требования, задачи и цели в отношении надежности составляют часть основных конструкторских заданий.

## **9.5. Практические методы конструирования надежных систем**

В каждой отрасли техники используются свои практические методы конструирования, которые являются для нее характерными.

**Конструирование радиоэлектронных систем.** Конструирование радиоэлектронных систем состоит, как правило, в соединении в определенном порядке стандартных электронных элементов.

В связи с тем, что конструктор схемы практически не может быть специалистом по всем типам схемных элементов, которые ему приходится применять, обычно создается специальная группа специалистов по комплектующим деталям. Эта группа специалистов обычно составляет часть службы надежности. Ее функция

заключается в контроле, связанном как с разрешением к применению элементов, так и с использованием разрешенных к применению элементов в нестандартных условиях и режимах. Такой порядок объясняется необходимостью предотвратить использование в перенапряженном режиме апробированных деталей. Иногда, стремясь уменьшить массу и габаритные размеры устройства, конструктор допускает перенапряженные режимы. Если требуется обеспечить высокую надежность, при конструировании обычно стремятся облегчить режимы работы электронных элементов приблизительно на 50 %.

Конструкторы электронных систем при разработке функциональных схем и схем соединений обычно полагаются на специалистов по компоновке, при получении экспертных рекомендаций по проблемам обеспечения требуемого теплового режима на лиц, занимающихся тепловыми расчетами, и при получении рекомендаций по заливке, пайке, сварке и другим технологическим процессам — на специалистов по материалам и процессам.

**Расчет силовых конструкций.** Конструкторам самолетов, управляемых снарядов, искусственных спутников не разрешается прибегать (из-за ограничений в габаритных размерах и массе) к утяжелению конструкции, обычно допускаемому конструкторами неподвижных сооружений или изделий, предназначенных для передвижения по земле. Конструкторы космических аппаратов работают с запасами прочности и для подтверждения правильности своих конструктивных расчетов в значительной степени полагаются на испытания с доведением образцов до разрушения. Для механических деталей несколько в меньшей степени применяются такие же методы контроля, как и описанные ранее для электронных деталей.

**Конструирование гидравлических и пневматических систем.** Перед конструкторами гидравлических и пневматических систем возникает несколько общих проблем. Они обычно имеют дело с высокими давлениями и должны предусматривать в конструкциях меры безопасности против взрывов. Большое беспокойство вызывает у них проблема герметичности, всегда нужно иметь в виду возможность загрязнения и закупорки трубопроводов. При разработке таких систем для летательных аппаратов конструкторы должны тщательно анализировать технические решения, с тем, чтобы обеспечивать необходимые меры безопасности, удовлетворяя одновременно установленным для такой аппаратуры требованиям в отношении объема и массы.

**Конструирование механических элементов.** В конструировании функциональных механических элементов накоплен значительно больший опыт. Конструкции многих функциональных механических элементов представляют собой модификацию или развитие



ранее апробированных конструкций. Это облегчает принятие технических решений. Если необходимо использовать стандартные функциональные механические детали (например, шарикоподшипники) в условиях, существенно отличных от стандартных, то необходимо воспользоваться помощью специалистов по деталям и элементам.

## **9.6. Методы конструирования, обеспечивающие получение высокой надежности**

Одним из способов повышения надежности, когда это допустимо с точки зрения ограничений в массе, объеме и стоимости, является создание больших запасов прочности конструкции. При расчете ответственных силовых конструкций это означает, например, что нужно рассчитать конструкцию на 4 500 кг, когда максимальное усилие по техническим условиям составляет 450 кг. При конструировании радиоэлектронной аппаратуры режимы работы электронных элементов облегчаются до такой степени, что обеспечивается их использование на 10... 15 % номинальных значений параметров. При конструировании гидравлических или пневматических систем это означает, например, конструирование сосуда высокого давления, рассчитанного на удельное давление 70 кг/см<sup>2</sup>, при установленном максимальном удельном давлении 7 кг/см<sup>2</sup>.

Для конструктора, стремящегося обеспечить высокую надежность, полезными оказываются два подхода — упрощение и стандартизация. Чем проще конструкция, тем выше внутренне присущая ей надежность. Уменьшение количества деталей или числа различных типов используемых деталей представляет собой очевидный метод повышения потенциальной надежности электронного устройства. Стандартные элементы и схемы обычно проходят тщательную приработку, и вероятность появления каких-либо неприятных неожиданностей при их использовании очень мала. Необходимо иметь в виду, что каждое затейливое устройство все же можно заставить функционировать; однако чем выше сложность конструкции, тем обычно меньше ее надежность.

Конструктор должен проявлять интерес к факторам инженерной психологии. Следует заботиться о том, чтобы неправильная сборка или неправильное использование созданной конструкции были бы затруднительными. По возможности длина кабелей должна выбираться таким образом, чтобы можно было соединить с соответствующим разъемом только нужный кабель; разъемы должны отличаться по размерам, чтобы подходил только разъем соответствующего кабеля. Если поставлено условие возможности замены функционального узла, то проблемы, связанные с удалением и

заменой его малоквалифицированным персоналом в эксплуатационных условиях, должны быть тщательно рассмотрены и решены оптимальным способом. В случаях когда можно уронить болт крепления, гайку или винт в важную или недоступную часть устройства, вероятность повреждения конструкции (при прочих равных условиях) значительно возрастает.

Большое значение для повышения надежности имеют обеспечиваемые конструкцией возможности проведения производственных и эксплуатационных испытаний и контроля. Разработчик функциональной схемы по возможности должен так выбирать принцип действия и схему устройства и его узлов, чтобы они могли быть подвергнуты полной неразрушающей функциональной проверке. Например, электрический выключатель может быть проверен в работе, тогда как такая же проверка предохранителя приводит к его разрушению. В данном случае преимущество «испытываемости» должно быть взвешено и сопоставлено с вероятно более высокой надежностью предохранителя. Обмотка электромагнита может быть повторно много раз проверена в работе; пирозапал является устройством одноразового действия. Очень важной характеристикой высоконадежной конструкции является также возможность проконтролировать ее основные размеры, отделку поверхностей и другие нефункциональные особенности.

Необходимо отметить, что в отношении частой оперативной проверки сложных систем оружия существуют две школы. Так называемая школа «деревянных ракет» придерживается взгляда о необходимости проведения лишь очень редких проверок или исключения их, пока система оружия работоспособна. Вторая школа выступает за регулярные и частые функциональные проверки работоспособности системы оружия. Исследователи, принадлежащие к первой школе, исходят из того, что «проверка влечет за собой износ» и надежность системы оружия заметно понижается при каждой проверке. Фактически на практике прибегают к компромиссному решению, выражающемуся в проведении нечастых, но регулярных функциональных проверок по сокращенной программе.

Если конструкция требует применения специальных технологических процессов или необычных производственных методов, то эти требования должны быть четко указаны в чертежах и технических условиях. Кроме того, в них должны быть приведены предупредительные сведения относительно организации системы контроля производственных процессов и качества, с тем, чтобы были сведены к минимуму возможность неблагоприятного влияния на надежность и качество особенностей характеристик оборудования, способов его установки и степени подготовки персонала. В качестве примера можно указать на конструкцию, кото-

рая должна быть изготовлена в чистом помещении при определенных условиях работы. В случаях когда производственная организация этими условиями не располагает, они должны быть созданы либо должны быть приняты предупредительные меры, позволяющие устранить вредное влияние загрязненности помещения.

Обычно значительно легче сконструировать аппаратуру для благоприятных окружающих условий, чем для жестких (предельных) условий. Одним из способов повышения надежности устройства является создание облегченных условий. Этого можно добиться путем обеспечения термостатирования или температурного контроля, ослабления ударных нагрузок с помощью амортизации, уменьшения влажности при транспортировке, хранении и эксплуатации, применением в замкнутом объеме влагопоглотителей и т.п. Несмотря на то что изменение окружающих условий (обычно путем применения специальных контейнеров, в которых поддерживаются требуемые условия) обходится очень дорого и связано с дополнительными трудностями, тем не менее, оно представляет собой выход из положения в тех случаях, когда невозможно найти приемлемое конструктивное решение для обеспечения надежности при работе во всем диапазоне предельных условий.

Одним из важных методов, используемых для достижения высокой конструктивной надежности, является резервирование, хотя этот метод обладает определенными ограничениями. Легко убедиться в том, что выполнение некоторой функции с помощью одной из двух функциональных цепей имеет преимущество в отношении обеспечения надежности по сравнению со случаем работы только одной цепи. Иногда автоматическое функциональное устройство дублируется с помощью ручного устройства (при участии оператора). Резервирование обеспечивается также применением нескольких двигателей на морских судах и самолетах. Для увеличения надежности систем может быть принято решение об использовании обслуживающего персонала в дополнение к полностью автоматизированным устройствам.

Следует иметь в виду, что резервирование как метод конструирования имеет определенные ограничения и не может рассматриваться как панацея от всех бед. Некоторые из этих ограничений заключаются в следующем:

1) ограничения в габаритных размерах и массе могут привести к двум дублированным схемам (или другим функциональным устройствам), в которых используются малогабаритные, менее надежные элементы, размещаемые в располагаемом объеме. При этих условиях надежность резервированной системы может оказаться даже меньше, чем надежность нерезервируемой системы;

2) удары, вибрации или изменения температуры, которые могут вызвать выход из строя одной схемы или системы, вероятно, вызовут выход из строя обеих (резервированных) систем. При таких условиях необходимо лучше направить усилия конструктора на защиту от перегрева, ослабление вибраций и ударов или на другую защиту схемы или системы от воздействия окружающих условий;

3) не всегда то, что кажется резервированием, оказывается им на самом деле. Так, например, две трубы, используемые для параллельной передачи жидкости (с необходимыми контрольными клапанами и т. п.), являются полностью резервированными только в том случае, если каждая труба в отдельности рассчитана на максимально требуемый поток жидкости. Можно привести и другой пример. Двухмоторный самолет, который при полете с одним двигателем не может обеспечить достижение требуемых высоты и скорости полета, теоретически менее надежен при полете над водной поверхностью, чем одномоторный самолет. Это объясняется тем, что вероятность отказа двигателя у двухмоторного самолета в два раза больше, чем у одномоторного.

Другой метод конструирования, направленный на повышение надежности, заключается в преднамеренном решении не рассчитывать конструкцию на самые худшие рабочие условия. Приняв такое решение, конструктор может использовать менее сложную конструкцию, обладающую более высокой надежностью при всех, кроме наихудших возможных сочетаний, условиях. Вероятность столкнуться с самыми худшими сочетаниями условий окружающей среды статистически весьма мала, и поэтому конструктор может ожидать выигрыша в надежности.

Наконец, эффективный метод повышения надежности заключается в том, чтобы проявлять неизменное глубокое внимание ко всем случаям отказов и неувязкам в конструкции, сведения о которых поступают из отчетов о разработке, конструктивного анализа, приказов на изменения в чертежах (от службы контроля качества продукции и службы технической связи), формальных программ испытаний, отчетов о неисправностях и отказах при эксплуатации и материалов исследования причин отказов. Оперативные эффективные корректировочные меры могут в значительной степени повысить надежность.

Таким образом, существует несколько методов, с помощью которых можно повысить конструктивную надежность. В каждом случае эти методы необходимо всесторонне оценить, выявить ограничения, влияющие на конкретную разрабатываемую конструкцию. Конструктивные методы повышения надежности предусматривают: создание запасов прочности конструкции, облегчение режимов работы элементов, упрощение конструкции,

использование стандартных деталей и узлов, учет факторов инженерной психологии, обеспечение ремонтпригодности и возможности проведения текущих испытаний и контроля, меры, позволяющие успешно выполнить специальные технологические процессы, обеспечение благоприятных окружающих условий работы устройства, обоснованное использование резервирования, и, наконец, учет материалов, содержащихся в оперативных отчетах по разработке, и принятие необходимых корректировочных мер для устранения вероятных причин ненадежной работы устройства.

## **9.7. Анализ надежности конструкции**

Анализ надежности конструкции включает в себя целый ряд функций, выполняемых службой надежности. Наиболее важными из них являются анализ конструкции, связанный с прогнозированием надежности, и составление отчета о ходе разработки с точки зрения надежности.

Анализ, связанный с прогнозированием надежности, проводится для оценки потенциальной, внутренне присущей, конструкции надежности. К нему приступают, как только появляются конструктивные варианты. По мере совершенствования конструкции отчетные материалы обновляются. Типичный отчет по анализу и прогнозированию надежности функционального электронного узла на начальном этапе конструирования может содержать следующие разделы.

1. *Введение.* Во введении дается физическое и функциональное описание устройства. Объясняется практическое применение устройства с использованием графических иллюстраций.

2. *Сводка основных выводов и рекомендаций.* Это одна из основных частей отчета. Целью анализа надежности является определение тех мест конструкции, которые нуждаются в улучшении, и предложение соответствующих корректировочных мер.

3. *Блок-схема надежности.* Схема показывает роль разрабатываемого устройства при функционировании его в составе всей системы, а также основные функции самого устройства. В блок-схеме должны быть отражены все случаи схемного и функционального резервирования.

4. *Оценка надежности системы.* Анализ должен быть направлен на получение количественной оценки надежности устройства. В качестве исходных материалов используются данные о требуемой продолжительности работы устройства, интенсивности износных отказов, характеристики старения и надежности нестандартных деталей.

5. *Надежность схемных элементов.* В этом разделе отчета указываются источники данных по интенсивностям отказов схемных элементов, приводятся данные для конкретных элементов разрабатываемого устройства и допущения, принятые при оценках интенсивностей отказов элементов. Кроме того, здесь может приводиться информация, необходимая для обоснования выбора типов элементов и режимов их использования, сводка данных об анализе механических и других нагрузок на элементы изделия, описание используемого метода определения надежности элементов одноразового действия, перечни изделий, которые могут работать только в течение определенного календарного времени, указания по методике приработки и тренировки элементов, а также указания по входному контролю элементов внешней поставки.

6. *Анализ видов отказов.* Идентифицируются и описываются все вероятные первичные виды отказов, а также оценивается возможное влияние каждого из них на характеристики системы. Делаются замечания относительно предусмотренных в схеме и конструкции мер, направленных на предупреждение «цепных» отказов, т.е. отказов, которые в свою очередь вызывают новые отказы.

7. *Анализ надежности в процессе производства.* В этом разделе отчета описываются специальные меры и требования, необходимые для сохранения потенциальной надежности изделия в процессе производства. В него включаются требования по проверке чертежей, методы контроля за выполнением требований относительно производственных условий, например поддержания требуемой чистоты помещений, способы проверки выполнения технологических процессов, специальные требования и ограничения, связанные с испытаниями и контролем на разных стадиях производства, а также требования по обращению с изделием и упаковке.

8. *Анализ ремонтпригодности.* В этом разделе приводятся данные о методиках, предназначенных для обнаружения и устранения неисправностей, сведения о доступе к элементам с ограниченным сроком службы, требования к периодичности и объему профилактических осмотров, инструкции по обслуживанию и рекомендации по обеспечению запасными частями и материалами.

9. *Выводы и рекомендации.* В этом разделе приводится сводка всех рекомендаций, содержащихся в других разделах отчета, со ссылками на конкретные параграфы, в которых имеется подробная информация.

Показатель надежности, предварительно рассчитанный для разрабатываемой конструкции, приобретает особую ценность при сравнении различных конструктивных концепций. Часто отчет об

анализе и прогнозировании надежности является одним из основных источников описания проекта на ранней стадии конструирования наряду с циклограммами процесса функционирования, схемами, теорией процесса работы, указаниями о выполняемых функциях, прогнозируемыми видами отказов и подобной важной информации. Отчет с изложением материалов анализа и прогнозирования надежности вместе с информацией, заложенной в технической конструкторской документации, являются основными данными для суждения о качестве конструкции. Третьим основным источником данных служат составленные конструктором отчеты о ходе разработки с точки зрения надежности. По комплексным системам анализ конструкции нужно проводить, по крайней мере, три раза (на начальном, промежуточном и окончательном этапах разработки).

Анализ конструктивных вариантов на начальном этапе разработки потенциально влияет на конструкцию, а последующие промежуточные и окончательный анализы имеют относительно меньшее влияние. В случаях когда это возможно, анализ конструкции в отношении надежности должен сочетаться с анализом конструкции с других точек зрения, например технологичности и ремонтпригодности. Это диктуется необходимостью свести к минимуму затраты рабочего времени конструктора и разрешить вопросы, связанные с противоречивыми рекомендациями. Далее приводятся положения отчета о ходе разработки:

- анализ требований к работе устройства;
- анализ требований к условиям окружающей среды;
- разрешение на применение апробированных деталей;
- анализ схем и прогнозирование надежности;
- меры по обеспечению виброустойчивости и ударостойкости;
- меры по обеспечению теплоотвода;
- правильное применение неоднородных металлов для сведения к минимуму коррозионных процессов;
- правильное применение органических материалов для уменьшения ограничений срока службы;
- исследование условий, способствующих образованию участков местного перегрева;
- сведение к минимуму требований по регулировкам и подгонкам отдельных устройств при сборке их в систему, а также требований по подгонке параметров элементов в процессе производства;
- меры по обеспечению возможности проведения испытаний и контроля;
- меры по обеспечению ремонтпригодности;
- анализ потенциальных видов отказов и их влияния на работоспособность системы.

Таким образом, анализ надежности конструкции представляет собой аналитический метод оценки или предсказания внутренне присущей конструкции надежности путем (в случае электронных устройств) выбора показателей надежности для схемных элементов, оценки влияния облегченных режимов работы, резервирования и других факторов. К анализу надежности конструкции необходимо приступать, как только появляются промежуточные варианты конструкции или разработанные схемы. Материалы анализа должны пересматриваться каждый раз после внесения значительных конструктивных изменений.

Анализ надежности конструкции можно рассматривать как мероприятие по контролю качества выполнения конструкторских работ в целях оценки и определения соответствия разработки основным требованиям и оправдавшим себя принципам и практическим методам конструирования. В этом смысле анализ надежности конструкции связан с качеством проекта (внутренне присущая надежность), как контроль и испытания в процессе производства связаны с качеством изготовления (соответствие конструктивным требованиям) изделия. Высокая внутренне присущая надежность является фундаментальным требованием, предъявляемым к изделиям, которые должны обладать высокой надежностью в эксплуатационных условиях.

К сожалению, конструкция с высокой внутренне присущей надежностью легко теряет заметную часть потенциальной надежности вследствие некачественного контроля конструктивных параметров, небрежного контроля вносимых изменений и использования чертежей и технических условий, в которых содержится неоднозначно истолковываемая информация. Проведенный анализ конструкции передается персоналу технологов и изготовителей, а также аппарату контроля качества, которые должны осуществлять проверку качества и однозначности документации. Эта проверка вместе с постоянной проверкой выпускаемых чертежей, конструктивных изменений и системой авторского контроля за правильностью изготовления разработанной конструкции играет существенную роль в предотвращении ухудшения надежности конструкции, обладающей потенциально высоким уровнем надежности.

## **9.8. Функции службы надежности при разработке изделий**

Существует несколько дополнительных мер по повышению надежности, которые в некоторой степени влияют на деятельность конструкторской организации.



*Составление перечней схемных элементов с ограниченным календарным сроком службы.* Эти элементы обычно ограничивают общий срок службы всей конструкции. Такие ограничения обуславливаются применением органических материалов (например, резины) или взрывчатых химических веществ. Очевидно, для элементов с ограниченным календарным сроком службы должны предусматриваться запасные части, поставку которых следует включать в планы материально-технического снабжения.

*Составление перечней схемных элементов с ограниченным ресурсом работы.* У этих функциональных элементов допустимый срок службы выражается временем работы, числом рабочих циклов или числом включений, меньшими, чем это требуется при реальных условиях эксплуатации. Необходимые действия такие же, как в случае элементов с ограниченным календарным сроком службы.

*Систематическое наблюдение за старением материалов.* Оно осуществляется по программе детального исследовательского анализа материалов, находившихся длительное время в рабочем состоянии под нагрузкой. Этот анализ имеет целью раннее обнаружение признаков зарождающихся отказов. Результаты систематического наблюдения за старением материалов поступают к конструкторам в форме рекомендаций.

*Проверка однозначности конструкторской документации.* В период между анализом конструкторских материалов с точки зрения надежности и детальной проверкой практически выполненных чертежей необходима проверка на надежность другого рода. Ее целью является подтверждение того, что замыслы конструктора ясно и полностью переданы техническому персоналу и контролерам, которые будут ими руководствоваться. Этот вид проверки известен под названием проверки на однозначность даваемых в конструкторских документах указаний. Особо тщательно при этом следует проверять требования, отраженные в технических условиях, и примечания к чертежам.

*Надежность, обеспечиваемая в процессе производства.* Согласно программе повышения надежности инженеры по надежности следят за реализацией проекта в экспериментальных цехах и наблюдают за составлением документации, связанной с переходом проекта в стадию производственного изготовления. Наблюдение за фактическим производственным процессом позволяет обнаружить существующие неопределенности или упущения и явные ошибки, допущенные при конструировании.

*Обратная связь между производством и конструкторской службой.* Работа по обеспечению надежности включает в себя такую важную функцию, как сбор данных о параметрах устройств,

данных функционального и размерного характера (включая весовые данные) по результатам испытаний и других проверок, выполняемых на ранней стадии производства. Результаты статистической обработки сопоставляются с установленными техническими условиями пределами, контрольными допусками и указаниями по нормировке параметров, размеров, весовых данных. Материалы такого рода обеспечивают конструктора информацией о действительных возможностях производства, о реальности установленных в конструкторской документации допусков. Это позволяет конструктору лучше приспособиться к производственным возможностям без ухудшения надежности, а может быть, и повысить надежность конструкции.

*Проверка и одобрение предложений о конструктивных изменениях.* После выпуска полного комплекта конструкторской документации требуется проявить особое внимание к вопросам надежности при проверке предлагаемых изменений документации и выборе практических методов проведения изменений. Опыт конструирования изобилует многочисленными примерами, когда казавшиеся абсолютно желательными изменения проявляли себя совершенно неожиданным образом, приводя к заметному ухудшению, как в функциональных характеристиках устройства, так и в его надежности.

При высоких требованиях к надежности и возможных серьезных последствиях ненадежности следует принять за правило — для обеспечения безопасности не вмешиваться в испытанную и апробированную схему, конструкцию, если только в этом нет абсолютной необходимости.

*Предложения о корректировочных действиях по результатам изучения причин отказов.* На этапе разработки конструкции служба надежности получает большое количество данных, источниками которых служат заводские отчеты по контролю, отчеты по отказам, замечания о недостатках, обнаруженных в эксплуатационных условиях, и фактические материалы по исследованиям причин отказов изделий. По результатам анализа этих данных в конструкторскую службу направляются предложения по исследованию и принятию конструктивных мер для предотвращения возможности повторения отказов. Существуют и другие функции службы надежности, влияющие в некоторой степени на конструкцию. Большинство из них требуют не очень больших усилий (такие, как непрерывная выборочная проверка точности выполнения конструкторских чертежей), хотя являются существенными.

В некоторых случаях правительственные и промышленные организации, выступающие в качестве заказчика, предъявляют требование продемонстрировать надежность изделия. В этих слу-

чаях такие требования включаются в контракт или заказ на поставки. Однако при высокой стоимости поставляемого изделия или высокой стоимости его испытаний, требуемых для демонстрации надежности, эти требования существенно увеличивают стоимость всей разработки.

Служба надежности, оценив потенциальную надежность на основе анализа материалов конструирования, может по собственной инициативе или по требованию руководства отслеживать рост надежности по мере выполнения и совершенствования программы разработки. Такая оценка повышения надежности требует применения как статистических, так и инженерных методов. Для определения степени повышения надежности осуществляется оценка результатов испытаний, проводимых в наземных и летных (при необходимости) условиях.

### **Контрольные вопросы**

**1.** Каковы общие принципы обеспечения надежности изделий при конструировании? **2.** Какое значение имеют работы по обеспечению надежности на этапе конструирования изделий? **3.** Какие работы по обеспечению надежности изделий проводятся разработчиками на этапе конструирования? **4.** Что входит в комплект конструкторской документации? Какова роль службы надежности при ее разработке? **5.** Как требования к надежности изделий влияют на процесс их конструирования? **6.** Каковы практические методы конструирования надежных систем различных типов: радиоэлектронных, механических, гидравлических, пневматических? **7.** Какие существуют методы конструирования, обеспечивающие получение высокой надежности изделий? **8.** Как производится анализ надежности конструкций? **9.** Какие функции выполняет служба надежности в процессе конструирования изделий?

#### **10.1. Повышение производительности и надежности технологического оборудования методами технической диагностики**

Комплексная автоматизация массового производства и особенно применение робототехники и гибких производственных систем (ГПС), позволяющих при серийном и мелкосерийном выпуске продукции уменьшить число обслуживающего персонала, потребовали значительного увеличения надежности оборудования и его систем управления.

Требование улучшения показателей надежности определяется, с одной стороны, высокой ценой простоев в условиях применения высокопроизводительного, дорогого, прецизионного оборудования, а с другой — трудностями своевременного обнаружения и предотвращения отказов и аварий в цехе, где обслуживающий персонал не находится постоянно вблизи оборудования, как это было при неавтоматизированном или частично автоматизированном производстве.

Теория надежности, теория производительности автоматического оборудования и техническая диагностика в течение нескольких десятилетий развивались параллельно. При этом не всегда в должной мере учитывались результаты, полученные в каждом из этих смежных научных направлений. Даже в подробном справочнике по надежности технических систем, в составлении которого приняли участие ученые из четырех стран (СССР, ГДР, Куба, США), кратко рассмотрены лишь вопросы тестового контроля работоспособности и диагностирования для систем, в которых каждый из элементов может находиться в одном из двух предельных возможных состояний — работоспособности и отказа, что характерно, например, для систем управления и информационных систем.

Для средств автоматизации, промышленных роботов (ПР), станков, технологических систем, механических, гидравлических, пневматических механизмов и устройств характерно постепенное возникновение параметрических отказов, которые можно прогнозировать и предотвращать. Поэтому методы диагностирования

автоматических линий (АЛ) массового производства и ГПС отличаются от тестовых методов большей комплексностью и сложностью, применением различных диагностических параметров для оценки технического состояния оборудования, анализом физических причин возникновения отказов.

В настоящее время наметилось сближение и взаимное обогащение методов, развиваемых теорией надежности, технической диагностикой и квалиметрией. Начали рассматривать совместно методы тестовой диагностики радиоэлектронных устройств, ЭВМ, устройств ЧПУ и параметрические методы диагностирования механизмов и рабочих процессов.

## **10.2. Требования к качеству и показатели надежности АЛ и ГПС**

Несмотря на различие технологических процессов, автоматизированное технологическое оборудование имеет много общего, что определяет близость требований к критериям его качества. В то же время от ГПС, включающих в себя программно-переналаживаемые станки с ЧПУ, обрабатывающие центры, транспортно-складские средства, системы управления и др., требуется значительная производственная гибкость. Кроме того, по сравнению с АЛ существенно изменяется как состав, так и ранжирование ряда показателей качества. В табл. 10.1 показатели качества условно разделены на две группы. При этом из числа основных показателей качества выделены показатели надежности (безотказности, долговечности, ремонтпригодности). Показатели сохраняемости при проводимом анализе не рассматривались, так как они прямо не связаны с вопросами, изучаемыми технической диагностикой.

В условиях серийного и массового производства безотносительно к видам применяемого оборудования основными критериями его качества являются:

- высокая производительность оборудования, обеспечивающая выполнение заданной программы выпуска продукции;

- качество продукции, оцениваемое коэффициентом выхода годных изделий;

- себестоимость продукции, определяющая экономичность принятых конструктивных и технологических решений;

- ритмичность выпуска деталей, имеющая наряду с производительностью большое значение для обеспечения устойчивой работы сборки без создания больших заделов;

- производительность труда основного и вспомогательного персонала, зависящая в том числе от надежности оборудования и

Таблица 10.1

Группа показателей качества	Ранжирование показателей качества	
	АЛ	ГПС
Основные (кроме показателей надежности)	Производительность Качество продукции (коэффициент выхода годных изделий) Себестоимость продукции Ритмичность выпуска продукции Производительность труда Безопасность Эргономичность Затраты на обслуживание Затраты на ремонт Экологичность Эстетические свойства	Гибкость Качество продукции Производительность труда Коэффициент сменности работы оборудования Себестоимость продукции Производительность Безопасность Живучесть Объем незавершенного производства Затраты на обслуживание Затраты на ремонт Экологичность Эстетические свойства
Надежности	Коэффициент технического использования Средняя наработка на отказ Среднее время восстановления Вероятность заданной суммарной наработки за фиксированное календарное время Удельная длительность восстановления Коэффициент готовности Средний ресурс	Средняя наработка до отказа Средняя наработка между отказами Вероятность наличия не менее чем заданного интервала безотказной работы за фиксированное календарное время Удельная длительность восстановления Коэффициент готовности Коэффициент технического использования Достоверность правильного функционирования информационно-расчетных систем Запас надежности станков (по точности) Средний ресурс

информационно-управляющих систем, качества заготовок и инструмента, квалификации персонала и других факторов;

безопасность труда, определяемая в первую очередь особенностями принятого технологического процесса, степенью автоматизации оборудования и необходимостью постоянного нахождения персонала в зоне работы оборудования (особенно вблизи транспортных и загрузочных средств);

социально-экономические показатели, включающие в себя эргономичность, экологичность и эстетические свойства. Здесь выделены также затраты на обслуживание и ремонт, так как они зависят от принятой системы диагностирования.

Для оценки качества гибких производственных систем приоритетные критерии качества производства с их краткими обоснованиями можно сформулировать следующим образом:

гибкость, обеспечивающая возможность автоматизации обработки определенной номенклатуры изделий при заданном качестве продукции и высокой производительности труда;

высокое качество продукции, в основном определяющееся качеством оборудования, оснастки, математического обеспечения, развитыми системами контроля и наличием обратных связей в системе управления;

высокая производительность труда, которая обеспечивается в первую очередь путем уменьшения основного и вспомогательного персонала по сравнению с неавтоматизированным производством благодаря автоматизации не только операций обработки и контроля, но и многих вспомогательных операций и технологической подготовки производства;

более низкая себестоимость продукции, которая здесь ранжируется выше производительности;

достаточная производительность ГПС, которая обычно ниже, чем у АЛ, ввиду меньшей концентрации операций; она в большей степени зависит от надежности оборудования, что частично компенсируется повышением различными путями живучести системы;

безопасность, требующая особого обеспечения ввиду высокой концентрации средств автоматизации, ограниченности обслуживающего персонала и наличия неуправляемых человеком транспортных средств;

незначительный объем незавершенного производства, являющийся важным критерием правильного построения и управления ГПС.

Принцип ранжирования остальных показателей ГПС — тот же, что и у АЛ.

Показатели надежности машин, как известно, являются вероятностными характеристиками:

$$p(t) = \int_{t=T}^{\infty} f(t)dt,$$

где  $p(t)$  — вероятность безотказной работы;  $f(t)$  — плотность распределения наработки до отказа;  $T$  — заданная наработка до отказа.

Для АЛ вопросы определения показателей надежности достаточно разработаны. При оценке надежности АЛ широко используются накопленные эмпирические данные, в частности по интенсивности отказов и времени восстановления. Основным показателем может быть принят (см. табл. 10.1) коэффициент технического использования

$$\eta_{т.и} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \lambda_i t_{срi}} \approx \frac{T_p}{T_n},$$

где  $\lambda_i$  — интенсивность отказов;  $t_{срi}$  — средняя продолжительность восстановления (затраты на техническое обслуживание и ремонт);  $n$  — число элементов (узлов и систем);  $T_p$  — фактическое время работы АЛ (длительность цикла, умноженная на число обработанных деталей) за заданную длительность наблюдения  $T_n$  (обычно десятки смен).

Обычно при расчетах  $\eta_{т.и}$  для АЛ из агрегатных станков используют следующие данные по затратам времени на восстановление нормализованных и типовых узлов АЛ (в левой колонке приведены типы узлов, в правой — средняя продолжительность восстановления, мин, приходящаяся на 1000 мин работы):

Силовые головки и столы .....	1,8 ... 2,5
То же, для глубокого сверления	
и подрезно-расточных операций .....	3,2 ... 4,2
Шпиндельные коробки .....	0,3 ... 1,0
Фрезерные бабки .....	0,4 ... 1,2
Поворотные столы и кантователи .....	1,0 ... 1,3
Загрузочные и разгрузочные приспособления .....	5,0
Транспортер деталей .....	10 ... 16
Транспортер стружки .....	2,4
Электрооборудование .....	5,0 ... 14

При анализе приведенных данных следует учитывать общее число применяемых узлов этого типа, которое увеличивает вероятность их отказа. Например, число силовых головок и шпиндельных коробок в АЛ может достигать нескольких десятков, при этом соответственно увеличивается количество гидравлических систем.



Все это повышает простои линии (они не учтены в приведенных выше данных по средней продолжительности восстановления). Простои по вине гидравлической системы, которые могут составить дополнительно 8...14 мин, увеличивают частоту отказов. Влияние простоев агрегатных станков на производительность на первых операциях уменьшают путем деления линии на участки. Экспериментальный научно-исследовательский институт металлорежущих станков (ЭНИМС) предлагает для расчета  $\eta_{т.и}$  ГПС следующую формулу:

$$\eta_{т.и} = \frac{\sum_{i=1}^n t_{уп}}{\sum_{i=1}^n t_{уп} + \sum_{i=1}^n t_{обсл} + \sum_{i=1}^n t_{рем}},$$

где  $\sum_{i=1}^n t_{уп}$  — суммарное время работы по управляющей программе всех гибких производственных модулей (ГПМ), входящих в состав ГПС;  $\sum_{i=1}^n t_{обсл}$  — суммарное время технического обслуживания ГПМ и суммарное непрерываемое время технического обслуживания вспомогательного оборудования;  $\sum_{i=1}^n t_{рем}$  — то же, для планового и внепланового ремонта;  $n$  — количество ГПМ в составе ГПС.

Данные для расчета  $\eta_{т.и}$  определяют в процессе эксплуатации. В АЛ из металлорежущих станков сильное влияние на простои  $t_{обсл}$  оказывает стойкость инструментов. Поэтому влияние простоев из-за смены инструментов обычно рассматривается более подробно. Без учета потерь по организационным причинам производительность АЛ

$$\theta = \frac{\eta_{т.и}}{T_{ц}} = \frac{\eta_{т.и}}{t_o(1 + t_{х.х}/t_o)},$$

где  $T_{ц}$  — средняя продолжительность цикла АЛ,  $T_{ц} = t_o(1 + \eta_x)$ ;  $t_o$  — время обработки;  $t_{х.х}$  — время холостых ходов,  $\eta_x = t_{х.х}/t_o$ . Чем больше  $\eta_x$ , тем больше влияние на производительность АЛ механизмов холостых ходов. Это вызывает ужесточение режимов их работы и как следствие — уменьшение  $\eta_{т.и}$ , что необходимо учитывать при планировании работ по технической диагностике. Достаточно широко при анализе надежности АЛ используются следующие показатели (см. табл. 10.1):

средняя наработка на отказ

$$t_{\text{ср.н}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_{i\text{н}}}{n},$$

где  $n$  — число отказов,  $t_{i\text{н}}$  —  $i$ -й интервал времени безотказной работы (в рассматриваемом интервале суммарной наработки или заданной продолжительности эксплуатации);

среднее время устранения отказа

$$t_{\text{ср.у}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_{iy}}{n},$$

где  $t_{iy}$  — интервал времени устранения отказа;  
коэффициент готовности

$$k_{\text{г}} = \frac{1}{1 + B} = \frac{t_{\text{ср.н}}}{t_{\text{ср.н}} + t_{\text{ср.у}}},$$

где  $B$  — удельная длительность восстановления (устранения) отказа,  $B = t_{\text{ср.у}}/t_{\text{ср.н}}$ .

Точность определения показателей по этим формулам тем выше, чем больше период наблюдения за работой АЛ. Значения  $t_{\text{ср.у}}$  и  $B$  существенно зависят от квалификации персонала и наличия технических средств для обнаружения мест неисправностей. Вероятность обеспечения заданной суммарной наработки за фиксированное календарное время для АЛ имеет большое значение, так как определяет стабильность работы сборочных конвейеров.

Средний ресурс АЛ определяется при эксплуатации как математическое ожидание наработки до перехода в предельное состояние (например, по точности), требующее поведения капитального ремонта. Поскольку АЛ уникальны по своей конструкции, то необходимые данные могут быть определены заранее лишь для наиболее ответственных нормализованных узлов при проведении ресурсных испытаний.

В качестве показателя долговечности используется также  $T_{\gamma}$  — гамма-процентный срок службы, определяемый с заданной вероятностью  $\gamma$  как календарная продолжительность от начала эксплуатации АЛ до достижения предельного состояния. Для ГПС дополнительно учитываются как имеющие большое значение с точки зрения возможности уменьшения количества обслуживающего персонала: средняя наработка до отказа, вероятность наличия не менее чем заданного интервала безотказной работы за фиксиро-

рованное календарное время, достоверность правильного функционирования информационно-расчетных систем.

Для ГПС из металлорежущих станков определяется запас надежности  $K_n$  станков по точности. Ряд этих показателей может быть определен лишь после длительной эксплуатации, что снижает их практическую ценность. Таким образом, для АЛ основное значение имеют функциональная, аппаратурная надежность, параметрическая надежность технологической системы и системы «человек—машина», а для ГПС — программная, аппаратурная, информационная надежность, параметрическая надежность технологической системы, надежность систем управления.

Рассмотрим возможности улучшения показателей надежности оборудования путем применения методов технической диагностики (ТД) и контроля кинематических и динамических показателей качества (табл. 10.2), а также методов резервирования, адаптивного управления, очувствления и коррекции.

Эффективность применения рассмотренных методов у АЛ существенно зависит от технологического назначения и соотношения времени холостых ходов и времени обработки  $\eta_k$ . Например, у АЛ, осуществляющих контактную сварку,  $\eta_k$  в десятки раз больше, чем у АЛ из агрегатных станков, обрабатывающих детали резанием. Поэтому в первом случае очень эффективны методы 1 и 2, а во втором случае не меньшее, а иногда и большее значение имеют методы 5 и 11.

Далее перечислены основные задачи динамических методов контроля и ТД:

а) для АЛ — уплотнение циклограммы, улучшение качества регулирования механизмов, повышение точности обработки, уменьшение потерь от брака, предотвращение длительных простоев и аварий, уменьшение потерь времени на поиск неисправностей, снижение трудоемкости и потерь времени на ремонтные работы, уменьшение влияния индивидуальных свойств, квалификации оператора и ремонтного персонала на качество продукции и надежность АЛ, уменьшение численности персонала;

б) для ГПС — проверка информационно-расчетных систем, проверка и корректировка математического обеспечения, повышение точности обработки, улучшение качества регулирования механизмов, снижение потерь от брака, увеличение гибкости и «живучести» системы, снижение длительности и трудоемкости профилактических работ, проводимых в первую смену, снижение длительности простоев в первую и вторую смены, предотвращение простоев или своевременная остановка оборудования в третью («безлюдную») смену, предотвращение аварий, уменьшение трудоемкости ремонтных работ, уменьшение численности персонала.

Таблица 10.2

Показатель надежности	Применяемый метод ТД и контроля в условиях	
	АЛ	ГПС
Коэффициент технического использования	1—5, 11	1—5, 7—10, 12
Средняя наработка на отказ	1, 2, 5	1, 2, 5—7, 9, 10, 12
Средняя наработка до отказа	1, 2, 5	5—7
Средняя наработка между отказами	1, 2, 5	5—8
Вероятность заданной суммарной наработки за фиксированное календарное время	1, 2, 5, 7	—
Вероятность наличия не менее чем заданного интервала безотказной работы за фиксированное календарное время	—	5—10, 12
Коэффициент готовности	1—5, 7, 11	1—7, 9
Средний ресурс	1—3, 5, 7, 11	1—3, 5—7, 10, 12
Удельная длительность восстановления	1—5, 7, 11	1—7, 10, 12
Достоверность функционирования информационно-расчетных систем	10	9, 10
Запас надежности станков по точности	3, 5, 11	5—10, 12

*Примечание:* 1 — контроль кинематических и динамических показателей при приемке оборудования и проведения профилактических работ; 2 — приборные методы проведения регулировочных работ; 3 — прогнозирование отказов по результатам ТД и проверок оборудования; 4 — ускорение поиска отказов оборудования и предотвращения аварий методами ТД; 5 — диагностирование инструмента и назначение рациональной периодичности его замены; 6 — контроль и профилактика оборудования в первую смену перед началом работы; 7 — ТД системы управления во время работы с автоматическим включением резерва; 8 — изменение по данным ТД структуры ГПС и режимов работы; 9 — корректировка программного обеспечения по данным ТД; 10 — периодическое диагностирование информационно-расчетной системы с помощью программно-аппаратных средств; 11 — контроль качества обработанных поверхностей оборудования; 12 — то же, с автоматическим изменением режимов или подналадкой инструмента.

Для ГПС актуальны контроль и корректировка математического обеспечения станков с ЧПУ, обрабатывающих центров, ПР, роботизированных тележек, автоматизированных складов. При этом ставятся задачи повышения точности обработки или взаимодействия механизмов (например, ПР и станка с ЧПУ), предотвращения брака благодаря учету внешних условий и состояния механизмов, улучшения качества регулирования механизмов оборудования, проведения контроля информационно-расчетных систем. Комплекс этих контрольных и диагностических работ, систематически проводимый в первую смену, обеспечивает сохранение гибкости системы, повышает производительность труда во вторую смену, делает возможной работу без обслуживающего персонала в третью смену, что составляет одно из важных преимуществ ГПС. Эффективность контрольно-диагностических работ и надежность системы повышаются, если в третью смену обрабатываются серийно выпускаемые детали, не требующие переналадки оборудования. Контроль и диагностирование, наличие резервного оборудования или узлов, временное изменение режимов работы или структуры позволяют обеспечить высокую живучесть системы. Комплексное проведение контрольно-диагностических работ и применение средств очувствления обеспечивают также выполнение условий техники безопасности, так как возможность столкновения узлов оборудования и человека, поломки инструмента, вырывания или выбрасывания ненадежно зажатой детали в цехе гибкого производства представляют не меньшую опасность, чем в обычном частично автоматизированном производстве, поскольку оборудование не находится под постоянным контролем персонала, что затрудняет предотвращение всевозможных аварий и несчастных случаев.

### **10.3. Надежность станков**

**Специфика надежности станков.** Важнейшие тенденции развития станкостроения — повышение точности, производительности и уровня автоматизации станков. Повышение точности изделий, обрабатываемых на станках, позволяет существенно повышать технические характеристики новых машин. Повышение точности станков достигается соответствием конструкций важнейших узлов станков критерию точности и ее сохранению в эксплуатации, повышением точности изготовления и автоматизацией управления точностью.

Повышение производительности станков достигается повышением режимов резания, применением новой прогрессивной

технологии с уменьшением нерабочего для инструмента времени. Исследования на заводах с единичным и серийным характером производства показали, что обработка деталей занимает лишь 5 % общего времени от запуска деталей в производство до окончания их изготовления.

Затраты на ремонт и потери от простоев станков, как и других машин, весьма значительны. Среднее время простоя универсального станка в ремонте, отнесенное к одной смене, составляет 10 мин. Сложность и высокая стоимость станков с ЧПУ требуют соответствующего уровня их надежности и использования. По исследованиям ЭНИМС, приемлемый уровень удельной длительности восстановления для станков с ЧПУ составляет 0,05...0,1, т.е. 5...10 ч простоя станка в неплановом ремонте на 100 ч работы по программе.

Точность и производительность станков в значительной степени зависят от их надежности. Все станки имеют большое количество трущихся поверхностей, которые трудно защитить от загрязнений. Надежность станков определяется надежностью механизмов и узлов станков с точки зрения отсутствия их разрушений и других отказов, а также точностной надежностью, т.е. надежностью по критерию точности обработки.

Возможно рассмотрение надежности собственно станков и надежности всей технологической системы: станок — инструмент — приспособление — заготовка. В этом комплексе наименее надежным элементом является инструмент, так как на его лезвии возникают высокие напряжения и температуры.

Наблюдения, проведенные ЭНИМС в разных отраслях машиностроения, показали, что универсальные станки работают 60...75 % времени с мощностью до  $0,5_{\text{ном}}$  и только 1...10 % времени — с номинальной мощностью или допустимой перегрузкой. Более поздние исследования зарубежных ученых показали близкие результаты. Средневзвешенные значения расчетных относительных мощностей станков  $p_{\text{ср}}/p_{\text{ном}}$  рекомендуются: для станков токарной группы 0,4...0,48; для станков сверлильно-расточных и фрезерных — 0,35...0,45.

Станки с ЧПУ характеризуются более высокими уровнями средних и максимальных значений нагрузок по сравнению со станками общего назначения. Так, уровень использования токарных станков с ЧПУ по сравнению с обычным для обработки в патроне выше по моменту на 20...25 %, для обработки в центрах выше по мощности — на 20 % и частоте вращения — на 30...40 %.

**Состояние проблемы надежности станков.** Требования к надежности станков разных типов различны. Для универсальных легких и средних станков в обычных условиях их применения из ком-

плекса требований к надежности наибольшее значение имеет технический ресурс.

Для тяжелых станков важна безотказность в течение длительного времени, а в случае обработки точных и дорогих изделий — также безотказность системы в течение одной операции.

По сравнению с универсальными станками к надежности специальных и уникальных станков предъявляют более высокие требования во избежание необходимости установки на заводах станков-дублеров.

Для станков, встраиваемых в АЛ, требования к надежности наиболее высокие, так как выход из строя одного из них ведет к простоя участка или даже всей линии.

Надежность механизмов и узлов станков против разрушений и отказов рассматривается, во-первых, в связи с возникновением внезапных отказов (нарушением нормального процесса обработки, усталостными разрушениями и заеданиями), во-вторых, в связи с постепенным монотонным понижением работоспособности вследствие износа, коррозии и старения.

Наблюдаются следующие виды отказов, связанных с нарушением нормального процесса обработки: недопустимое врезание инструмента в заготовку вследствие сбоя системы автоматического управления; забивка зоны резания стружкой; наезд суппортов или столов один на другой или на другие узлы по тем же причинам; вырыв обрабатываемой заготовки из патрона или приспособления; переключение шестерен на большой скорости.

Надежность станков по критерию усталостных разрушений обычно выше, чем обычных станков. Это объясняется тем, что универсальные станки работают при переменных нагрузках, с редким использованием полной мощности; размеры многих деталей станков определяются не прочностью, а другими критериями работоспособности, в первую очередь жесткостью.

Износостойкость является важным критерием надежности механизмов станков. Больше всего изнашиваются механизмы, плохо защищенные от загрязнений, плохо смазываемые и работающие в условиях несовершенного трения. К ним относятся червячные и винтовые передачи, передачи винт — гайка, рейка — реечная шестерня и другие механизмы, расположенные вне корпусов с масляной ванной. Переключаемые и сопряженные с ними шестерни имеют интенсивный износ по торцам зубьев.

В тяжелых и быстроходных станках, а также в узлах, в которых применяются твердые антифрикционные материалы (чугун, твердые бронзы и др.), особую опасность представляет заедание.

Нарушение работы гидроприводов связано с износом клапанов и элементов управления, с нарушением регулировки. Гидроприводы работают при относительно высоких температурах масла и

значительных скоростях, что способствует окислению масла и образованию высокомолекулярных соединений, в результате чего систематически засоряются узкие щели в элементах гидропривода.

*Точностная (параметрическая) надежность* связана с медленно протекающими процессами: износом, короблением, старением. Долговечность по точности в первую очередь зависит от состояния направляющих, шпиндельных опор и делительных цепей. Необходимость капитального ремонта преимущественно вызывается состоянием направляющих.

Надежность станков по точности изделий определяют следующие факторы:

сохранение настройки. Нарушение настройки связано со снятием сил трения в зажимах, перераспределением сил между зажимами и механизмами подвода, а следовательно, и соответствующим изменением жесткости. Нарушению настройки способствуют ударные нагрузки, а также значительные температурные перепады;

малость упругих деформаций во избежание недопустимого копирования на изделии погрешностей заготовки, трудности установки на размер и т. д.;

виброустойчивость технологической системы во избежание расстройки технологической системы, образования волн на поверхности, отказа в работе из-за недопустимых вибраций;

малость и постоянство температурных деформаций. Непостоянство температурных деформаций связано с разогревом системы, колебаниями температуры воздуха, переменностью теплообразования в механизмах станка в связи с приработкой, изменением уровня масла, регулировкой и т. д., а также переменностью теплообразования в процессе резания. Многие станки не обеспечивают точности обработки до разогрева;

точность подвода перемещающихся узлов, в частности повторных подводов. Разброс связан с переменностью сил трения и контактной жесткости, влияние которых многократно усиливается вследствие динамического характера подвода;

сохранение размеров и режущих свойств инструмента. Размерный износ и нарушение режущих свойств инструментов приводит к изменениям размеров изделий и увеличению упругих отжатий в системе;

точность размеров и постоянство твердости заготовок. Разброс размеров и твердости заготовок приводит к переменным упругим отжатым инструмента;

предотвращение попадания пыли и стружки на базовые поверхности установки обрабатываемых деталей. Характерно, что в отдельных цехах сборки особо точных станков для предотвращения



попадания пыли извне поддерживается избыточное давление, а детали поступают полностью обработанными и промытыми.

**Надежность станков с ЧПУ** может быть охарактеризована следующими данными: время простоев станков с ЧПУ из-за неисправностей составляет всего 4...9 % номинального фонда времени.

Около 55 % отказов связано с электронными и электрическими устройствами ввода информации, считывания и переработки информации, электропривода. Их устранение занимает около 40 % общего времени восстановления. Хотя отказы механических узлов (механизма автоматической смены инструмента, направляющих, шпинделя, системы смазки, привода подач, редуктора датчиков обратной связи) составляют меньшую долю (около 20 %), время на их устранение затрачивается такое же.

Вместе с простоями станков по техническим причинам существуют простои оборудования по организационным причинам. Эти простои на отдельных заводах в два раза превышают простои по техническим причинам.

Вероятность безотказной работы станков с ЧПУ составляет 0,93 при эксплуатации в течение одного года и 0,89 при эксплуатации в течение пяти лет. Гарантийный срок службы станков обычно свыше 10 лет.

Надежность станков на стадии проектирования можно оценивать по результатам обобщения статистических данных по отказам прототипов, времени восстановления узлов, интенсивности износа и времени замены инструмента, а точностную надежность — расчетом основных погрешностей станка, их изменения по времени и оценкой влияния каждой из них на точность станка в целом.

**Обеспечение надежности станков.** Специфика мероприятий общемашиностроительного направления определяется работой многих узлов станков в условиях повышенного трения: в зоне попадания стружки, абразивной пыли, окалины и в условиях переменных режимов, в том числе с малыми скоростями, при которых гидродинамическое трение не обеспечивается.

К наиболее важным из них следует отнести: отказ от открытых пар трения и совершенствование защиты; применение пар качения и гидростатических, включая подшипники, направляющих, пары винт — гайка и др.; широкое применение закалки токами высокой частоты (ТВЧ) и других видов поверхностных упрочнений; применение материалов, обладающих необходимой износостойкостью и сопротивлением заеданию в условиях несовершенного трения и загрязненной смазки; применение новых полимерных материалов, в частности, для направляющих — материалов на основе фторопласта 4 (с наполнителем бронзой, дисульфитом молибдена

и др.), композиционных быстротвердеющих материалов на основе эпоксидных смол и др.

Проведение мероприятий по повышению *точностной надежности* продиктовано перечисленными ранее факторами, определяющими эту надежность. Для уменьшения влияния износа на точностную надежность и долговечность станков применяют предварительный натяг; компенсацию и самокомпенсацию износа; направление вектора смещений при износе и деформаций в сторону, мало влияющую на точность (оптимизация форм трущихся пар); перенос износа на детали или поверхности, мало влияющие на точность (введение отдельного механизма подачи для нарезания резьбы, отдельных направляющих для задней бабки и т.д.).

Мероприятия по повышению *надежности автоматизированного производства*: оптимизация структуры автоматических линий и автоматизированных участков; включение автоматизированных устройств контроля и измерения точности обработки деталей; применение научно обоснованных методик приемо-сдаточных испытаний по параметрам надежности и производительности; внедрение систем сбора и анализа отказов по сигналам от операторов; применение автоматизированной диагностики причин отказов и технического состояния станков с ЧПУ автоматизированных участков и др.

#### **10.4. Надежность промышленных роботов**

**Специфика надежности ПР.** Серийное изготовление ПР в нашей стране начато в конце 1960-х гг. Их выпуск как у нас, так и за рубежом постоянно наращивается. Непрерывно расширяются области применения роботов. Их используют для перемещения деталей и заготовок, для установки заготовок на станках и снятия готовых деталей. Перспективными областями применения ПР являются технологические процессы, неблагоприятные для здоровья человека: окраска, сварка, литье и др.

С повышением точности позиционирования осваивается использование роботов для процессов сборки, механической обработки деталей. Современные роботы отличаются высокой жесткостью и возможностью воспринимать внешние нагрузки, фиксируя положения осей после позиционирования с помощью механических тормозов. Это позволяет использовать роботы со сверлильными и фрезерными устройствами.

В роботах грузоподъемностью до 20 кг расширяется применение электропривода, преимуществами которого по сравнению с гидроприводом являются: отсутствие утечек масла, малое подгото-

вительное время, простота изготовления. Пневмопривод используют главным образом в роботах, в которых перемещения рабочих органов задаются жесткими, в большинстве случаев переналаживаемыми упорами (цикловая система управления). В роботах значительной грузоподъемности преимущественно применяют гидропривод.

Роботы находят широкое применение в составе гибких автоматизированных комплексов, позволяющих автоматизировать серийное и мелкосерийное производство. Такие комплексы, как известно, включают в себя технологическое оборудование (станки, прессы, роботы-перекладчики, установочные роботы), транспортные системы (конвейеры, транспортные роботы), автоматизированные склады с кранами-штабелерами. В этих системах удастся организовать двух- и трехсменную работу оборудования при высокой степени использования его машинного времени и ограниченном количестве обслуживающего персонала. Чтобы добиться этого, от роботов требуется высокая надежность в интервалах времени между обслуживаниями.

Таким образом, для роботостроения характерно наращивание темпов выпуска вместе с повышением требований к точности, жесткости и надежности роботов.

**Состояние проблемы надежности ПР.** Роботы относятся к восстанавливаемым изделиям. Поэтому их надежность характеризуют следующие основные показатели: средняя наработка на отказ, среднее время восстановления работоспособного состояния, срок службы до капитального ремонта.

Для отечественных роботов средняя наработка на отказ при цикловой системе управления составляет около 400 ч, при позиционной системе управления — до 200...250 ч.

Срок службы до капитального ремонта для роботов соответствует аналогичному показателю для станков. Иногда вместо этого показателя используют расчетный срок службы, который для лучших роботов равен 20...40 тыс. ч, что при двухсменной работе составляет 4—8 лет.

Отказы роботов можно разделить на три группы:

1) вызванные нарушением технологии изготовления отдельных элементов (дефекты зубчатых колес, утечка масла из соединений, люфт в механизмах, недостаточная точность изготовления направляющих качения);

2) обусловленные дефектами комплектующих изделий (пропадание контакта в цепи датчиков, самопроизвольное движение золотников гидроусилителей и т.д.);

3) вызванные конструктивными недостатками, в том числе отвинчивание стопорных гаек и ослабление затяжки резьбовых соединений, ненадежное крепление деталей, большое время про-

грева масла и др., а также сбои (самопроизвольные остановки в точках позиционирования), связанные с нежесткой характеристикой привода в районе точки позиционирования.

Отказы третьей группы обычно преобладают. Поэтому по мере отработки конструкции наработка на отказ повышается. Считается, что в среднем ежегодно она повышается на 40 %.

**Повышение надежности ПР.** Чтобы повысить износостойкость и контактную прочность сопряжений, ограничивающих долговечность ПР, производят закаливание их трущихся рабочих поверхностей: втулок и валов, направляющих качения, деталей передач винт — гайка качения и зубчатых колес. Для исключения попадания абразива в зону трения предусматривают защитные устройства: телескопические щитки, растяжные гармоникообразные меха, защитные ленты и кожухи, манжетные уплотнения.

Износ также снижают исключением вредных нагрузок на опоры путем устранения статистической неопределенности систем. Так, модули горизонтального и вертикального перемещений часто *выполняют на шариковых направляющих*.

К электродвигателям роботов предъявляются повышенные требования к величине момента, скорости разгона и остановки при минимальных габаритных размерах и массе двигателя. Этим требованиям удовлетворяют высокомоментные двигатели постоянного тока с постоянными магнитами. В двигателях выделяется значительное количество теплоты, которая часто не успевает отводиться из-за низкой скорости вращения вала. По этой причине в двигателях с плоским якорем из стеклотекстолита, на котором нанесена печатная обмотка, якорь иногда коробится. Возможны также отказы, связанные с пробоем изоляции и старением смазки.

Испытания на надежность обычно проводят на двух-трех экземплярах роботов из партии. На стадии испытаний опытных образцов или установочной партии проводят определительные, а при изготовлении серийной продукции — контрольные испытания на надежность. Периодичность контрольных испытаний обычно один раз в 2 — 3 года. Для сокращения объема испытаний их проводят последовательным методом.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие показатели качества и надежности применяются для АЛ?
2. Какие показатели качества и надежности применяются для ГПС? В чем состоят их основные отличия от аналогичных показателей для АЛ?
3. Какие показатели надежности технологического оборудования можно улучшить путем применения методов технической диагностики?

**4.** Какие задачи динамических методов контроля возникают при создании АЛ и ГПС? Как они влияют на показатели надежности? **5.** В чем состоит специфика надежности станков и по каким основным критериям она оценивается? **6.** Какими факторами определяется точностная (параметрическая) надежность станков? **7.** Какова специфика надежности ПР? **8.** Какими основными показателями характеризуется надежность ПР? **9.** Какими способами обеспечивается надежность станков и ПР? **10.** Как проводятся испытания технологического оборудования на надежность?

**11.1. Общие положения**

Производство электрических машин в настоящее время приняло крупные масштабы. Трудно назвать другие промышленные изделия, которые имели бы такое массовое применение во всех отраслях народного хозяйства, как электрические машины. Электромашиностроение является энергетической базой электрификации страны. Поэтому технический прогресс в любой отрасли народного хозяйства в значительной степени зависит от качества применяемых электрических машин и надежности их работы в эксплуатации.

Низкая надежность выражается прежде всего в высокой стоимости эксплуатации оборудования из-за частых простоев, ремонта, монтажных и наладочных операций и т.п. Уровень производительности труда на ремонтных участках весьма низок, поэтому стоимость ремонта машины, как правило, близка к стоимости новой машины.

Выход из строя электрических машин сопровождается простоями технологического оборудования. Во многих случаях аварийный простой электрических машин в течение лишь 5...10 ч наносит убыток, превышающий себестоимость их производства.

Важной особенностью электрической машины как системы элементов является тесное взаимодействие последних, что существенно отражается на их свойствах. Так, элементом расчета надежности всыпной обмотки является пара соседних активных проводников. Свойства такой пары в пазу и вне паза совершенно различны. Поэтому данные испытаний отдельно взятой пары проводников (например, скрутки) нельзя применить для расчетного определения надежности обмотки в целом. По этой причине элементарные испытания, широко применяемые при определении надежности устройств радиоэлектроники и автоматики, для электрических машин являются сравнительно малоценными. Достоверное представление о надежности машины может дать или испытание ее в целом, или испытание ее основных узлов и макетов.

С другой стороны, испытания электрических машин на надежность связаны с большими трудностями и значительными затратами. Это определяется их относительно высокой стоимостью и большим ресурсом, от которого зависит продолжительность испытаний. Практически можно говорить об испытаниях на надежность лишь машин малой мощности, так как с увеличением размеров и мощности образцов стоимость испытаний быстро растет. В последнем случае приходится переходить на выборки малого объема, что снижает достоверность результатов испытаний. Испытания же на надежность крупных машин по этим причинам вообще не проводятся.

Невозможность испытаний крупных машин на надежность в какой-то мере компенсируется статистическими данными о надежности этих машин в эксплуатации. Как правило, отказы, аварии, повреждения, неисправности крупных и ответственных машин тщательно регистрируются, исследуются и анализируются. Эта статистика может быть использована для оценки эксплуатационной надежности электрических машин, но получение таких данных требует значительного времени. В процессе же разработки новых конструкций обычно ограничиваются испытаниями отдельных деталей и узлов или соответствующих макетов.

Ни типовые, ни контрольные испытания электрических машин не дают достаточных сведений об их надежности, для определения которой требуются специальные испытания. Однако результаты контрольных испытаний могут быть использованы не только для обнаружений явного брака. Статистически обработанный материал контрольных испытаний позволяет оценить качество и стабильность технологического процесса, помогает находить пути его улучшения. Каждый из параметров контрольных испытаний в известной мере характеризует состояние определенного участка технологического процесса. Ток холостого хода асинхронного двигателя, например, зависит от величины воздушного зазора между статором и ротором. Потери холостого хода связаны с качеством штамповки и сборки листовой стали. Сопротивление первичной цепи характеризует качество намотки, натяжение обмоточного провода, колебания его диаметра. Сопротивление вторичной цепи зависит от качества заливки роторов и т.д. Таким образом, надлежащая обработка и анализ материала контрольных испытаний позволяет управлять качеством процесса серийного производства электрических машин.

Для электрических машин, особенно машин малой мощности, характерно большое разнообразие типов и исполнений. Каждый из них имеет свои слабые звенья и требует особого подхода при разработке модели надежности. В большинстве случаев конструкции электрических машин далеки от соблюдения принципа рав-

нопрочности. В асинхронных двигателях основным источником отказов является обмотка статора; в машинах постоянного тока слабое место — коллекторно-щеточный узел; в машинах малой мощности, особенно высокоскоростных, значительное число отказов приходится на подшипники.

Не менее разнообразны и условия использования электрических машин, режимы их работы и соответственно требования к ним. Так, для машин авиационного применения более существенным требованием является безотказность, т.е. малая вероятность случайных неисправностей, для энергетических машин — значительный ресурс, долговечность. Количественные показатели надежности электрических машин могут быть получены только для определенных условий эксплуатации.

Оценивать количественно следует и физические свойства материалов, применяемых в электрических машинах (особенно изоляции), и их изменения при эксплуатации. Прогнозирование надежности электрических машин основывается, следовательно, на количественном анализе изменения свойств материалов и конструкций под действием внешних и внутренних разрушающих факторов.

При оценке существующего уровня надежности электрических машин необходимо учитывать, что на протяжении нескольких десятков лет электромашиностроение развивалось в направлении повышения использования машин, увеличения нагрузок активных материалов, снижения массы машин на единицу мощности. Параллельно с этим совершенствовались методы проектирования и производства, разрабатывались и внедрялись новые виды активных, конструкционных и изоляционных материалов, улучшалась вентиляция, а также появились другие, более интенсивные методы охлаждения машин. Однако запас прочности, а вместе с ним и устойчивость к перегрузкам в общем постепенно снижались.

Потребовалось определенное время, прежде чем было общепризнано, что повышение использования как активных, так и конструкционных материалов целесообразно лишь до тех пор, пока оно не ведет к снижению надежности. Другим результатом можно считать интерес к исполнениям повышенной надежности — закрытым, бесконтактным, с капсулированной изоляцией и др.

Повышение надежности связано с определенными материальными затратами. Поэтому обоснованное решение этой проблемы должно содержать экономическое исследование вопроса. Для каждого типа и значения электрической машины и конкретных условий ее применения должны быть разработаны и экономически обоснованы оптимальные показатели надежности и долговечности. Такие показатели следует выбирать с учетом физического и мо-



рального износа, себестоимости изделия, расходов на обслуживание и ремонт и ряда других факторов, среди которых особое место занимает фактор безопасности, когда она связана с надежностью работы оборудования.

Повышение долговечности неремонтируемых машин обычно экономически нецелесообразно. Исключения составляют лишь случаи, когда увеличение срока службы машины требует применения особо дорогих или дефицитных материалов или трудоемкой технологии, когда оно приводит к чрезмерному увеличению массы и габаритных размеров машины или когда долговечность машины превосходит долговечность той системы, в которой она используется. Следует отметить, что одновременно с увеличением долговечности машины часто представляется возможным улучшить ее характеристики и технико-экономические показатели: КПД, коэффициент мощности, пусковые свойства и др.

В отношении ремонтируемых машин проблема долговечности стоит иначе. По мере старения материалов и износа машины быстро возрастают потери на ремонт и убытки от простоев, так что рано или поздно дальнейшее восстановление машины становится экономически нецелесообразным, особенно с учетом морального износа. Вместе с тем доля амортизационных отчислений, естественно, уменьшается с увеличением срока службы машины. Таким образом возникает понятие оптимальной долговечности, которая определяется минимумом удельных (в единицу времени), например годовых, затрат потребителя за весь срок эксплуатации.

При этом общие затраты потребителя составляют сумму:

$$\sum C = C_1 + C_2 + C_3,$$

где  $C_1 = A$  — цена машины;  $C_2$  — текущие эксплуатационные расходы, пропорциональные времени работы (энергия, обслуживание, плановая профилактика), т. е.  $C_2 = Bt$ ;  $C_3$  — расходы на ремонт и убытки от простоев, которые пропорциональны общему числу отказов за время  $t$ ; например, в случае износа  $C_3 = K\Phi_1(t)$ ;  $A$ ,  $B$ ,  $K$  — коэффициенты, зависящие от конструктивных параметров машины.

Проблема надежности электрических машин может быть решена только общими усилиями исследователей, проектировщиков, конструкторов, технологов, контролеров, эксплуатационников, работников многих других звеньев. Путь решения этой проблемы — создание новых, высоконадежных конструкций электрических машин, разработка научно обоснованных норм и требований к качеству продукции и сырья, повышение общей культуры производства и эксплуатации.

## 11.2. Надежность коллекторно-щеточного узла

**Анализ работы коллекторно-щеточного узла.** Работоспособность и долговечность коллекторного узла определяется воздействием трех групп основных факторов, связанных с электромагнитными процессами, механическими воздействиями и физико-химической природой скользящего контакта.

К факторам электромагнитного характера относятся электромагнитные нагрузки, напряжения между смежными пластинами, реактивная ЭДС, токовые перегрузки и др.

Факторы механического воздействия определяются технологическими и конструктивными особенностями машины (ослабление прессовки, эксцентриситет и эллиптичность коллектора, уровень вибрации всей машины или агрегата, частота вращения ротора).

Факторы физико-химической природы скользящего контакта определяются условиями токосъема и состоянием окружающей среды (износ щеток и коллектора, нажатие на щетку, материал коллектора, температура, влажность, кислотность и запыленность окружающей среды). Следует упомянуть об образовании контактной пленки на поверхности коллектора. Наличие пленки снижает скорость износа коллектора и способствует более благоприятному распределению тока под щетками. Влага, наличие в среде активных газов и особенно запыленность оказывают разрушающее воздействие на материал коллектора. Кроме того, большое число повреждений коллекторов вызывается трением щеток о коллектор и высокими плотностями токов под щетками при их неплотном прилегании к коллектору, что сопровождается значительным повышением температуры (местный перегрев отдельных участков). В результате этого наступает термическая ионизация щеточных контактов. Размыкание и замыкание контактных точек на поверхности коллектора с образованием малых электрических дуг приводят к разрушению поверхности коллектора.

Наиболее эффективными средствами уменьшения износа коллектора являются: улучшение условий коммутации машины путем правильной настройки добавочных полюсов, подбор марки и размера щеток для данной мощности и напряжения машины, снижение окружной скорости коллектора и выбор оптимального давления щетки на коллектор. Существенной является также тщательная балансировка якоря для снижения вибраций на коллекторе.

Данные эксплуатации и экспериментов показывают, что износ коллекторов при непрерывной работе машины обычно находится в пределах 0,03...2 мм в год. Например, для коллекторов, изготовленных из меди М1, он составляет 0,36 мм при использова-

нии щеток марки 611М и 0,2 мм при использовании щеток марки ЭГ-74К за 10000 ч работы.

Совместный анализ физических факторов, воздействующих на коллекторный узел, и статистических данных, получаемых в результате испытаний, экспериментов и эксплуатации машин постоянного тока, позволяет решать задачи создания математических моделей надежности коллекторно-щеточного узла машин постоянного тока.

**Модели надежности коллекторно-щеточного узла.** Математическая модель надежности — это определенное математическое выражение, связывающее значения физических параметров системы, действующих нагрузок и вероятности безотказной работы системы или иных показателей надежности.

Любая математическая модель является лишь некоторым приближением к исследуемому объекту. Процесс разработки математической модели заключается не только в теоретической разработке какой-либо гипотезы, но и в постоянной проверке соответствия принятой гипотезы и имеющихся статистических данных, получаемых в результате опыта.

Вначале решается задача по определению закона распределения отказов. С этой целью строятся гистограммы распределения и делается предположение о законе распределения. Дальнейшая проверка соответствия теоретического и экспериментального распределения позволяет уточнить закон распределения. Так, установлено, что для большинства машин износ щеток описывается с достаточной степенью точности нормальным или логарифмически-нормальным законами. В дальнейшем полученные зависимости используются для оценки надежности как испытываемых машин, так и для вновь проектируемых. При сокращенных по времени испытаниях закон распределения позволяет оценить надежность за любое время.

В некоторых случаях надежность коллекторно-щеточного узла определяется только износом коллектора.

В качестве примера приведем данные по машинам постоянного тока типа П22М, для которых преобладает электроискровой износ. Уровень искрения оценивается длительностью  $\tau_d$  горения

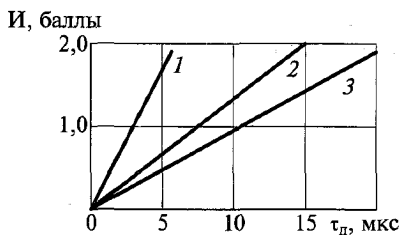


Рис. 11.1. Зависимость уровня искрения  $I$  от длительности горения дуги для щеток ЭГ-74 (1), ЭГ-4 и ЭГ-63 (2), ЭГ-14 (3)

(мкс) искровых разрядов между щеткой и коллекторной пластиной. Зависимость уровня искрения от длительности горения дуги для щеток ЭГ-74 (1), ЭГ-4 и ЭГ-63 (2), ЭГ-14 (3)) показана на рис. 11.1. Нарботка на отказ в этом случае определяется временем работы машины до момента прогорания ламелей на один паз по всей ширине. Считая, что скорость износа  $\alpha$  (мм/ч) пропорциональна числу искровых разрядов в единицу времени (частота вращения якоря  $n$ , об/мин), обратно пропорциональна суммарной длине сбегающего края щеток  $l_{щ}$  (см) вдоль оси коллектора, а запас энергии в дуге обратно пропорционален индуктивности разрываемого контура  $L_p$  (Гн), получим

$$\alpha = 8,73 \cdot 10^{-2} \frac{n}{l_{щ} L_p} \tau_d^2. \quad (11.1)$$

На скорость износа коллекторов  $\alpha$  влияет большое количество разнородных по своей природе случайных факторов, поэтому распределение  $\alpha$  считается нормальным. Используя закон нормального распределения величины износа, определяют вероятность безотказной работы коллектора в функции времени и уровня искрения. Нарботка отдельных машин до отказа достигает более 25 000 ч, причем выявлена зависимость срока службы от температуры, окружной скорости, вибрации и марки применяемых щеток.

Рассмотрим модель надежности коллекторного узла электрических машин постоянного тока, конструктивно встроенных в электромашинные преобразователи постоянного тока в переменный. В результате многочисленных экспериментов было установлено наличие корреляции между наработкой коллекторного узла  $y$  и биением коллектора  $x$ :

$$(y - \bar{y}) = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad (11.2)$$

где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  — средние арифметические значения параметров биения и наработки коллекторного узла;  $r$  — коэффициент корреляции;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  — средние квадратические отклонения параметров биения и наработки коллекторного узла. Указанные параметры и отклонения определяются по формулам

$$\bar{x} = A_x + h_x \frac{\sum m_x \Delta x}{N}; \quad (11.3)$$

$$\bar{y} = A_y + h_y \frac{\sum m_y \Delta y}{N}; \quad (11.4)$$

$$\begin{aligned}\sigma_x \left[ \frac{\sum m_x \Delta x^2}{N} - \left( \frac{\sum m_x \Delta x}{N} \right)^2 \right] &= h_x; \\ \sigma_y \left[ \frac{\sum m_y \Delta y^2}{N} - \left( \frac{\sum m_y \Delta y}{N} \right)^2 \right] &= h_y,\end{aligned}\quad (11.5)$$

где  $A_x, A_y$  — значения биения и наработки коллектора, имеющие наибольшую частоту отказов;  $h_x, h_y$  — интервалы времени для измерения параметров биения и наработки;  $\Delta x, \Delta y$  — приведенные значения биения коллектора и его наработки. Значения  $\Delta x$  и  $\Delta y$  рассчитываются по формулам

$$\Delta x = (x - A_x)/h_x; \Delta y = (y - A_y)/h_y. \quad (11.6)$$

Коэффициент корреляции  $r$  между параметрами  $x$  и  $y$  определяется из выражения

$$r = \frac{\sum m_{xy} \Delta x \Delta y - \frac{\sum m_x \Delta x \sum m_y \Delta y}{N}}{N \sigma'_x \sigma'_y}. \quad (11.7)$$

В результате вычислений по формулам (11.4)—(11.7) получаем иной вид выражения (11.3):

$$Y = B + kx, \quad (11.8)$$

где  $B$  и  $k$  — соответствующие константы для определенного типа коллекторов.

Если в выражение (11.8) подставить значение предельно допустимой величины биения, то найдем среднюю наработку до отказа коллекторного узла.

Мощным инструментом при построении моделей надежности как коллекторных, так и иных узлов электрических машин являются методы теории планирования эксперимента. Наиболее часто применяется полный факторный эксперимент, при котором объект подвергается воздействию определенных факторов и фиксируется реакция объекта на данное воздействие. После математической обработки результатов получается модель надежности исследуемого узла машины (обычно в виде полиномов) в функции от интересующих нас параметров — воздействующих факторов.

С помощью методов теории планирования экспериментов было определено время безотказной работы ( $t_p$ ) коллекторного узла в электромашинных преобразователях при изменении температуры  $\Theta$  ( $^{\circ}\text{C}$ ), вибрации (двойная амплитуда вибрации —  $2A$ ) и ча-

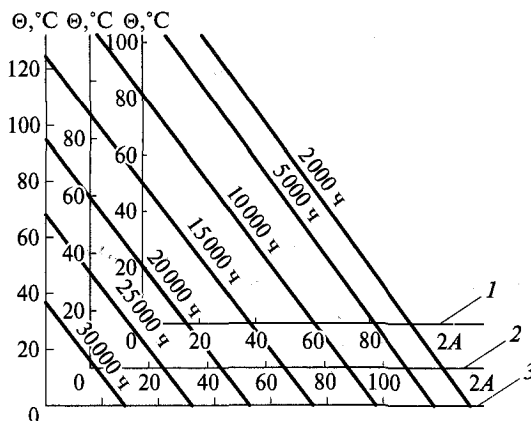


Рис. 11.2. Номограмма для определения времени безотказной работы коллекторного узла при различных условиях эксплуатации:

1 — частота вращения 4000 об/мин; 2 — частота вращения 3500 об/мин; 3 — частота вращения 3000 об/мин

стоты вращения ротора  $n$ . Для получения этой зависимости был проведен дробный факторный эксперимент типа  $2^{3-1}$ . Интервалы варьирования факторов следующие: температура менялась от 20 до 100 °С, вибрация — 20...80 мкм, частота вращения — от 3000...4000 об/мин. За нижний уровень диапазона варьирования взяты параметры номинального режима. В результате обработки результатов получена интерполяционная формула

$$t_p = 71410 - 162\Theta - 223(2A) - 12n. \quad (11.9)$$

По этой формуле построена номограмма для определения времени безотказной работы коллекторного узла при различных условиях эксплуатации (рис. 11.2). По этой номограмме можно определить время безотказной работы коллекторного узла при различных условиях работы машины, а на этапе проектирования машины оценить ресурс коллекторного узла и провести экономическое обоснование различных показателей.

**Математическая модель надежности электрощеток погружных двигателей постоянного тока.** Основным элементом погружного электродвигателя, определяющим длительную работу его без обслуживания, является электрощетка. В целях сокращения времени получения информации необходимо испытания на надежность проводить в форсированных режимах. Решению этой задачи служит описываемая далее модель.

Долговечность электрощетки определяется ее износом  $\Delta h$ , который зависит от ряда факторов (факторы воздействия не должны

быть коррелированы и должны быть совместимы): от скорости  $\nu$  и плотности тока в щеточном контакте  $j_{\text{щ}}$ . Критерием отказа электрошетки считается ее износ до половины первоначальной высоты  $h_0$ .

Для нахождения зависимости  $\Delta h = f(\nu, j_{\text{щ}}, t)$  реализуется полный факторный эксперимент. Поскольку зависимость  $\Delta h = \varphi(j_{\text{щ}})$  имеет резко нелинейный характер, интервал возможных значений  $j_{\text{щ}}$  разбивается на подынтервалы 1 и 2 (рис. 11.3), на каждом из которых зависимость  $\Delta h = \varphi(j_{\text{щ}})$  имеет незначительную кривизну.

Каждому подынтервалу соответствует своя матрица планирования. После реализации опытов и математической обработки результатов получены полиномы для первого и второго участков:

$$\begin{aligned}\Delta h_1 &= 1,2 + 0,35x_1 + 0,65x_2 + 0,3x_1x_2; \\ \Delta h_2 &= 4,6 + 2,43x_1 + 2,75x_2 + 1,78x_1x_2,\end{aligned}\tag{11.10}$$

где  $x_1, x_2$  — скорость и плотность тока соответственно, представленные в относительных единицах.

Полиномиальные зависимости (11.10) можно использовать при оценке надежности электрошеток и величины коэффициента форсировки испытаний

$$k_{\text{ф}} = \Delta h_{\text{ф}} / \Delta h_{\text{н}},$$

где  $\Delta h_{\text{ф}}, \Delta h_{\text{н}}$  — значение износа в форсированном и номинальном режимах соответственно.

Используя номиналы (11.10) и задаваясь значениями  $j_{\text{щ}}$  и  $\nu$ , можно получать различные значения  $k_{\text{ф}}$ . Например, при  $\nu = 4,3$  м/с,  $j_{\text{щ}} = 115 \cdot 10^4$  А/м<sup>2</sup> и  $t = 50$  ч коэффициент  $k_{\text{ф}} = 8$ ; при  $\nu = 11$  м/с,  $j_{\text{щ}} = 115 \cdot 10^4$  А/м<sup>2</sup>,  $j_{\text{щ}} = 50$  ч значение  $k_{\text{ф}} = 16$  (рис. 11.4).

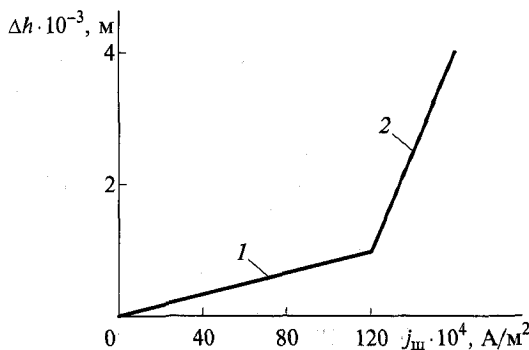


Рис. 11.3. Зависимость износа электрошетки от плотности тока:  
1, 2 — подынтервалы возможных значений

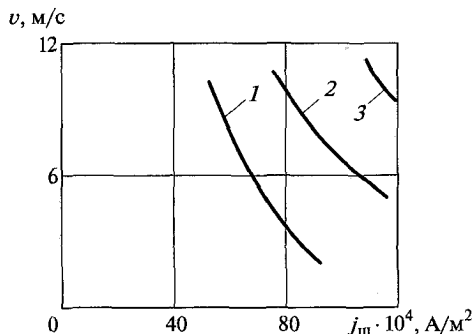


Рис. 11.4. Зависимости параметров форсировки от значения коэффициента форсировки:

1 —  $k_{\Phi} = 4$ ; 2 —  $k_{\Phi} = 8$ ; 3 —  $k_{\Phi} = 16$

Максимальный срок службы электрощетки определяется

$$t_{\max} = t_{\text{ц}} 0,5 h_0 / \Delta h,$$

где  $t_{\max}$  — время проведения одного опыта,  $t_{\max} = t_{\text{ц}} = 50$ ;  $h_0$  — начальная высота щетки;  $\Delta h$  — износ, определяемый по полиному.

Закон распределения отказов щеток достаточно близок к нормальному, поэтому вероятность отказа щеток:

$$q(t) = 0,5 + \Phi \left( \frac{t - m_x}{\sigma} \right).$$

При расчете надежности величину  $m_x$  можно принять равной максимальной наработке  $t_{\max}$  электрощетки до предельного состояния. Величину среднего квадратического отклонения  $\sigma$  в практических расчетах можно принять приблизительно равной  $(0,2 \dots 0,3)t$ , где  $t$  — время, для которого определяется вероятность безотказной работы.

Математическая модель надежности электрощеток позволяет рассчитать  $p_{\text{щ}}(t)$  при различных значениях  $v$  и  $j_{\text{щ}}$ . Решается и обратная задача — для заданной вероятности  $p_{\text{щ}}(t)$  можно определить допустимые значения факторов  $v$  и  $j_{\text{щ}}$ .

**Критерии работоспособности и критерии отказа коллекторно-щеточного узла.** При построении моделей надежности коллекторно-щеточного узла, а также при проверке их адекватности важнейшим этапом являются испытания на надежность. Оценка состояния узла при испытаниях на надежность проводится по критериям работоспособности и отказов. К критериям работоспособности относятся: искрение, биение, износ щеток, износ и температура коллектора, ширина безыскровой зоны, переходное сопротивление щеточного контакта, падение напряжения и величина небалансной



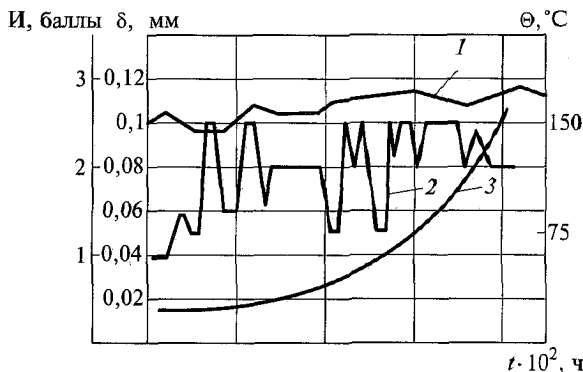


Рис. 11.5. Экспериментальные зависимости температуры  $\Theta$  (1), искрения  $I$  (2) и биения  $\delta$  (3) в условиях форсированных испытаний:  $2A = 130$  мкм,  $n = 4000$  об/мин

ЭДС; к критериям отказа — превышение уровня искрения выше допустимого, скорость или величина износа щеток, износ коллектора выше допустимого значения, повышение температуры коллектора над допустимым уровнем, стабильность переходного сопротивления щеточного контакта и превышение биения коллектора выше допустимого. На рис. 11.5 показаны экспериментальные зависимости температуры  $\Theta$  (1), искрения  $I$  (2) и биения  $\delta$  (3) от времени при работе коллектора в форсированном режиме.

Многочисленные исследования позволяют сделать вывод, что наиболее общими критериями оценки качества работы коллекторного узла является среднее квадратическое отклонение перепадов уровней коллекторных пластин и уровень искрения (на практике обычно используются показатели: биение и искрение). Причем, если первый критерий подразумевает в основном причины механического характера, то второй является наиболее общим и включает в себя все три вида причин (электромагнитные, механические, физико-химические), обуславливающих коммутационный процесс.

### 11.3. Надежность контактных колец

Характерным отказом для контактных колец является образование под действием нагрева пятен на их рабочей поверхности, состоящих из окислов металла колец. Это приводит к повышенному износу контактных колец, местному искрению и преждевременному выходу из строя контактного узла, требующего после этого проточки и шлифовки колец.

Важным показателем работы контактного узла является перегрев контактных колец, допустимый уровень которого зависит от материала колец. Так, при выполнении контактных колец из сплавов меди с серебром и стали 1Х18Н9Т их перегрев ограничивается значением 180 °С, при превышении которого кольца подвергаются окислению. При использовании сплавов меди с кадмием, меди М1, бронзы БрАЖ-МЦ или латуни их перегрев не должен превышать соответственно 130, 100 и 80 °С из-за склонности к эрозии, окислению и полярного эффекта (переходное напряжение на отрицательном кольце в пять раз больше, чем на положительном).

При нормальном состоянии поверхности контактных колец и номинальном давлении на щетку заметного искрения в переходном контакте не наблюдается. Искрение возникает, как правило, в случае аварийного состояния контактных колец (нарушено крепление щеток, значительная выработка подшипников, приводящая к эксцентрическому вращению колец, неудовлетворительное нажатие щеток, загрязнение контакта и др.), и поэтому уровень искрения более одного балла уже может быть принят как критерий отказа контактного узла.

Температура контактных колец также является критерием отказа. Превышение температуры выше допустимых значений свидетельствует об отказе контактного узла. Измерение температуры осуществляется обычно потенциометрическим способом.

Целесообразно также за критерий работоспособности токосъема контактных колец взять суммарную площадь окислов, появляющихся на контактных кольцах как плюсовой, так и минусовой полярностей. Этот критерий наилучшим образом оценивает физико-химические явления в переходном контакте.

#### **11.4. Надежность подшипниковых узлов электрических машин**

Ненормальная работа подшипникового узла обнаруживается по чрезмерному повышению температуры, шума, утечке смазки, повышенному сопротивлению при вращении и увеличению момента трогания. Причины, приводящие к этому, весьма разнообразны как по своей физической природе, так и по степени их влияния на конечный результат. Рассмотрим условия работы подшипников и подшипниковых узлов, факторы, влияющие на их работоспособность, а также пути повышения надежности.

Физико-химические свойства поверхностного слоя металла зависят от контактных напряжений, рабочей температуры, остаточных напряжений, микротвердости, степени пластической дефор-

мации металла в поверхностном слое. Контактируемые детали подшипников воспринимают значительные удельные давления при развитии значительных температур и возникновении пластических деформаций металла в поверхностных слоях.

На основании аналитических и экспериментальных исследований установлено, что для большинства случаев упругого контакта деталей с каким-то материалом наиболее напряженными являются две зоны: на кромке поверхностного слоя и максимальных касательных напряжений, располагающихся на некоторой глубине под поверхностью. При нормальных условиях трения должно соблюдаться равенство

$$A = S_{\phi} \sigma_s,$$

где  $A$  — внешняя нагрузка;  $S_{\phi}$  — площадь фактического контакта;  $\sigma_s$  — предел текучести материала.

В процессе шлифования поверхностного слоя металла происходит его пластическая деформация, которая, создавая остаточные напряжения в микрообъемах, определяет степень упрочнения этого слоя. В связи с этим приходится сталкиваться с заметными колебаниями износоустойчивости шлифованной поверхности. В процессе приработки происходит упрочнение поверхности, достигаются для данных условий трения оптимальные формы и размеры поверхностей, происходят структурные изменения за счет тепловых воздействий, пластических деформаций и химического воздействия окружающей среды. Следовательно, обязательным условием надежной работы подшипников является обкатка на эксплуатационных режимах.

При взаимном обкатывании деталей подшипников под нагрузкой возникают:

- общие напряжения и деформации, охватывающие весь объем металла кольца и изменяющиеся во времени в связи с перемещением деталей, передающих нагрузку;

- местные контактные напряжения и деформации;

- упругие и пластические деформации металла в поверхностном слое, связанные с наличием неровностей на дорожках и телах качения;

- физико-химические процессы, протекающие во внешних слоях и связанные с взаимодействием металла рабочей поверхности с оксидными пленками, смазкой или газовой средой в условиях высоких давлений и температур в зоне контакта.

Характерно, что допускаемая подшипником нагрузка при неподвижном состоянии ниже, чем при вращении, так как следы взаимного вдавливания деталей могут мешать дальнейшей работе подшипников. Остаточные же деформации, образующиеся при

вращении кольца, обычно приводят только к увеличению зазора и мало изменяют условия работы деталей подшипников.

Преобладающим видом износа подшипника, вызванного контактной усталостью рабочих поверхностей, является выкрашивание из них металла в виде мелких точек, а также отслоение частичек металла. Наибольшее практическое подтверждение получила следующая гипотеза, объясняющая природу этого явления.

Под действием скалывающих и нормальных растягивающих напряжений на рабочей поверхности образуются трещины, после чего наступает усталостное выкрашивание вследствие расклинивания образовавшихся трещин смазкой.

При использовании смазки с высокой вязкостью процесс усталостного выкрашивания замедляется. Помимо указанного существуют еще два вида износа — абразивный и коррозионный.

*Абразивный износ* возникает из-за наличия в зоне контакта посторонних частиц. Такой износ наблюдается, например, в незащищенных подшипниковых узлах или под действием пульсирующих толчков тел качения и их автоколебаний в пределах имеющихся зазоров, например износ гнезд сепараторов.

*Коррозийный износ* возникает самостоятельно или в сочетании с трением. При этом поверхности приобретают шероховатость.

Аварийные поломки подшипников возникают под действием перегрузок, перекосов и грубых технологических дефектов изготовления. Прохождение электрического тока через подшипники (так называемых токов) часто приводит к их заклиниванию.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие проблемы надежности возникают при производстве и эксплуатации электрических машин?
2. Какими показателями определяется надежность электрических машин?
3. Какие узлы электрических машин определяют их надежность?
4. Какими факторами определяется надежность коллекторно-щеточного узла?
5. Что представляют собой математические модели надежности электрических машин и их основных узлов?
6. Какие существуют критерии работоспособности и отказов узлов машин?
7. Чем определяется надежность контактных колец электрических машин?
8. Какие факторы влияют на износ подшипников электрических машин?
9. Как влияют условия работы подшипниковых узлов на их работоспособность?

### **12.1. Концепция бездефектного технологического процесса сборки блоков на печатных платах**

Предприятия приборостроения в больших количествах выпускают средства вычислительной техники (СВТ) и УЧПУ к металлорежущим станкам. В составе этих устройств широко используются электронные блоки, представляющие собой печатные платы с установленными на них интегральными микросхемами (ИМС) и электрорадиоэлементами (ЭРЭ). Эти блоки, называемые типовыми элементами замены (ТЭЗ), изготавливаются предприятиями крупными сериями (от 100 тыс. шт. до 1 млн шт. в год), однако организовать это производство по законам крупносерийного производства практически невозможно из-за их большой номенклатуры, так как на каждом предприятии выпускается до 500 различных по габаритным размерам и схемам ТЭЗ. Кроме того, СВТ и ЧПУ постоянно совершенствуются и номенклатура ТЭЗ требует частого обновления.

Для совершенствования производства ТЭЗ, сокращения трудоемкости их изготовления и повышения качества и надежности разработан и создан типовой гибкий производственный комплекс для использования в составе гибких автоматизированных производств сборки ТЭЗ.

Технологическим объектом комплекса являются электронные блоки (ТЭЗ), входящие в состав устройств с ЧПУ и СВТ. Блоки представляют собой двухсторонние печатные платы с установленными на них ИМС и ЭРЭ. На каждую плату устанавливается до 400 элементов, весьма разнообразных при достаточно высокой плотности монтажа. Это существенно затрудняет как комплектацию, так и сам монтаж элементов на платы, приводит к ошибкам при сборке. Распределение ошибок при сборке сложных элементов электронных блоков в условиях многономенклатурного производства с большим количеством комплектующих элементов по данным различных предприятий следующее: 35 % ошибок вызвано неисправностью компонентов схемы, 22 % — ошибками при комплектации и 43 % — ошибками при монтаже элементов.

Первая группа ошибок обусловлена выборочным входным контролем, вторая и третья — ручным выполнением операций, когда ошибки комплектовщиков и монтажников неизбежны.

При производстве средств ВТ и УЧПУ трудоемкость сборки ТЭЗ превышает 50 % общей сборки, причем на 60...70 % это трудоемкость так называемых регулировочно-настроечных работ, в процессе которых проводится диагностика неисправностей ТЭЗ и замена неисправных элементов.

Регулировочно-настроечные работы, выполняемые вручную, являются одним из источников нестабильности и ненадежности ТЭЗ и, следовательно, средств ВТ и устройств ЧПУ в процессе эксплуатации. Таким образом, для обеспечения стабильного и высокого качества изделий СВТ и ЧПУ со снижением трудоемкости их изготовления необходимы принципиально новые подходы к построению технологических процессов сборки ТЭЗ.

Основные принципы построения технологического процесса сборки ТЭЗ для обеспечения бездефектной продукции можно сформулировать следующим образом:

1) обеспечение достоверного входного контроля комплектующих элементов, исключающего попадание на сборку не только дефектных, но и потенциально ненадежных элементов;

2) максимальная автоматизация сборочных, контрольных и транспортных операций по всему технологическому циклу, исключающая влияние случайных факторов, свойственных ручной сборке;

3) построение технологического процесса сборки по принципу системы автоматического регулирования с обратными связями путем ввода технологического контроля и диагностики после принципиальных сборочных операций, постоянного анализа причин появления дефектов на всех операциях и воздействия на технологические процессы по результатам этого анализа.

При разработке схемы бездефектного маршрута сборки блоков и изделий на печатных платах для обеспечения их качества и надежности к разрабатываемому технологическому процессу сборки ТЭЗ предъявляются следующие требования:

исключение прикосновения рук человека к корпусам и выводам ИМС на всех этапах производства от распаковки до установки ИМС на плату, что исключает влияние статического заряда;

введение электротермотренировки (ЭТТ) для всех ИМС, позволяющее исключить попадание на сборку потенциально ненадежных микросхем;

комплексная механизация и автоматизация всех технологических операций на базе созданного и создаваемого отечественного и импортного высокопроизводительного оборудования;

использование в качестве автоматизированной транспортной системы конвейерных модулей, обеспечивающих работу участка

в режиме ГПС в комплекте с системами управления по типу агрегатно-модульной системы автоматизации механосборки (АСАМС), применение унифицированной тары для ИМС, ЭРЭ и печатных плат;

систематический автоматизированный контроль, исключающий попадание дефектного ТЭЗ на следующий этап производства;

систематическое принудительное регулирование технологического процесса за счет выведения в отдельную структурную единицу операций обнаружения и устранения дефектов, их анализа и восстановления ТЭЗ с выдачей указаний и рекомендаций об ужесточении или ослаблении режимов, отработки и совершенствования технологических процессов;

исключение приработки изделий в нормальных климатических условиях (НКУ) и при пониженной температуре с заменой ее на процесс ЭТТ при максимально допустимой температуре;

использование для ЭТТ стендов с полным автоматизированным контролем в процессе ЭТТ с выдачей информации на дисплей и распечатку.

## **12.2. Типовой технологический процесс контроля при сборке электронных блоков на печатных платах**

Непрерывное расширение номенклатуры и постоянно повышающаяся сложность современных СВТ и УЧПУ все острее ставят задачу контроля их качества, особенно в связи с массовым переводом на микропроцессорную базу. Различные дефекты при производстве СВТ, УЧПУ и отдельных блоков должны выявляться по возможности на более ранних технологических этапах. Так, например, затраты на обнаружение и устранение одного дефекта интегральной микросхемы на этапе входного контроля, при эксплуатации могут в 10—1 000 раз превосходить соответствующие затраты в условиях производства, поэтому признан целесообразным и экономичным контроль пооперационный.

Процесс производства блоков СВТ и УЧПУ на печатных платах в общем типовом случае включает в себя изготовление печатной платы, входной контроль покупных комплектующих, подготовку элементов к монтажу, монтаж блоков, их сборку, необходимый контроль, общую сборку изделия и финишные испытания.

Исходя из принципа пооперационного контроля и в соответствии с указанной технологической последовательностью изготовления, на заводах разработаны и существуют технологические процессы контроля конкретных изделий. Однако они разработаны для собственных нужд, базируются на специфических особенностях отдельных производств и используют специализированное обо-

рудование. При этом зачастую контролируются далеко не все необходимые параметры.

Для типизации процессов контроля при монтаже и сборке блоков на печатных платах на предприятиях отрасли разработан и внедрен руководящий технический материал (РТМ) 25 668—82 «Контроль технический при сборке и монтаже блоков аппаратуры на печатных платах. Типовой технологический процесс». Структурная схема типового технологического процесса контроля приведена на рис. 12.1.

Руководящий технический материал регламентирует его основные этапы от контроля отдельных комплектующих до контроля готовых блоков. Регламентируется перечень параметров, контролируемых на каждом этапе, а также перечень оборудования, рекомендованного для использования на этих этапах.

Некоторые из операций контроля, изображенные на рис. 12.1, для конкретного производства могут отсутствовать или объединяться (причем РТМ не распространяется на номенклатуру, продолжительность и интенсивность внешних воздействий при производстве изделий).

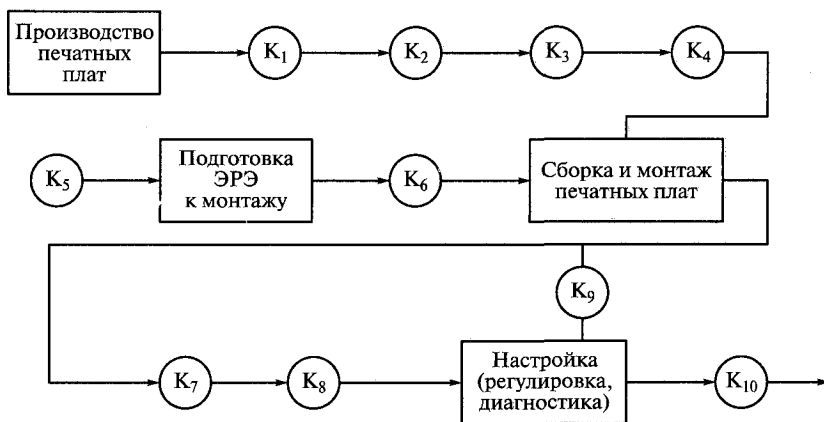


Рис. 12.1. Структура типового технологического процесса контроля электронных блоков:

$K_1$  — контроль толщины металлизации в отверстиях печатных плат;  $K_2$  — контроль сопротивления изоляции и электрической прочности изоляции печатных плат;  $K_3$  — контроль целостности печатных проводников и отсутствия коротких замыканий;  $K_4$  — контроль паяемости выводов ИМС и ЭРЭ;  $K_5$  — входной контроль ИМС и ЭРЭ общего и специального применения по параметрам;  $K_6$  — контроль качества подготовки ЭРЭ к монтажу;  $K_7$  — контроль правильности монтажных соединений после сборки и монтажа блоков на печатных платах;  $K_8$  — контроль работоспособности ЭРЭ в смонтированном блоке (внутрисхемный контроль);  $K_9$  — контроль функционирования блоков и, в случае неисправности, выполнение операций диагностирования и повторный функциональный контроль;  $K_{10}$  — приемочный контроль блоков на печатных платах



Для каждого технологического этапа РТМ регламентирует перечень контролируемых параметров, а также оборудование, обеспечивающее выполнение этого этапа. В РТМ имеются примеры оформления операционных карт технического контроля. Для оборудования, указанного в РТМ, приведены основные технические характеристики.

Использование единых методологических принципов в разработке процессов контроля создает предпосылки для ускорения разработки и внедрения на предприятиях отраслей народного хозяйства типовых унифицированных средств технического контроля, для снижения стоимости изделий, а также повысит уровень оснащенности предприятий контрольным оборудованием. Эффективность внедрения РТМ может быть существенно повышена за счет паспортизации дефектов, выявляемых на каждой контрольной операции конкретного производства. В этом случае заводские технологи получают рациональное гибкое средство, позволяющее оперативно вносить корректировки в технологический процесс изготовления блоков. А это в свою очередь будет способствовать постоянному совершенствованию технологического процесса изготовления СВТ, УЧПУ и аналогичных по конструктивно-технологическим принципам изделий.

### **12.3. Повышение надежности электронных блоков путем введения процесса электротермотренировки**

Повышение требований к качеству и надежности электронных блоков обусловило необходимость проведения на этапе входного контроля интегральных микросхем и полупроводниковых приборов дополнительных испытаний, способствующих более полному выявлению потенциально ненадежных изделий. Наиболее эффективным методом таких испытаний, основанных на тепловом воздействии на испытываемое изделие, как в России, так и за рубежом признана электротермотренировка — работа указанных изделий в условиях повышенной (максимально допустимой) температуры и наличия электрической нагрузки (рис. 12.2). Использование термоударов и термоциклирования для этих целей признано нецелесообразным, так как эти режимы могут привести к выработке ресурса испытываемого изделия. На практике потребители ИМС и ПП эти методы иногда применяют, поскольку они экономичнее ЭТТ (ЭТТ требует до 198 ч, а термоциклирование требует не более 20...30 мин на цикл).

Одним из путей повышения экономической эффективности ЭТТ является ее совмещение с функциональным контролем испытываемых элементов, особенно сложных устройств памяти, время

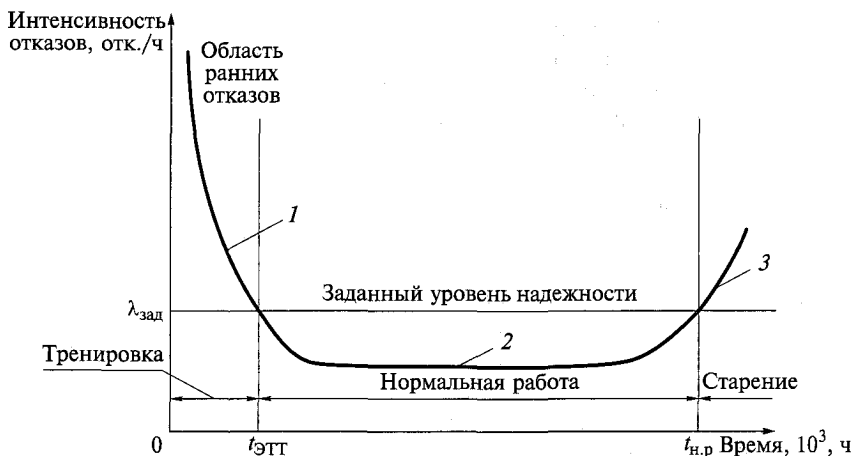


Рис. 12.2. Этапы жизненного цикла электронных блоков при наличии ЭТТ:

1 — этап проработки; 2 — этап нормальной эксплуатации; 3 — этап старения;  
 $t_{ЭТТ}$  — время электротренировки;  $t_{н.р}$  — время нормальной работы в эксплуатации;  
 $\lambda_{зад}$  — заданный в ТУ уровень интенсивности отказов

контроля которых может достигать нескольких часов. Экономически выгодно часть функционального контроля проводить в камере, где по условиям ЭТТ контролируемое устройство должно находиться длительное время — 4...168 ч.

Метод проведения ЭТТ ИМС и печатных плат установлен отраслевым стандартом ОСТ 11073.013—83 часть 94. Стандартом установлены статический и динамический режимы ЭТТ, оговорены общие схемы тренировки в каждом режиме. Режимы и условия ЭТТ варьируются в зависимости от назначения ИМС, их конструктивно-технологических особенностей и требований к качеству и надежности микросхем. Поэтому, руководствуясь общими принципами ЭТТ, каждое предприятие должно вести строгий учет ранних отказов, обнаруженных с ее помощью, анализировать их причины в целях выработки (самостоятельно или в централизованном порядке специальной службой) обоснованных эффективных режимов тренировки как температурных, так и электрических для конкретного типа (серии) ИМС и печатных плат. Причем эта обязанность должна быть закреплена за службой входного контроля предприятия или иным проводящим ЭТТ подразделением.

В общем случае целесообразно вести тренировку при температуре 125 °С — максимально допустимой для большинства микросхем, но это не исключает обоснованного снижения или повышения температуры в каждом конкретном случае.

Относительно продолжительности ЭТТ также нет единой точки зрения. Из графика интенсивности отказов (см. рис. 12.2), описывающей модель поведения ИМС, видно, что интервал времени, в котором происходят ранние отказы, изменяется в зависимости от заданного уровня надежности (заданного значения интенсивности отказов). Очевидно, что и время «выведения» микросхем  $t_{ЭТТ}$  из области ранних отказов с помощью ЭТТ также будет зависеть от заданного уровня надежности микросхем  $\lambda_{зад}$  (см. рис. 12.2). Поэтому, например, в военном стандарте США MIL-STD-883 для разных элементов рекомендуется различная продолжительность ЭТТ, вплоть до 250 ч.

Таким образом, если продолжительность ЭТТ в ТУ на микросхему не установлена, то, как правило, ЭТТ следует проводить в течение 168 ч: к этому времени выявляется 95 % ранних отказов. Длительность ЭТТ определяется качеством изделий, т.е. результаты последующего электрического контроля подвергнутых ЭТТ микросхем могут служить указанием к повторным испытаниям, ужесточению режимов тренировок в случае многочисленных отказов или к облегчению режимов, если выход годных будет высоким.

Таким образом, решая вопросы ЭТТ, следует исходить из соображений требуемой надежности ИС (печатных плат). Прежде всего необходимо добиться, чтобы при проведении тренировки по методу 800-1 при 125 °С за 168 ч выявлялось не менее 95 % отказов. Затем, накопив определенный опыт, можно совершенствовать эту методику, организовав анализ отказавших ИС, уточнив режимы и время испытаний для конкретных изделий и, по возможности, в обоснованных случаях отказаться от проведения дорогостоящей ЭТТ или облегчить ее режимы.

## 12.4. Расчет надежности электронных блоков

Узлы и блоки электронной аппаратуры в большинстве своем являются невосстанавливаемыми, т.е. не подлежат ремонту в процессе эксплуатации.

Оценка надежности этих изделий связана с определением таких количественных параметров, как вероятность безотказной работы  $p(t)$ , вероятность отказов  $q(t)$ , интенсивность отказов  $\lambda$  и среднее время наработки на отказ  $T_{ср}$ . Далее приведена последовательность выполнения оценки надежности узлов электронной аппаратуры:

1) электронная схема разбивается на  $m$  однотипных групп по  $n$  однотипных деталей и элементов;

2) пользуясь данными, приведенными в справочниках, и уравнениями (12.1)—(12.8), определяют величины интенсивности от-

казов  $\lambda_1$ , общие для однотипных групп, при различных граничных условиях эксплуатации;

3) определяется интенсивность отказов  $\lambda$  изделия;

4) в соответствии с заданным законом распределения вероятностей безотказной работы  $p(t)$  и вероятностей отказов  $q(t)$  элементов изделия определяют вероятность безотказной работы  $p(t)$  и вероятность отказов  $q(t)$  в течение времени  $T_p$ , соответствующего ресурсу работы изделия, и вычисляют среднее время наработки на отказ  $T_{ср}$ .

Для электронного узла, состоящего из нескольких деталей и элементов, средняя интенсивность отказов  $\lambda$  зависит от их числа и интенсивности отказов  $\lambda_i$  каждого из них и определяется по формуле

$$\lambda = \sum_{i=1}^m \lambda_i n_i, \quad (12.1)$$

где  $n_i$  — число однотипных деталей и элементов в  $i$ -й группе.

К однотипной группе относятся детали и элементы, выполняющие одинаковые функции (транзисторы, интегральные микросхемы, резисторы, конденсаторы, пайки, проводники и др.) и имеющие одинаковую интенсивность отказов.

На практике интенсивность отказов существенно зависит от режима работы элемента в схеме, условий окружающей среды и в общем случае находится по следующей формуле:

$$\lambda_i = \lambda_0 \prod_i a_i, \quad (12.2)$$

где  $\lambda_0$  — значение интенсивности отказов, полученных в нормальных условиях;  $a_i$  — поправочные коэффициенты, учитывающие режимы работы элемента и условия окружающей среды.

Значение интенсивности отказов  $\lambda_0$  определяется при температуре окружающей среды  $(25 \pm 10)^\circ\text{C}$ , атмосферном давлении 0,1013 МПа, относительной влажности атмосферы  $(65 \pm 15)\%$ , при естественном фоне радиации и коэффициенте нагрузки  $K_n = 1$ .

На этапе ориентировочного расчета интенсивность отказов элементов в реальных условиях рассчитывается по формуле

$$\lambda_i = \lambda_0 a_1 a_2, \quad (12.3)$$

где  $a_1$  — коэффициент, учитывающий электрическую нагрузку и температуру элементов;  $a_2$  — коэффициент, учитывающий влияние механических нагрузок и условия окружающей среды.

Коэффициент  $a_1$  следует определять по графикам, приведенным на рис. 12.3 и 12.4, в зависимости от коэффициента нагрузки  $K_n$ , который вводится для учета влияния электрической нагрузки на

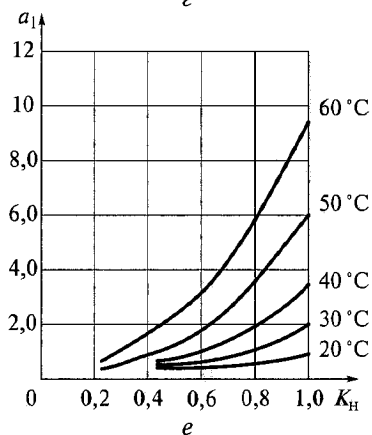
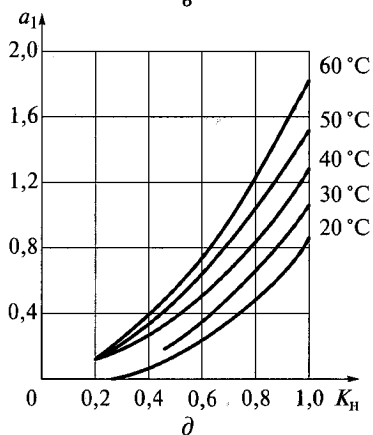
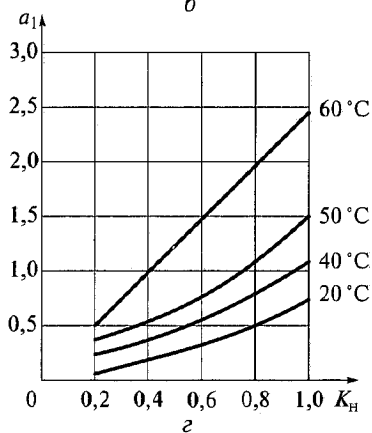
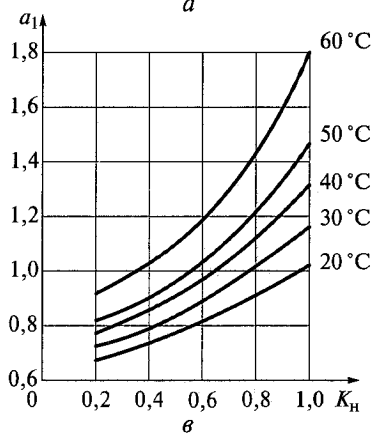
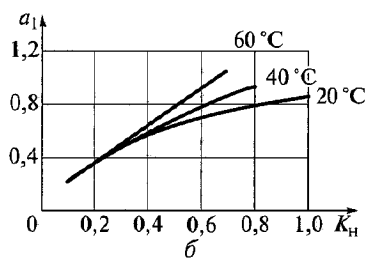
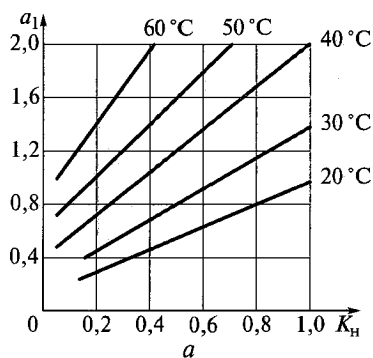


Рис. 12.3. Зависимость коэффициента  $a_1$  от коэффициента нагрузки  $K_n$  при различных температурах для радиоэлементов различных видов:  $a$  — германиевые транзисторы;  $б$  — кремниевые транзисторы;  $в$  — германиевые диоды;  $г$  — проволочные резисторы;  $д$  — непроволочные резисторы;  $е$  — трансформаторы

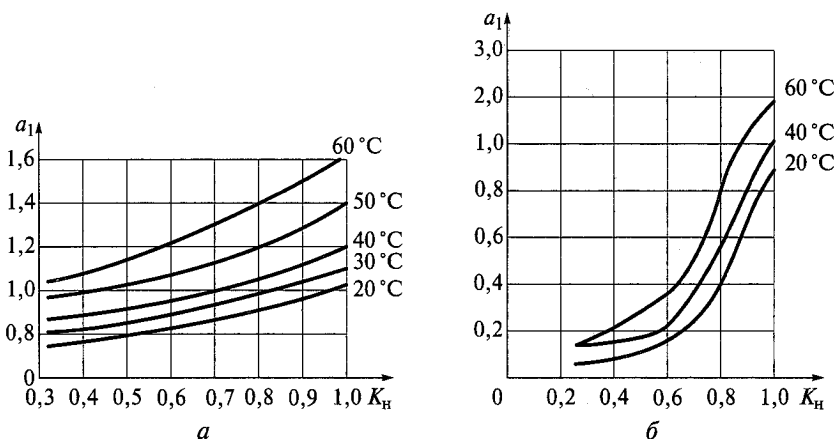


Рис. 12.4. Зависимость  $K_I$  от  $K_H$  при различных температурах для радио-элементов:

$a$  — кремниевые диоды;  $b$  — конденсаторы

надежность работы элементов и характеризуется отношением нагрузки в рабочем режиме  $N_{\text{раб}}$  к нагрузке в номинальном режиме  $N_{\text{ном}}$ :

$$K_H = N_{\text{раб}}/N_{\text{ном}}. \quad (12.4)$$

Значение  $K_H$  в зависимости от типа элемента определяется различными параметрами, характеризующими нагрузку:

для транзисторов и микросхем

$$K_H = P_{\text{раб}}/P_{\text{ном}}, \quad (12.5)$$

где  $P_{\text{раб}}$  — мощность в рабочем режиме, рассеиваемая на элементе;  $P_{\text{ном}}$  — максимально возможная мощность, рассеиваемая на элементе;

для резисторов

$$K_H = P_{\text{раб}}/P_{\text{ном}}; \quad (12.6)$$

для конденсаторов

$$K_H = U_{\text{раб}}/U_{\text{ном}}, \quad (12.7)$$

где  $U_{\text{раб}}$  — напряжение в рабочем режиме на обкладках конденсатора;  $U_{\text{ном}}$  — напряжение, на которое рассчитан конденсатор;

для диодов

$$K_H = U_{\text{обр. раб}}/U_{\text{обр. ном}}, \quad (12.8)$$

где  $U_{\text{обр. раб}}$  — обратное напряжение в рабочем режиме на диоде;  $U_{\text{обр. ном}}$  — максимально допускаемое обратное напряжение на диоде.

Вероятность безотказной работы  $p(t)$  и вероятность отказов  $q(t)$  в течение времени  $t$  следует определять с помощью систем уравнений, характеризующих различные законы распределения.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие основные факторы вызывают ошибки и брак при сборке электронных блоков на печатных платах? 2. Почему электронные блоки на печатных платах в составе УЧПУ и СВТ называются ТЭЗ? 3. Каковы основные положения концепции бездефектного технологического процесса сборки ТЭЗ? 4. Какова структура типового технологического процесса контроля при сборке электронных блоков на печатных платах? 5. Какое назначение имеют различные виды контроля: входной, работоспособности, приемочный? 6. Каково назначение процесса ЭТТ ИМС перед установкой их на печатные платы? 7. Какие существуют режимы ЭТТ и как они влияют на надежность электронных блоков? 8. Как ведется расчет надежности электронных блоков на печатных платах? 9. Из каких источников берут данные по интенсивности отказов элементов, устанавливаемых на печатные платы? 10. Как учитываются электрические и механические нагрузки при расчете надежности электронных блоков?

### 13.1. Надежность соединений с натягом

Актуальность исследований и расчета надежности соединений с натягом обусловлена большим рассеянием: натягов, образуемых как разность двух больших близких размеров — диаметров вала и отверстия; коэффициентов трения, зависящих от многих факторов — состояния поверхности, оксидных пленок, случайного попадания масла, а также внешних нагрузок.

Предельный по прочности сцепления момент  $T_{\text{lim}}$ , Н·м, т.е. момент, который может передать соединение диаметром  $d$ , мм, длиной  $l$ , мм, с натягом  $N$ , мкм, при давлении на посадочных поверхностях  $p$ , МПа, и коэффициенте трения  $f$ , рассчитывается по формуле

$$T_{\text{lim}} = 0,5 \cdot 10^{-3} \pi d^2 l d f / K, \quad (13.1)$$

где  $K$  — коэффициент, учитывающий возможность уменьшения сил, сцепления со временем (от местных обмятий и частичного снятия сил трения),  $K = 1,5$ .

Для соединения сплошного вала со ступицей с наружным диаметром  $D$ , мм, из материалов с одинаковым модулем упругости  $E$ , МПа, и одинаковым коэффициентом поперечного сжатия

$$p = \frac{(N - u) E \cdot 10^{-3}}{d(1 + \psi)}, \quad (13.2)$$

где  $u$  — поправка на обмятие посадочных поверхностей, зависящая от высоты их микронеровностей  $R_{z1}$ ,  $R_{z2}$ , обычно принимают  $u = 1,2(R_{z1} + R_{z2})$ ;  $\psi$  — коэффициент, зависящий от соотношений

$$\text{диаметров } d \text{ и } D, \quad \psi = \frac{1 + (d/D)^2}{1 - (d/D)^2}.$$

Предельный момент  $T_{\text{lim}}$  рассматривается как функция (произведение) двух случайных величин  $p$  и  $f$ . Среднее значение  $T_{\text{lim}}$  предельного момента  $T_{\text{lim}}$  определяется по средним значениям  $\bar{p}$  и



$\bar{f}$ . По правилу квадратического сложения коэффициентов вариации аргументов, входящих в выражение функции в виде произведения, находим коэффициент вариации предельного момента:

$$\nu_{\text{lim}} = \sqrt{\nu_p^2 + \nu_f^2}, \quad (13.3)$$

где  $\nu_p$ ,  $\nu_f$  — коэффициенты вариации давления и трения соответственно.

Среднее значение давления  $\bar{p}$  вычисляется по формуле (13.3) для  $p$ , в которую подставляют среднее значение натяга  $\bar{N}$ .

Коэффициент вариации давления

$$\nu_p = \frac{S_N}{\bar{N} - u} = \nu_N \frac{1}{1 - u/\bar{N}}, \quad (13.4)$$

где  $S_N$  — среднее квадратическое отклонение натяга;  $\nu_N$  — коэффициент вариации.

Если считать поправку на обмятие  $u$  пропорциональной натягу  $N$  (при малых натягах), то коэффициент вариации давления  $\nu_p = \nu_N$ .

Среднее значение натяга  $\bar{N}$  равно разности средних значений отклонений вала  $\bar{e}$  и отверстия  $E$ , которые в системе отверстия можно выразить через табличные значения допусков диаметров вала  $t_e$ , отверстия  $t_E$  и нижнее отклонение диаметра вала  $ei$ :

$$\bar{N} = \bar{e} - \bar{E} = ei + 0,5(t_e - t_E). \quad (13.5)$$

Среднее квадратическое отклонение  $S_N$  натяга в обычном предположении, что допуск натяга  $t_N = \sqrt{t_e^2 + t_E^2}$  соответствует  $6S_N$ , определяется по формуле

$$S_N = \frac{1}{6} \sqrt{t_e^2 + t_E^2}. \quad (13.6)$$

Отсюда коэффициент вариации натяга

$$\nu_N = S_N / \bar{N}. \quad (13.7)$$

При изготовлении вала и отверстия по одинаковым квалитетам точности, т. е.  $t_e = t_E = t$ ,

$$\bar{N} = ei; \nu_N = \frac{\sqrt{2}t}{6ei} = 0,236t/ei. \quad (13.8)$$

Коэффициент вариации коэффициента трения применительно к соединениям с натягом в результате обработки испытаний, проведенных разными исследователями, обычно колеблется в преде-

лах 0,08...0,125 (в среднем 0,1). Меньшие значения характерны для сборки с охлаждением, самые малые значения, выходящие за указанный интервал, — гидрозапрессовке (по данным отдельных испытаний).

Рассмотрим общую задачу оценки надежности соединения с натягом под действием момента со средним значением  $\bar{T}$  и коэффициентом вариации  $\nu_T$ .

Вероятность  $p_c$  безотказной работы соединения по критерию прочности сцепления, как обычно (см. гл. 4), определяем по таблицам нормального распределения в зависимости от квантили  $u_p$

$$u_p = -\frac{\bar{n}_c - 1}{\sqrt{n_c^2 \nu_{\text{lim}}^2 + \nu_T^2}}, \quad (13.9)$$

где  $\bar{n}_c = \bar{T}_{\text{lim}} / \bar{T}$  — коэффициент запаса прочности сцепления по средним значениям моментов.

Опасные напряжения возникают у внутренней поверхности охватываемой детали. Условием прочности является  $\sigma_{\text{экв}} < \sigma_{i2}$ , где  $\sigma_{\text{экв}}$  — наибольшее эквивалентное напряжение;  $\sigma_{i2}$  — предел текучести материала охватываемой детали.

Среднее значение эквивалентного напряжения

$$\bar{\sigma}_{\text{экв}} = \frac{2\bar{p}}{1 - (d/D)^2}. \quad (13.10)$$

Коэффициент вариации  $\bar{\nu}_{\text{экв}}$  напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  равен коэффициенту вариации  $\nu_p$  давления на посадочной поверхности соединения.

Вероятность безотказной работы  $p_p$  по критерию прочности деталей определяем в зависимости от квантиля

$$u_p = -\frac{\bar{n}_n - 1}{\sqrt{\bar{n}_n^2 \nu_i^2 + \nu_p^2}}, \quad (13.11)$$

где  $\bar{n}$  — коэффициент запаса прочности по средним значениям предела текучести  $\bar{\sigma}_{i2}$  и напряжения  $\bar{\sigma}_{\text{экв}}$ ,  $\bar{n}_n = \bar{\sigma}_{i2} / \bar{\sigma}_{\text{экв}}$ ;  $\bar{\nu}_i$  — коэффициент вариации предела текучести.

Надежность соединения с натягом, характеризующую вероятностью безотказной работы  $p$ , определяют как произведение вероятностей  $p_c$  и  $p_p$ , т. е.  $p = p_c p_p$ .

**Пример 13.1.** Соединение зубчатого колеса со сплошным валом диаметром  $d = 48$  мм соответствует посадке H8/x8. Соединение нагружено вращающим моментом  $T$ , заданным случайной нормально распределенной

величиной со средним значением  $\bar{T} = 1050$  Н·м и коэффициентом вариации  $\nu_T = 0,12$ . Определить вероятность безотказной работы соединения по критерию прочности сцепления, если известно, что диаметр ступицы зубчатого колеса  $D = 85$  мм, длина посадочной поверхности  $l = 60$  мм, высота микронеровностей посадочных поверхностей  $R_{z1} = 4$  мкм,  $R_{z2} = 6$  мкм, модуль упругости материала (сталь) деталей  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа, среднее значение и коэффициент вариации коэффициента трения соответственно равны  $\bar{f} = 0,12$ ,  $u_f = 0,1$ , коэффициент  $K$ , учитывающий уменьшение со временем давления,  $K = 1,5$ .

*Решение.* Среднее значение  $\bar{N}$  и коэффициент вариации  $u_N$  натяга определяем в зависимости от допусков диаметров вала и отверстия  $t = t_e = t_E = 39$  мкм, а также нижнего отклонения диаметра вала  $ei = 97$  мкм (значения выбраны по таблицам допусков):

$$\bar{N} = ei = 97 \text{ мкм};$$

$$\nu_N = \sqrt{2t/6ei} = \sqrt{2 \cdot 39/6 \cdot 97} = 0,0948.$$

Поправка на обмятие микронеровностей, мкм:

$$u = 1,2(R_{z1} + R_{z2}) = 1,2(4 + 6) = 12.$$

$$\text{Коэффициент } \psi = \frac{1 + (d/D)^2}{1 - (d/D)^2} = \frac{1 + (48/85)^2}{1 - (48/85)^2} = 1,936.$$

Среднее значение давления на посадочной поверхности, МПа:

$$p = \frac{(\bar{N} - u)E \cdot 10^{-3}}{d(1 + \psi)} = \frac{(97 - 12)2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{48(1 + 1,936)} = 126,7.$$

Коэффициент вариации давления  $p$

$$\nu_p = \nu_N \frac{1}{(1 - u/\bar{N})} = 0,0948 \frac{1}{(1 - 12/97)} = 0,108.$$

Среднее значение и коэффициент вариации предельного по прочности сцепления момента:

$$\bar{T}_{\text{lim}} = 0,5 \cdot 10^{-3} \pi d^2 \bar{p} \bar{f} \frac{1}{K} = 0,5 \cdot 10^{-3} \pi 48^2 \cdot 60 \cdot 126,7 \cdot 0,12 \frac{1}{1,5} = 2200 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\nu_{\text{lim}} = \sqrt{\nu_p^2 + \nu_f^2} = \sqrt{0,108^2 + 0,1^2} = 0,148.$$

Коэффициент запаса прочности сцепления определяется по средним значениям:

$$\bar{n}_c = \bar{T}_{\text{lim}} / \bar{T} = 2200/1050 = 2,09.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_p = -\frac{\bar{n}_c - 1}{\sqrt{\bar{n}_c^2 \nu_{\text{lim}}^2 + \nu_T^2}} = -\frac{2,09 - 1}{\sqrt{2,09^2 \cdot 0,148^2 + 0,12^2}} = -3,285.$$

Вероятность безотказной работы  $P_c$  по критерию прочности сцепления, определенная по табл. 1.1 в зависимости от значения  $u_p$ , равна  $P_c = 0,9995$ .

**Пример 13.2.** Определить вероятность безотказной работы соединения с натягом по критерию прочности охватывающей детали (ступицы колеса). Характеристики соединения приведены в предыдущем примере. Среднее значение предела текучести материала охватывающей детали  $\sigma_{\text{н}} = 580$  МПа, коэффициент вариации  $v_i = 0,06$ .

Среднее значение и коэффициент вариации эквивалентного напряжения у посадочной поверхности ступицы колеса

$$1\bar{\sigma}_{\text{экв}} = \frac{2\bar{p}}{1 - (d/D)^2} = \frac{2 \cdot 126,7}{1 - (48/85)^2} = 372 \text{ МПа.}$$

$$v_{\text{экв}} = v_p = 0,108.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_n = \bar{\sigma}_i / \bar{\sigma}_{\text{экв}} = 580/372 = 1,56.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_{np} = -\frac{\bar{n}_n - 1}{\sqrt{\bar{n}_n^2 v_i^2 + v_{\text{экв}}^2}} = -\frac{1,56 - 1}{\sqrt{1,56^2 \cdot 0,06^2 + 0,108^2}} = -3,92.$$

Вероятность безотказной работы  $p_n$  по критерию прочности охватывающей детали соединения (см. табл. 1.1)  $p_n > 0,9999$ .

## 13.2. Надежность сварных соединений

В ряде машин, в частности транспортных, надежность конструкций в значительной степени определяется сопротивлением усталости сварных соединений.

Предел выносливости сварных соединений имеет значительное рассеяние. Чтобы оценить его коэффициент вариации, проанализированы результаты усталостных испытаний.

В стыковых соединениях со снятым усилением шва диапазон рассеяния предела выносливости малоуглеродистой стали по данным Н. Е. Наумченкова составляет 12... 15 %. В этих же соединениях, но при не снятом усилении шва рассеяние предела выносливости существенно больше. Это в значительной степени обусловлено разбросом угла усиления шва, т.е. угла, образованного поверхностью детали и касательной к поверхности шва у его кромки. Этот угол меняется по длине шва, особенно в соединениях, выполненных ручной дуговой сваркой, где его отклонения от среднего значения составляют около  $\pm 15^\circ$ . Р. Н. Невманом экспериментально установлено, что с изменением угла на  $15^\circ$  предел выносливости соединения меняется на 30 %. Таким образом,

диапазон рассеяния предела выносливости от разброса угла шва можно оценить в 30 % для ручной и в 20 % для автоматической сварки.

Сварка лобовыми швами соединения внахлестку дает существенное рассеяние предела выносливости, в частности, в связи с разбросом отношения катетов шва. По результатам испытаний Н. Кенуона, диапазон рассеяния предела выносливости составляет 35 %.

В тавровых соединениях без разделки кромок и без глубокого проплавления материала внутри соединения образуется щель, длина и ширина которой случайна, а вследствие этого случаен и эффективный коэффициент концентрации напряжений. Поэтому диапазоны рассеяния пределов выносливости тавровых соединений без разделки кромок и глубокого проплавления существенно выше, чем у тех же соединений с разделкой кромок и с глубоким проплавлением. По опытным данным И. Т. Козлова отношение максимального числа циклов нагружения до образования трещины к минимальному в первом случае составляет 3,5, а во втором 2,5, что при показателе степени кривой усталости 6 соответствует диапазону рассеяния пределов выносливости соответственно 23 и 16 %. В реальных конструкциях следует ожидать больших значений.

Диапазон рассеяния предела выносливости соединений с элементами, не передающими нагрузку, по результатам испытаний Фолькхорда, составляет приблизительно 12 %, а сварных двутавровых балок по данным И. Е. Наумченкова — около 20 %.

Сварные коробчатые балки характерны большим числом швов и существенной вероятностью непровара корня швов вследствие одностороннего их наложения. Поэтому диапазоны рассеяния пределов их выносливости достаточно велики и по результатам испытаний Н. Е. Наумченкова достигают 30...40 %.

Естественно предположить, что диапазон рассеяния (выраженный в относительной форме) при значительном числе опытов соответствует шести средним квадратическим отклонениям случайной величины. Тогда коэффициент вариации равен  $1/6$  части диапазона рассеяния этой величины. Учитывая это соотношение, по приведенным ранее диапазонам рассеяния найдем соответствующие коэффициенты вариации предела выносливости.

Приведенные выше значения диапазонов рассеяния позволили оценить коэффициенты вариации предела выносливости вследствие разброса качества сварного шва  $\nu_{св}$ :

Вид соединения

$\nu_{св}$

Стыковое, сварка ручная..... 0,05

Стыковое, сварка полуавтоматическая или автоматическая..... 0,03

Внахлестку .....	0,06
Втавр с разделкой кромок и глубоким проплавлением.....	0,04*
То же, без разделки кромок и глубокого проплавления .....	0,06*
С элементами, не передающими нагрузки .....	0,03*
Балки двутавровые .....	0,05*
Коробчатые балки.....	0,09*

\* Значения получены в предположении, что диапазон рассеяния предела выносливости соответствует четырем средним квадратическим отклонениям, так как испытано небольшое число экземпляров этого вида соединения.

Результаты испытаний стыковых сварных соединений без удаления окалины с поверхностей показали, что их пределы выносливости характеризуются диапазоном рассеяния около 35 %. Отсюда можно заключить, что при наличии окалины коэффициент вариации предела выносливости, вызванный только некачественным состоянием поверхности, составляет 0,06.

Вероятностный расчет сопротивления усталости сварного соединения представляется в следующем виде. Квантиль нормированного нормального распределения, по которому в дальнейшем определяется вероятность безотказной работы,

$$u_p = \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 \nu_{с.д}^2 + \nu_a^2}}, \quad (13.12)$$

где  $\bar{n}$  — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям;  $\nu_{с.д}$  — коэффициент вариации предела выносливости сварной детали;  $\nu_a$  — коэффициент вариации нагрузки. Значение  $\nu_{с.д}$  следует вычислять по формуле

$$\nu_{с.д} = \sqrt{\nu_d^2 + \nu_{св}^2 + \nu_{пл}^2 + \nu_{пов}^2}, \quad (13.13)$$

где  $\nu_d$  — коэффициент вариации предела выносливости детали одной плавки без сварного шва, его рассчитывают изложенными ранее методами статистического подобия или приближенно принимают равным 0,04...0,06 (чем меньше наиболее напряженный объем, тем больше  $\nu_d$ );  $\nu_{пл}$  — коэффициент вариации среднего предела выносливости по плавкам, принимают равным 0,06...0,08;  $\nu_{пов}$  — коэффициент вариации предела выносливости в зависимости от состояния поверхностей свариваемых деталей; если окалина удалена, кромки детали не повреждены кислородной резкой, то принимают равным нулю, в противном случае равным 0,06.

Значение  $\bar{n}$  равно отношению средних значений предела выносливости  $\bar{\sigma}_{с.д}$  и действующих напряжений  $\bar{\sigma}_a$ . Величину  $\bar{\sigma}_{с.д}$  вычисляют по формуле

$$\bar{\sigma}_{\text{с.л}} = \frac{\bar{\sigma}_a \varepsilon_\sigma \beta \gamma}{k_\sigma}, \quad (13.14)$$

где  $\bar{\sigma}_a$  — среднее значение предела выносливости гладкого образца;  $\varepsilon_\sigma$  — коэффициент влияния абсолютных размеров;  $\beta$  — коэффициент, учитывающий упрочнение,  $\beta \geq 1$ ;  $\gamma$  — коэффициент, учитывающий состояние поверхности,  $\gamma \leq 1$ ;  $k_\sigma$  — эффективный коэффициент концентрации напряжений. Значения  $\bar{\sigma}_a$ ,  $\varepsilon_\sigma$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $k_\sigma$  находят по справочной литературе, величины  $\bar{\sigma}_a$  и  $\varepsilon_\sigma$  можно также определить описанными выше методами.

### 13.3. Надежность резьбовых соединений

Вопрос о надежности резьбовых соединений обусловлен в основном рассеянием нагрузок, пределом выносливости болтов, разбросом их ударной прочности при низких температурах и недостаточной надежностью многих применяемых средств стопорения. Рассмотрим надежность болтов по критерию прочности при статических и переменных нагрузках.

Расчет резьбовых соединений на надежность может быть сведен к учету рассеяния начальной затяжки и уточненному расчету рассеяния концентрации напряжений. При расчете случайными величинами принимают внешнюю нагрузку, силу начальной затяжки, предел выносливости материала и эффективный коэффициент концентрации напряжений в связи с разбросом радиуса выкружки резьбы.

**Напряжения в болте от силы затяжки.** Сильная затяжка повышает надежность работы резьбового соединения, так как при этом увеличивается жесткость стыка и существенно понижается доля переменной нагрузки, приходящейся на болт.

Для обеспечения требуемой затяжки болтов необходимо контролировать силу затяжки. Методы контроля основаны на замере: удлинения болта (шпильки), угла поворота гайки, крутящего момента при затяжке гайки. Первый метод наиболее точен, третий — наиболее распространен вследствие простоты и приспособленности для крупносерийного производства. Контроль в этом случае выполняют с помощью ключа предельного момента, или динамометрического ключа.

Считается, что при затяжке динамометрическим ключом разброс силы затяжки составляет  $\pm(25 \dots 30) \%$ , при затяжке на определенный угол поворота гайки —  $\pm 15 \%$ , при контроле затяжки по деформации тарированной упругой шайбы —  $\pm 10 \%$ , при контроле удлинения болта —  $\pm(3 \dots 5) \%$ . Этим значениям разброса

соответствуют приблизительно следующие коэффициенты вариации силы затяжки: 0,09; 0,05; 0,04; 0,02.

**Напряжения в болте от внешней нагрузки.** В затянутом резьбовом соединении напряжения в болте от внешней нагрузки определяются с учетом того, что лишь  $\chi$ -я часть нагрузки передается на болты. Величина  $\chi$ , называемая *коэффициентом основной нагрузки*, может быть определена по формуле

$$\chi = \frac{\lambda_d}{\lambda_d + \lambda_b}, \quad (13.15)$$

где  $\lambda_d$ ,  $\lambda_b$  — податливость болта и деталей.

В рабочем диапазоне внешних нагрузок при достаточных силах затяжки болтов для стальных и чугунных деталей обычно  $\chi = 0,2 \dots 0,3$ . Предполагая, что стыки достаточно сильно затянуты и поэтому контактная жесткость мало меняется, можно принимать значение  $\chi$  детерминированной величиной. Отсюда коэффициент вариации номинальных напряжений в болте, обусловленный рассеянием внешней нагрузки, полагаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки.

**Коэффициент концентрации в резьбе.** Этот коэффициент в первую очередь определяется формой впадины резьбы, которая может быть не указана в чертеже или специально закругленной.

Для ответственных высоко нагруженных соединений при переменных и динамических нагрузках должна применяться резьба с закругленной впадиной. У этой резьбы радиус кривизны впадины не должен быть менее  $0,1P$ , где  $P$  — шаг резьбы. У болтов с закругленной впадиной в конце их обозначений ставят букву  $R$  (например,  $M12-6g-R$ ), где  $6g$  характеризует степень точности резьбы болта. Рассеяние радиуса впадины составляет  $(0,1 \dots 0,144)P$  независимо от степени точности резьбы.

Эффективный коэффициент концентрации в резьбе определяют экспериментально или через теоретический коэффициент концентрации напряжений и коэффициент чувствительности. Теоретический коэффициент концентрации для наиболее распространенного сопряжения болта с гайкой, работающей на сжатие, связан с шагом  $P$  и радиусом выкружки  $R$  следующей зависимостью:

$$\alpha = 1 + 1,1\sqrt{P/R}. \quad (13.16)$$

Отсюда среднее значение  $\alpha$  и коэффициент вариации  $\nu_\alpha$  коэффициента концентрации напряжений

$$\bar{\alpha} = 1 + 1,1\sqrt{\frac{2P}{R_{\max} + R_{\min}}} = 1 + 1,1\sqrt{\frac{2P}{(0,144 + 0,1)P}} = 4,15;$$



$$\nu_{\alpha} = \frac{1}{6\bar{\alpha}}(\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) = \frac{1}{6\bar{\alpha}}1,1 \left( \sqrt{\frac{P}{R_{\min}}} - \sqrt{\frac{P}{R_{\max}}} \right) = 0,023.$$

Подготовленный для метрических резьб, применяемых в авиакосмических конструкциях, проект международного стандарта (документ ИСО) регламентирует радиус впадины в пределах  $(0,15 \dots 0,18)P$ . Болты с резьбой, изготовленной по этому стандарту, имеют повышенный предел выносливости. Для этой резьбы  $\bar{\alpha} = 3,70$  и  $\nu_{\alpha} = 0,011$ .

Вероятностный расчет работоспособности и надежности болтового соединения сводится к оценке вероятности  $p$  безотказной работы соединения, в простейшем предположении равной произведению  $P = P_1 P_2 P_3 \dots$  вероятностей безотказной работы по основным критериям: нераскрытию стыка, несдвигаемости стыка, прочности болтов и т.д. Естественно, что число учитываемых критериев определяется в зависимости от их значимости.

**Вероятность безотказной работы по критерию нераскрытия стыка  $p_1$ .** Эта вероятность соответствует вероятности того, что наименьшее напряжение сжатия в стыке после приложения внешней нагрузки больше нуля.

Для простейшего случая, когда единичное болтовое соединение нагружено центральной отрывающей силой  $F$  (величина случайная), вероятность  $p_1$  определяют из условия

$$p_1 = \text{Вер}[F_{\text{зат}}/\beta_c > F(1 - \chi)], \quad (13.17)$$

где  $F_{\text{зат}}$  — сила затяжки;  $\beta_c$  — коэффициент, учитывающий возможное ослабление затяжки вследствие обмятия стыков,  $\beta_c = 1,1$ ;  $1 - \chi$  — множитель, характеризующий долю внешней нагрузки на стык.

Вероятность  $P_1$  безотказной работы определяют по табл. 1.1 в зависимости от квантиля

$$u_{p1} = -\frac{\bar{n}_1 - 1}{\sqrt{\bar{n}_1^2 \nu_{\text{зат}}^2 + \nu_F^2}}, \quad (13.18)$$

где  $\bar{n}_1$  — коэффициент запаса нераскрытия стыка по средним нагрузкам,

$$\bar{n} = \frac{\bar{F}_{\text{зат}}}{\beta_c \bar{F}(1 - \chi)}; \quad (13.19)$$

$\bar{F}_{\text{зат}}$ ,  $\bar{F}$  и  $\nu_F$  — средние значения и коэффициенты вариации случайных сил  $\bar{F}_{\text{зат}}$  и  $\bar{F}$  соответственно.

**Вероятность безотказной работы по критерию несдвигаемости стыка  $p_2$ .** Вероятность безотказной работы по критерию несдвигаемости стыка  $p_2$  единичного затянутого болтового соединения, нагруженного сдвигающей силой  $F$ ,

$$p_2 = \text{Вер}(fF_{\text{зат}}/\beta_c > F). \quad (13.20)$$

Для определения значения  $p_2$  вычисляют квантиль

$$u_{p_2} = -\frac{\bar{n}_2 - 1}{\sqrt{\bar{n}_2^2 \nu_{\text{lim}}^2 + \nu_F^2}}, \quad (13.21)$$

где  $\bar{n}_2$  — коэффициент запаса несдвигаемости стыка по средним нагрузкам,

$$\bar{n}_2 = \frac{\bar{f}\bar{F}_{\text{зат}}}{\beta_c \bar{F}}; \quad \nu_{\text{lim}} = \sqrt{\nu_{\text{зат}}^2 + \nu_f^2}; \quad (13.22)$$

$\bar{f}$  и  $\nu_f$  — среднее значение и коэффициент вариации коэффициента трения  $f$ .

**Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности.** Эту вероятность определяют по следующей формуле:

$$p_3 = \text{Вер}(\sigma_{\text{рас}} < \sigma_t), \quad (13.23)$$

где  $\sigma_{\text{рас}}$  — расчетное напряжение в опасном сечении болта, величина случайная;  $\sigma_t$  — предел текучести материала болта, величина случайная.

Расчетное напряжение в болте единичного болтового соединения, нагруженного центральной отрывающей силой, определяется выражением

$$\sigma_{\text{рас}} = \frac{4}{\pi d_p^2} (kF_{\text{зат}} + \chi F), \quad (13.24)$$

где  $d_p$  — расчетный диаметр резьбы болта;  $k$  — коэффициент, учитывающий кручение болта (если кручение при затяжке исключено,  $k = 1$ , в остальных случаях  $k = 1,3$ ).

Среднее значение расчетного напряжения  $\bar{\sigma}_{\text{рас}}$  определяют по зависимости для  $\sigma_{\text{рас}}$ , в которую вместо  $\bar{F}_{\text{зат}}$  и  $F$  подставляют их средние значения  $\bar{F}_{\text{зат}}$  и  $\bar{F}$ .

Среднее квадратическое отклонение расчетного напряжения

$$S_{\text{рас}} = \bar{\sigma}_{\text{рас}} \nu_{\text{рас}} = \frac{4}{\pi d_p^2} \sqrt{k^2 \nu_{\text{зат}}^2 \bar{F}_{\text{зат}}^2 + \chi^2 \bar{F}^2 \nu_F^2}. \quad (13.25)$$

Решая уравнение относительно расчетного коэффициента вариации  $\nu_{\text{рас}}$ , находим

$$\nu_{\text{рас}} = \nu_{\text{зат}} \frac{1}{1+a} \sqrt{1+a^2 \frac{\nu_F^2}{\nu_{\text{зат}}^2}}; a = \frac{\chi \bar{F}}{k \bar{F}_{\text{зат}}}. \quad (13.26)$$

Вследствие относительной малости величины  $a$  и соизмеримости коэффициентов вариации  $\nu_F$  и  $\nu_{\text{зат}}$  в технических расчетах принимают  $\nu_{\text{рас}} = \nu_{\text{зат}}$ .

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности  $p_3$  находят по квантилю

$$u_{p_3} = - \frac{\bar{n}_3 - 1}{\sqrt{\bar{n}_3^2 \nu_{\sigma_t}^2 + \nu_{\text{рас}}^2}}, \quad (13.27)$$

где  $\bar{n}_3$  — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям,

$$\bar{n}_3 = \frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_{\text{рас}}} = \frac{\pi d_p^2 \bar{\sigma}_t}{4(k \bar{F}_{\text{зат}} + \chi \bar{F})}; \quad (13.28)$$

$\bar{\sigma}_t$  и  $\nu_{\sigma_t}$  — среднее значение и коэффициент вариации предела текучести материала болта.

**Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости.** Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости рассчитывают по формуле

$$p_4 = \text{Вер}(\sigma_a < \sigma_{\text{р.д}}),$$

где  $\sigma_a$  — действующие напряжения, приведенные к симметричному циклу;  $\sigma_{\text{р.д}}$  — предел выносливости резьбовой детали (болта).

Среднее значение действующих напряжений определяют по формуле

$$\bar{\sigma}_a = \frac{4}{\pi d_p^2} \left[ 0,5 \chi \bar{F} + \frac{\Psi}{k_{\sigma}} (\bar{F}_{\text{зат}} + 0,5 \chi \bar{F}) \right], \quad (13.29)$$

где  $0,5 \bar{F}$  — среднее значение амплитуды нагрузки;  $\Psi$  — коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла;  $\bar{F}$  — среднее (учитывая случайный характер силы) значение максимальной нагрузки цикла;  $k_{\sigma}$  — среднее значение эффективного коэффициента концентрации напряжений, принимают в зависимости от предела прочности материала  $\sigma_B$ , МПа:

$\sigma_B$ .....	400	600	800	1 000
$k_{\sigma}$ .....	3,0	3,9	4,8	3,9

или вычисляют по формуле

$$\bar{k}_\sigma = 1 + q(\bar{\alpha} - 1),$$

где  $q$  — коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений,  $q = 0,5 \dots 0,6$  для углеродистых и  $q = 0,7 \dots 0,8$  для легированных сталей;  $\bar{\alpha}$  — среднее значение теоретического коэффициента концентрации напряжений.

Коэффициент вариации напряжения  $\sigma_a$  можно принимать равным коэффициенту вариации нагрузки  $\nu_F$ , так как влияние на сопротивление усталости средней составляющей напряжений мало по сравнению с переменной.

Среднее значение предела выносливости резьбовой детали (болта)

$$\sigma_{p,d} = \bar{\sigma}_d \frac{\varepsilon_\sigma}{k_\sigma} \beta \beta_{уп}, \quad (13.30)$$

где  $\bar{\sigma}_d$  — среднее значение предела выносливости гладкого образца;  $\varepsilon_\sigma$  — коэффициент влияния абсолютных размеров;  $\beta$  — коэффициент, для соединения стандартными болтами и гайками  $\beta = 1$ , для соединений типа стяжки  $\beta = 1,5 \dots 1,6$ ;  $\beta_{уп}$  — коэффициент технологического упрочнения, для болтов с нарезанной резьбой  $\beta_{уп} = 1$ , для болтов с накатанной резьбой  $\beta_{уп} = 1,2 \dots 1,3$ .

Коэффициент вариации предела выносливости болта  $\nu_{p,d}$  включает в себя коэффициенты вариации предела выносливости детали одной плавки (приблизительно принимаемого  $\nu_d = 0,06 \dots 0,08$  или рассчитываемого изложенными выше методами статистического подобия), среднего предела выносливости по плавкам (приблизительно принимаемого равным  $\nu_{пл} = 0,08$ ) и эффективного коэффициента концентрации напряжений  $\nu_{k_\sigma} \approx \nu_\alpha$  и вычисляется по формуле

$$\nu_{p,d} = \sqrt{\nu_d^2 + \nu_{пл}^2 + \nu_\alpha^2}. \quad (13.31)$$

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости  $P$  определяют в зависимости от квантиля нормированного нормального распределения

$$u_{p4} = -\frac{\bar{n}_4 - 1}{\sqrt{\bar{n}_4^2 \nu_{p,d}^2 + \nu_a^2}}; \quad \bar{n}_4 = -\frac{\bar{\sigma}_{p,d}}{\bar{\sigma}_a}. \quad (13.32)$$

**Пример 13.3.** Две стальные детали стянуты болтом М12-6g-R ( $P = 1,75$  мм,  $d_p = 10,35$  мм) класса прочности 6.6. Соединение нагружено растягивающей силой, изменяющейся от 0 до  $F$ . Среднее значение силы  $\bar{F} = 9 \cdot 10^3$  Н, коэффициент вариации силы  $\nu_F = 0,1$ . Оценить вероятность

безотказной работы по основным критериям: нераскрытия стыка, статической прочности и сопротивления усталости болта.

Контроль затяжки осуществляется динамометрическим ключом.

Принимаем  $\chi = 0,2$ ;  $\bar{\sigma}_t = 360$  МПа;  $\bar{\sigma}_d = 220$  МПа;  $\nu_{\sigma t} = 0,06$ ;  $\bar{\sigma}_{\text{зат}} = 0,5\sigma_t = 180$  МПа;  $\beta_c = 1,1$ ;  $k_\sigma = 3,0$ ;  $\varepsilon_\sigma = 1,0$ ;  $\beta = 1,0$ ;  $\beta_{\text{уп}} = 1,0$ ;  $\psi = 0,1$ ;  $\nu_{\text{зат}} = 0,09$ ;  $\nu_d = 0,07$ ;  $\nu_{\text{пл}} = 0,1$ ;  $\nu_\alpha = 0,023$ .

**Решение.** Вычисляем среднее значение силы затяжки, Н:

$$\bar{F}_{\text{зат}} = 0,5_\sigma \pi d_d^2 / 4 = 1,51 \cdot 10^4.$$

Коэффициент запаса нераскрытия стыка по средним нагрузкам

$$\bar{n}_1 = \frac{\bar{F}_{\text{зат}}}{\beta_c \bar{F}(1 - \chi)} = \frac{1,51 \cdot 10^4}{1,1 \cdot 9 \cdot 10^3(1 - 0,2)} = 1,9.$$

Квантиль

$$u_{p1} = \frac{\bar{n}_1 - 1}{\sqrt{\bar{n}_1^2 \nu_{\text{зат}}^2 + \nu_F^2}} = \frac{1,9 - 1}{\sqrt{1,906^2 \cdot 0,09^2 + 0,1^2}} = -4,533.$$

По табл. 1.1 находим вероятность безотказной работы по критерию нераскрытия стыка  $p_1 = 0,9999$ .

Среднее значение расчетного напряжения составляет, МПа:

$$\sigma_{\text{рас}} = \frac{4}{\pi d_d^2} (1,3 \bar{F}_{\text{зат}} + \chi \bar{F}) = \frac{4}{\pi \cdot 10,35^2} (1,3 \cdot 1,51 \cdot 10^4 + 0,2 \cdot 9 \cdot 10^3) = 255.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_3 = \bar{\sigma}_t / \bar{\sigma}_{\text{рас}} = 360 / 255 = 1,412.$$

Находим квантиль  $u_{p3}$ , полагая, что  $\nu_{\text{рас}} = \nu_{\text{зат}}$ ,

$$u_{p3} = -\frac{\bar{n}_3 - 1}{\sqrt{\bar{n}_3^2 \nu_{\sigma t}^2 + \nu_{\text{зат}}^2}} = -\frac{1,412 - 1}{\sqrt{1,412^2 \cdot 0,06^2 + 0,09^2}} = -3,333.$$

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности  $p_3 = 0,9995$ .

Среднее значение предела выносливости болта, МПа:

$$\bar{\sigma}_{p.d} = \bar{\sigma}_{-1} \frac{\varepsilon_\sigma}{k_\sigma} \beta \beta_{\text{уп}} = 220 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,1 \cdot 1,0 = 73,7.$$

Среднее значение действующего напряжения, МПа:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_a &= \frac{4}{\pi d_d^2} \left[ 0,5 \chi \bar{F} + \frac{\psi}{k_\sigma} (\bar{F}_{\text{зат}} + 0,5 \chi \bar{F}) \right] = \\ &= \frac{4}{\pi \cdot 10,35^2} \left[ 0,5 \cdot 0,2 \cdot 9 \cdot 10^3 + \frac{0,1}{3} (1,51 \cdot 10^4 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 9 \cdot 10^3) \right] = 17. \end{aligned}$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям  
 $\bar{n}_4 = \bar{\sigma}_{p,d} / \bar{\sigma}_a = 73,7 / 17 = 4,3$ .

Коэффициент вариации предела выносливости

$$\nu_{p,d} = \sqrt{\nu_d^2 + \nu_{пл}^2 + \nu_\alpha^2} = \sqrt{0,07^2 + 0,1^2 + 0,023^2} = 0,124.$$

Квантиль

$$u_{p4} = \frac{\bar{n}_4 - 1}{\sqrt{\bar{n}_4^2 \nu_{p,d}^2 + \nu_F^2}} = \frac{4,3 - 1}{\sqrt{4,3^2 \cdot 0,124^2}} = -6,08.$$

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости  $p_4 = 1$ . Вероятность безотказной работы соединения  $p = p_1 p_3 p_4 = 0,9999 \cdot 0,9995 \cdot 1 = 0,9994$ .

### Контрольные вопросы

1. Чем определяется прочность сцепления соединений с натягом?
2. Что такое коэффициент вариации натяга и как он рассчитывается?
3. Как определяется вероятность безотказной работы соединения с натягом по критерию прочности сцепления?
4. Как рассчитывается результирующая надежность соединений с натягом?
5. Какими факторами определяется надежность сварного соединения?
6. Каковы диапазоны рассеяния предела выносливости для различных видов сварных соединений?
7. Как проводится вероятностный расчет сопротивления усталости сварных соединений?
8. Какие возникают напряжения в болте от силы затяжки и внешней нагрузки?
9. Как определяется вероятность безотказной работы болтового соединения по критериям нераскрытия стыка и несдвигаемости стыка?
10. Как рассчитывается вероятность безотказной работы болтового соединения по критериям статической прочности и сопротивления усталости?

## НАДЕЖНОСТЬ ТИПОВЫХ УЗЛОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 14.1. Надежность зубчатых передач

#### 14.1.1. Расчет на сопротивление контактной усталости

Вероятность безотказной работы  $p_H$  по критерию сопротивления контактной усталости определяют как вероятность того, что контактное напряжение (расчетный параметр)  $\sigma_H$  не превышает предела контактной выносливости (предельного значения расчетного параметра)  $\sigma_{H\lim}$ , т. е.

$$p_H = \text{Вер}(\sigma_H < \sigma_{H\lim}). \quad (14.1)$$

Контактное напряжение  $\sigma_H$ , МПа, действующее в полюсе зацепления,

$$\sigma_H = 6,13 \cdot 10^3 z_H \frac{1}{a_w} \sqrt{\frac{T_{1H}^* (u \pm 1)^3}{b_w u}} K_{H\Sigma}, \quad (14.2)$$

где  $z_H$  — коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей;  $a_w$  — межосевое расстояние, мм;  $b_w$  — рабочая ширина венца, мм;  $T_{1H}^*$  — крутящий момент на шестерне при работе в номинальном режиме (сокращенно номинальный момент), Н·м;  $u$  — передаточное число;  $K_{H\Sigma}$  — коэффициент нагрузки.

Напряжение  $\sigma_H$  рассматривают как функцию случайной величины  $K_{H\Sigma}$ , равной произведению четырех случайных величин:

$$K_{H\Sigma} = K_{B.H} K_{B\beta} K_{H\beta} K_{H\alpha}, \quad (14.3)$$

где  $K_{B.H}$  — коэффициент внешней нагрузки;  $K_{B\beta}$  — коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине венца;  $K_{H\beta}$  — коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении;  $K_{H\alpha}$  — коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

Номинальный момент  $T_{1H}^*$  и другие параметры в формуле для  $\sigma_H$  считают детерминированными величинами. Случайный характер внешней нагрузки учитывают коэффициентом внешней нагрузки  $K_{B.H}$ .

Коэффициенты  $K_{в.н}$ ,  $K_{н\beta}$ ,  $K_{нV}$ ,  $K_{н\alpha}$  нагрузки являются коррелированными (зависимыми) случайными величинами. Это объясняется условностью учета дополнительных внутренних нагрузок в виде коэффициентов, причем в выражения для каждого последующего коэффициента входят предшествующие по рассмотрению коэффициенты. Например, при определении коэффициента  $K_{нV}$  дополнительную внутреннюю динамическую нагрузку относят к номинальной нагрузке, умноженной на коэффициенты  $K_{в.н}$  и  $K_{н\beta}$ . Частные коэффициенты нагрузки зависят от порядка их рассмотрения, хотя их произведение, т.е. общий коэффициент нагрузки, от последовательности рассмотрения не зависит.

В упрощенных расчетах коррелированность частных коэффициентов нагрузки можно не учитывать и коэффициент вариации нагрузки определять как коэффициент вариации произведения независимых случайных множителей

$$\nu_{н\Sigma} = \sqrt{\nu_A^2 + \nu_{н\beta}^2 + \nu_{нV}^2 + \nu_{н\alpha}^2}, \quad (14.4)$$

где  $\nu_A$ ,  $\nu_{н\alpha}$ ,  $\nu_{нV}$ ,  $\nu_{н\beta}$  — коэффициенты вариации соответственно величин  $K_{в.н}$ ,  $K_{н\alpha}$ ,  $K_{нV}$ ,  $K_{н\beta}$ . Уточненная зависимость для  $\nu_{н\Sigma}$  приведена далее.

Коэффициент вариации контактного напряжения  $\sigma_n$ , учитывая пропорциональную зависимость  $\sigma_n$  от  $\sqrt{K_{н\Sigma}}$ , определяют по формуле

$$\nu_{\sigma n} = 0,5\nu_{н\Sigma}.$$

Среднее значение контактного напряжения  $\bar{\sigma}_n$  вычисляют по формуле (14.2) для  $\sigma_n$ , в которую вместо коэффициента нагрузки  $K_{н\Sigma}$  подставляют его среднее значение  $\bar{K}_{н\Sigma}$ , равное произведению средних значений частных коэффициентов нагрузки  $\bar{K}_{в.н}$ ,  $\bar{K}_{н\beta}$ ,  $\bar{K}_{нV}$ ,  $\bar{K}_{н\alpha}$ .

В настоящем расчете коэффициент  $K_{в.н}$  внешней нагрузки выделен в самостоятельный. Это уменьшает вероятность недоучета внешней динамики и рассеяния внешней нагрузки по сравнению с формой расчета, по которой они учитываются при назначении внешней нагрузки.

Внешние дополнительные нагрузки в машинах оцениваются специалистами по отдельным отраслям машиностроения на основе обобщения опыта эксплуатации и решения динамических задач для систем с двигателями и исполнительными механизмами.

Должны задаваться средние значения  $\bar{K}_{в.н}$  и коэффициент вариации  $\nu_A$  коэффициента внешней нагрузки. Если задаются предельные значения  $K_{A\min}$  и  $K_{в.н\max}$ , то  $\bar{K}_{в.н} = 0,5(K_{в.н\min} + K_{A\max})$ ,  $S_A = (K_{A\max} - K_{в.н\min})/6$  и соответственно  $\nu_A = S_A/\bar{K}_{в.н}$ .



В расчетах, где внешняя динамика учтена в задаваемой внешней нагрузке (моменте)  $T$ , среднее значение  $\bar{T}$  и коэффициент вариации  $\nu_T$  коэффициента внешней нагрузки соответственно равны  $\bar{K}_{в.н} = \bar{T} / T_{1н}^*$ ;  $\nu_A = \nu_T$ .

Коэффициент распределения нагрузки по ширине венца, без учета закручивания широких шестерен, определяют по формуле

$$K_{н\beta} = 1 + \frac{0,4b_{\omega}^2 C_{\Sigma t} \gamma}{F_{нм}} K_{н\omega}, \quad (14.5)$$

где  $b_{\omega}$  — ширина венца колеса;  $C_{\Sigma t}$  — суммарная удельная жесткость сопряженных зубьев;  $\gamma$  — суммарный угол перекоса зубьев,  $\gamma = \gamma_{\omega} + \gamma_{\Delta}$ ;  $\gamma_{\omega}$  — угол перекоса зубьев, вызванный упругими деформациями всех деталей: валов, подшипников, зубьев;  $\gamma_{\Delta}$  — угол перекоса зубьев, вызванный неточностью изготовления;  $K_{н\omega}$  — коэффициент, учитывающий приработку зубьев;  $K_{нм}$  — приведенная окружная сила,  $F_{нм} = K F_{нt}^*$ , где  $F_{нt}^*$  — окружная сила.

Среднее значение коэффициента  $\bar{K}_{н\beta}$  определяется по формуле для  $K_{н\beta}$ , в которую вместо  $\gamma_{\Delta}$  подставляют среднее значение  $\bar{\gamma}_{\Delta}$ . Здесь составляющая, пропорциональная упругому перекосу зубьев, может рассматриваться как детерминированная, а пропорциональная погрешностям изготовления — как случайная. В среднем можно принять детерминированную составляющую равной  $2/3$  среднего относительного приращения нагрузки, т.е.  $\frac{2}{3}(\bar{K}_{н\beta} - 1)$ . Тогда поле рассеяния дополнительной относительной случайной нагрузки будет равно также  $\frac{2}{3}(\bar{K}_{н\beta} - 1)$ . Полагая, что поле рассеяния перекрывается шестью средними квадратическими отклонениями, получаем выражение для коэффициента вариации

$$\nu_{н\beta} = \frac{1}{9} \frac{\bar{K}_{н\beta} - 1}{\bar{K}_{н\beta}}. \quad (14.6)$$

Случайный характер коэффициента  $K_{н\nu}$ , учитывающего динамическую нагрузку, определяется случайностью двух величин: разности шагов зацепления  $\Delta_a$  и коэффициентом  $\phi$ , который, в частности, учитывает снижение динамической нагрузки вследствие кратковременности ее действия и приработки. Связь между  $K_{н\nu}$  и случайными величинами  $\Delta_a$  и  $\phi$ , в соответствии с формулой для динамической нагрузки при ударе зубьев, выражается зависимостью

$$K_{н\nu} = 1 + cX, \quad (14.7)$$

где  $X$  представляет собой произведение  $\phi\sqrt{\Delta_a}$ ,  $\phi$  — коэффициент, учитывающий приработку и специфику влияния динамической

нагрузки на выносливость;  $c$  — коэффициент, пропорциональный окружной скорости, приведенной массе и обратно пропорциональный передаваемой удельной нагрузке.

Коэффициент вариации величины  $K_{HV}$  по аналогии с предыдущими рассуждениями определяется по следующей формуле:

$$\nu_{HV} = \frac{\overline{K_{HV}} - 1}{\overline{K_{HV}}} \nu_x. \quad (14.8)$$

Коэффициент вариации случайной величины  $X$ , рассматриваемой как произведение двух случайных величин  $\varphi$  и  $\sqrt{\Delta a}$ :

$$\nu_x = \sqrt{\nu_\varphi^2 + (0,5\nu_{\Delta a})^2}, \quad (14.9)$$

где  $\nu_\varphi$  — коэффициент вариации величины  $\varphi$ .

Тогда формулу (14.8) можно записать в следующем виде:

$$\nu_{HV} = \frac{\overline{K_{HV}} - 1}{\overline{K_{HV}}} \sqrt{\nu_\varphi^2 + (0,5\nu_{\Delta a})^2}. \quad (14.10)$$

При твердости поверхностей зубьев  $H > \text{HB } 350$  рекомендуется принимать  $\varphi = 0,75 \dots 0,5$ ; при  $H \leq \text{HB } 350$  коэффициент  $\varphi = 0,5 \dots 0,25$ . Полагая, что в заданных пределах значения равновероятны, коэффициент вариации

$$\nu_\varphi = \frac{2(\varphi_{\max} - \varphi_{\min})}{3,5(\varphi_{\max} + \varphi_{\min})}. \quad (14.11)$$

При твердости поверхностей зубьев  $H > \text{HB } 350$   $\nu_\varphi = 0,114$  и  $\nu_{HV} \approx 0,17 \frac{\overline{K_{HV}} - 1}{\overline{K_{HV}}}$ , а при твердости  $H \leq \text{HB } 350$   $\nu_\varphi = 0,19$  и  $\nu_{HV} \approx 0,23 \frac{\overline{K_{HV}} - 1}{\overline{K_{HV}}}$ . Допустимо также коэффициент  $\varphi$  принимать детерминированной величиной.

Среднее значение коэффициента  $\overline{K_{HV}}$  вычисляют по ГОСТ 21354—75, но для зубьев с твердостью  $H \leq \text{HB } 350$  динамическую надбавку следует увеличивать на 30 %. Это объясняется тем, что в ГОСТе динамическая надбавка вычисляется при малых значениях коэффициента  $\varphi$ . Для зубьев с твердостью  $H > \text{HB } 350$  ошибки взаимно компенсируются и поправку вводить не следует.

Коэффициент  $K_{H\alpha}$ , учитывающий участие в передаче нагрузки второй пары зубьев, объединяет два коэффициента по ГОСТ 21354—75: коэффициент  $Z_\epsilon = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha)/3}$ , учитывающий теоретическую суммарную длину контактных линий, и собственно коэффициент  $K_{H\alpha}$ , вносящий поправку на неравномерность распре-

ления нагрузки между зубьями. По существу, эти коэффициенты корректируют одно и то же явление совместной работы двух пар зубьев, но в разных фазах зацепления.

Введение в расчеты объединяющего коэффициента  $K_{\text{н}\alpha\text{max}}$  упрощает расчеты и уменьшает вероятность ошибок при учете многопарного зацепления.

Максимальное значение  $K_{\text{н}\alpha\text{max}}$  равно единице и соответствует наиболее неблагоприятному случаю — работе только одной пары зубьев, т.е. зацеплению, в котором эффективный коэффициент торцевого перекрытия равен единице. Минимальное значение коэффициента  $K_{\text{н}\alpha\text{max}}$  соответствует работе точных зубчатых передач, когда эффективный коэффициент торцевого перекрытия равен или лишь немного больше расчетного  $\varepsilon_\alpha$ .

Для прямозубых передач

$$K_{\text{н}\alpha\text{min}} = \frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}; \quad (14.12)$$

для косозубых передач

$$K_{\text{н}\alpha\text{min}} = 1/\varepsilon_\alpha. \quad (14.13)$$

Среднее значение коэффициента  $\bar{K}_{\text{н}\alpha}$  для прямозубых колес в упрощенных расчетах выбирают по табл. 14.1 в зависимости от степени точности изготовления.

Среднее значение коэффициента  $\bar{K}_{\text{н}\alpha}$  для точных косозубых колес принимают равным  $1/\varepsilon_\alpha$ . Для косозубых колес 6, 7, 8 и 9-й степеней точности по ГОСТ 1643—81 величину  $\bar{K}_{\text{н}\alpha}$  вычисляют по зависимости, основанной на графических рекомендациях ГОСТ 21354—75 для  $Z_\varepsilon$ ,  $K_{\text{н}\alpha}$ :

$$\bar{K}_{\text{н}\alpha} = \frac{1}{\varepsilon_\alpha} [(0,942 - 0,002V) + (0,058 + 0,005V)1,4^{n-6}],$$

где  $V$  — окружная скорость, с ростом которой приработка зубьев ухудшается и значения  $K_{\text{н}\alpha}$  возрастают;  $n$  — степень точности.

Коэффициент  $\nu_{\text{н}\alpha}$  вариации коэффициента  $K_{\text{н}\alpha}$  для прямозубых и косозубых колес может быть выражен общей формулой:

$$K_{\text{н}\alpha} = a_{\text{н}\alpha} + b_{\text{н}\alpha}\Delta_\alpha, \quad (14.14)$$

где  $a_{\text{н}\alpha}$  — предельная величина, зависящая от коэффициента перекрытия;  $b_{\text{н}\alpha}$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от передаваемой удельной нагрузки, жесткости, приработки зубьев, коэффициента перекрытия;  $\Delta_\alpha$  — разность шагов зацепления, рассматриваемая как величина случайная. Тогда

Таблица 14.1

Твердость шестерни и колеса	Степень точности по ГОСТ 1643—81				
	5	6	7	8	9
$H_1 > \text{HB } 350$ и $H_2 > \text{HB } 350$	$\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}$	0,8	0,9	1	1
$H_1 \leq \text{HB } 350$ и $H_2 \leq \text{HB } 350$	$\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}$	$\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}$	0,8	0,9	1

$$\nu_{\text{H}\alpha} = \frac{(\overline{K}_{\text{H}\alpha} - a_{\text{H}\alpha})}{\overline{K}_{\text{H}\alpha}} \nu_{\Delta a}. \quad (14.15)$$

Если значения  $K_{\text{H}\alpha}$ , определенные по рекомендуемой зависимости, получаются больше единицы, то принимают  $K_{\text{H}\alpha} = 1$ , если меньше  $K_{\text{H}\alpha \min}$ , то  $K_{\text{H}\alpha} = K_{\text{H}\alpha \min}$ . В соответствии с этими ограничениями полагают, что при средних значениях (математических ожиданиях)  $\overline{K}_{\text{H}\alpha}$ , больших единицы, или меньших  $K_{\text{H}\alpha \min}$ , рассеянием коэффициента  $K_{\text{H}\alpha}$  можно пренебречь, т. е. принять значение коэффициента вариации  $\nu_{\text{H}\alpha}$  коэффициента  $K_{\text{H}\alpha}$  равным нулю. Для значений  $K_{\text{H}\alpha}$ , достаточно далеких от предельных, коэффициент вариации  $\nu_{\text{H}\alpha}$  определяют по формуле (14.15), принимая  $a_{\text{H}\alpha} = 0,55$ , а коэффициент вариации  $\nu_{\Delta a} = 0,25$ .

В практических расчетах на надежность коэффициент вариации  $\nu_{\text{H}\alpha}$  рекомендуется выбирать в зависимости от среднего значения  $\overline{K}_{\text{H}\alpha}$ :

$\overline{K}_{\text{H}\alpha}$ .....	1...0,95	0,95...0,9	0,9...0,85	0,85...0,8	$\leq 0,8$
$\nu_{\text{H}\alpha}$ .....	0	0,05	0,08	0,05	0

В качестве предельной величины расчетного параметра принимают предел контактной выносливости зубчатых колес  $\sigma_{\text{Hlim}}$ .

Среднее значение напряжения  $\bar{\sigma}_{\text{Hlim}}$  определяют по зависимости

$$\bar{\sigma}_{\text{Hlim}} = \bar{\sigma}_{\text{Hlim}}^0 K_{\text{H}L} \prod_{i=1}^m K_i, \quad (14.16)$$

где  $\bar{\sigma}_{\text{Hlim}}^0$  — среднее значение длительного предела выносливости базового образца;  $K_{\text{H}L}$  — коэффициент долговечности;  $\prod_{i=1}^m K_i$  — произведение  $m$  коэффициентов, учитывающих влияние смазки, раз-

меров зубчатого колеса, шероховатости сопряженных поверхностей зубьев, окружную скорость.

Значения коэффициентов  $K_{HL}$  и  $K_f$  определяют по рекомендации ГОСТ 21354—75. Если отсутствуют надежные экспериментальные данные по выбору среднего значения  $\bar{\sigma}_{Hlim}^0$ , то можно воспользоваться обычными эмпирическими зависимостями, вводя в них коэффициент  $k_p$ , учитывающий, какой вероятности неразрушения соответствует определяемый предел выносливости. Для широко используемой линейной зависимости предела выносливости от твердости получаем

$$\bar{\sigma}_{Hlim}^0 = k_p(a\bar{H} + b), \quad (14.17)$$

где  $k_p = \frac{1}{1 + u_p \nu_{Hlim}^0}$ ;  $a, b$  — постоянные, значения которых выбирают по рекомендациям, например, для нормализованных и улучшенных сталей  $a = 2$  и  $b = 70$  (ГОСТ 21354—75);  $\bar{H}$  — средняя твердость поверхности зубьев;  $u_p$  — квантиль нормированного нормального распределения, зависящий от вероятности неразрушения определяемого предела выносливости;  $\bar{\nu}_{Hlim}^0$  — коэффициент вариации длительного предела выносливости базового образца.

Если в основе рекомендаций по определению предела выносливости заложены результаты усталостных испытаний по широко распространенному в настоящее время методу «лестницы», то вероятность неразрушения равна 0,5 и, следовательно, в формуле для  $k_p$  подставляют квантиль  $u_p = 0$ . Для более ранних методик характерно превышение определяемого предела выносливости его медианного (50%-го) значения; вероятность неразрушения приближенно оценивают равной 0,8...0,9, что соответствует квантили  $u_p = -(0,84...1,28)$ . В зарубежных методиках вероятность неразрушения принимают равной 0,9 или 0,99, что соответствует значению квантиля  $-1,28$  или  $-2,32$ .

Значение коэффициента вариации длительного предела выносливости образца  $\bar{\nu}_{Hlim}^0 = 0,08...0,10$  (для зубьев без термической обработки их поверхности) и  $\bar{\nu}_{Hlim}^0 = 0,10...0,12$  (для поверхности упрочненных зубьев).

Среднее значение твердости принимают равным половине суммы верхнего  $H_{max}$  и нижнего  $H_{min}$  значений поля допуска, т.е.  $\bar{H} = 0,5(H_{max} + H_{min})$ .

Коэффициент вариации предела выносливости принимаем несколько больше, чем для базового образца:

$$\nu_{Hlim} = \sqrt{(\nu_{Hlim}^0)^2 + 0,05^2}. \quad (14.18)$$

Рекомендация носит скорее методический характер и учитывает долю рассеяния, вносимую разбросом твердости и неучтенными коэффициентами  $K_{HL}, K_1, K_2, \dots, K_m$ .

Числовые характеристики предела контактной выносливости определяют для шестерни и колеса. Расчет ведут по наименее прочной поверхности. В случае значительной разницы в твердостях шестерни и колеса расчет ведут по колесу, но среднее значение  $\bar{\sigma}_{H \lim}^0$  предела выносливости колеса увеличивают в  $Z_\omega$  раз. Величину  $Z_\omega$  определяют по эмпирической зависимости:

$$Z_\omega = 1,2 - (\bar{H}_2 - 130)/170,$$

где  $\bar{H}_2$  — средняя твердость колеса; при  $\bar{H}_2 \geq \text{HB } 400$   $Z_\omega = 1$ .

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости  $p_H$  определяют по табл. 1.1 в зависимости от величины квантиля

$$u_p = - \frac{\bar{n}_H - 1}{\sqrt{\bar{n}_H^2 v_{H \lim}^2 + v_{\sigma H}^2}},$$

где  $\bar{n}_H$  — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям,

$$\bar{n}_H = \bar{\sigma}_{H \lim} / \bar{\sigma}_H.$$

**Пример 14.1.** Для цилиндрической прямозубой передачи рассчитать вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости. Среднее значение контактных напряжений  $\bar{\sigma}_H = 600$  МПа, среднее значение частных коэффициентов  $\bar{K}_{вн} = 1$ ,  $\bar{K}_{H\beta} = 1,15$ ,  $\bar{K}_{H\nu} = 1,2$ ,  $\bar{K}_{H\alpha} = 0,8$ ; коэффициент вариации коэффициента внешней нагрузки  $v_A = 0,1$ . Колеса выполнены из улучшенных сталей; среднее значение предела выносливости  $\bar{\sigma}_{H \lim} = 780$  МПа.

**Решение.** Определим коэффициенты вариации частных коэффициентов нагрузки:

$$v_{H\beta} = \frac{1}{9} \frac{\bar{K}_{H\beta} - 1}{\bar{K}_{H\beta}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1,15 - 1}{1,15} = 0,014;$$

$$v_{H\nu} = 0,17 \frac{\bar{K}_{H\nu} - 1}{\bar{K}_{H\nu}} = 0,17 \frac{1,2 - 1}{1,2} = 0,028.$$

Коэффициент вариации коэффициента нагрузки

$$v_{H\Sigma} = \sqrt{v_A^2 + v_{H\beta}^2 + v_{H\nu}^2 + v_{H\alpha}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,014^2 + 0,028^2 + 0,05^2} = 0,116.$$

Коэффициент вариации контактного напряжения

$$\nu_{\text{сн}} = 0,5\nu_{\text{нс}} = 0,5 \cdot 0,116 = 0,058.$$

Принимая коэффициент вариации базового образца  $\nu_{\text{н lim}}^0 = 0,09$ , определяем коэффициент вариации зубчатого колеса

$$\nu_{\text{н lim}} = \sqrt{(\nu_{\text{н lim}}^0)^2 + 0,05^2} = \sqrt{0,09^2 + 0,05^2} = 0,103.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_{\text{н}} = \frac{\sigma_{\text{н lim}}}{\sigma_{\text{н}}} = \frac{780}{600} = 1,3.$$

Квантиль нормального распределения

$$u_p = -\frac{\bar{n}_{\text{н}} - 1}{\sqrt{\bar{n}_{\text{н}}^2 \nu_{\text{н lim}}^2 + \nu_{\text{сн}}^2}} = -\frac{1,3 - 1}{\sqrt{1,2^2 \cdot 0,103^2 + 0,058^2}} = -2,197.$$

По табл. 14.1 в зависимости от значения  $u_p$  определяем вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости  $p_{\text{н}} = 0,986$ .

#### 14.1.2. Расчет на сопротивление усталости при изгибе

В качестве расчетного параметра принимают напряжение на переходной поверхности зуба  $\sigma_F$ , МПа, определяемое по формуле

$$\sigma_F = \frac{2 \cdot 10^3 T_{1F}^* K_{F\Sigma}}{b_{\omega} d_1 m} Y_F Y_{\beta}, \quad (14.19)$$

где  $T_{1F}^*$  — номинальный крутящий момент на шестерне, Н·м;  $K_{F\Sigma}$  — коэффициент нагрузки;  $b_{\omega}$  — ширина венца, мм;  $d_1$  — делительный диаметр шестерни, мм;  $m$  — модуль в нормальном сечении зуба, мм;  $Y_F$  — коэффициент, учитывающий форму зуба;  $Y_{\beta}$  — коэффициент, учитывающий наклон зуба.

Напряжение изгиба  $\sigma_F$  рассматривают как случайную величину, которая является функцией другой случайной величины — коэффициента нагрузки  $K_{F\Sigma}$ . Остальные параметры в формуле можно считать детерминированными.

Коэффициент нагрузки как при расчете на сопротивление контактной усталости  $K_{\text{нс}}$ , так и в настоящем расчете  $K_{F\Sigma}$  учитывает одни и те же физические явления. Поэтому структура коэффициента нагрузки  $K_{F\Sigma}$  аналогичная:

$$K_{F\Sigma} = K_{\text{в.н}} K_{F\beta} K_{FV} K_{F\alpha}.$$

Наименования коэффициентов остаются прежними. Наличие буквы  $F$  в индексации коэффициента указывает на его принадлежность к расчетам на изгиб.

Между коэффициентами нагрузки  $K_{н\Sigma}$  и  $K_{F\Sigma}$  существует определенная связь, близкая к прямо пропорциональной. Поэтому их коэффициенты вариации также близки между собой и в расчетах можно принимать коэффициент вариации коэффициента нагрузки  $K_{F\Sigma}$  равным коэффициенту вариации коэффициента нагрузки  $K_{н\Sigma}$ , т. е.  $\nu_{F\Sigma} = \nu_{н\Sigma}$ .

Среднее значение коэффициента нагрузки  $\bar{K}_{F\Sigma}$  равно произведению средних значений четырех указанных выше коэффициентов, т. е.  $\bar{K}_{F\Sigma} = \bar{K}_{в.н} \bar{K}_{F\beta} \bar{K}_{FV} \bar{K}_{F\alpha}$ .

Среднее значение коэффициента, учитывающего распределение нагрузки по ширине венца,

$$\bar{K}_{F\beta} = 1 + (\bar{K}_{F\beta}^0 - 1)K_{FW}, \quad (14.20)$$

где  $\bar{K}_{F\beta}^0$  — значение коэффициента  $\bar{K}_{F\beta}$  в начальный период работы, т. е. без учета приработки зубьев;  $K_{FW}$  — коэффициент, учитывающий приработку зубьев.

Коэффициент  $K_{F\beta}^0$  выбирают в зависимости от соответствующего значения  $\bar{K}_{н\beta}^0$  и относительной ширины венца  $\psi_m = b_\omega/m$ . Графические зависимости, связывающие коэффициенты  $K_{F\beta}^0$  и  $K_{н\beta}^0$ , а также рекомендации по выбору коэффициента  $K_{FW}$  имеются в справочниках.

Среднее значение коэффициента, учитывающего распределение нагрузки между зубьями, для прямозубых передач определяют по формуле

$$\bar{K}_{F\alpha} = 0,42 + 0,58 \frac{\bar{\Delta}_a}{F_{Fm}}, \quad (14.21)$$

где  $F_{Fm}$  — приведенная окружная сила, равная окружной силе  $F_{Ft}^*$  при номинальном режиме, умноженной на средние значения коэффициентов  $\bar{K}_{FV}$ ,  $\bar{K}_{F\beta}$ ,  $\bar{K}_{в.н}$ . Для косозубых передач среднее значение коэффициента

$$\bar{K}_{F\alpha} = \frac{4 + (\epsilon_\alpha - 1)(n - 5)}{4\epsilon_\alpha}, \quad (14.22)$$

где  $n$  — степень точности передачи по ГОСТ 1643—81.

Если значения  $\bar{K}_{F\alpha}$ , определенные по приведенным ранее формулам, получаются больше единицы, то принимают  $\bar{K}_{F\alpha} = 1$ , что соответствует приложению нагрузки в вершине зуба; если  $\bar{K}_{F\alpha}$  меньше  $K_{F\alpha \min}$ , то принимают  $\bar{K}_{F\alpha} = K_{F\alpha \min}$ .



Минимальные значения коэффициента  $K_{F\alpha \min}$  для прямозубых передач равны параметру  $\nu$ , определяемому по ГОСТ 21354—75, и соответствуют приложению нагрузки в верхней точке однопарного зацепления. Для косозубых передач  $K_{F\alpha \min} = 1/\varepsilon_\alpha$ . По рекомендациям ИСО, значения  $K_{F\alpha \min}$  следует выбирать, принимая, что  $K_{F\alpha \min} = 0,25 + 0,75/\varepsilon_\alpha$ .

В качестве предельной величины расчетного параметра принимают предел выносливости зубчатого колеса при изгибе  $\sigma_{F \lim}$ . Среднее значение предела выносливости  $\bar{\sigma}_{F \lim}$  определяют по формуле

$$\bar{\sigma}_{F \lim} = \bar{\sigma}_{F \lim}^0 K_z K_{FL} \prod_{i=1}^m K_i, \quad (14.23)$$

где  $\bar{\sigma}_{F \lim}^0$  — среднее значение предела выносливости зубьев базового образца — обычно зубчатого колеса модулем 3 мм (реже 5 мм);  $K_z$  — коэффициент, вносящий поправку на многоэлементность (многозубость) зубчатого колеса;  $K_{FL}$  — коэффициент долговечности;  $\prod_{i=1}^m K_i$  — произведение корректирующих коэффициентов, учитывающих отличие коэффициентов концентрации и шероховатостей поверхностей выкружек базового и рассчитываемого колеса, масштабный фактор, технологию изготовления, назначаемых на основе накопленных ранее результатов исследований.

В типовых расчетах предел выносливости задают для различных материалов и способов упрочнений в функции твердости или в виде числовых значений. Например, для нормализованных или улучшенных сталей предел выносливости (в мегапаскалях)  $\sigma_{F \lim}^0 = 1,35H + 100$ , где  $H$  — твердость по Бринеллю; для цементованных и нитроцементованных легированных сталей  $\sigma_{F \lim}^0 = 800 \dots 900$  МПа.

Для определения среднего значения  $\bar{\sigma}_{F \lim}^0$  рекомендуемые значения  $\sigma_{F \lim}^0$  следует умножать на коэффициент  $k_p$ , учитывающий вероятность  $P(\sigma_{F \lim}^0)$  предела выносливости. Коэффициент  $k_p$  определяют так же, как и в случае расчета  $\bar{\sigma}_{H \lim}^0$ , только вместо  $\nu_{H \lim}^0$  подставляют значения коэффициента вариации  $\nu_{F \lim}^0$  предела выносливости  $\sigma_{F \lim}^0$ , т.е.  $k_p = 1/(1 + u_p \nu_{F \lim}^0)$ .

Коэффициент вариации предела выносливости зубьев базового образца:

для нормализованных и улучшенных зубчатых колес

$$\nu_{F \lim}^0 = 0,08 \dots 0,1;$$

для зубчатых колес с объемной закалкой ТВЧ

$$\nu_{F \lim}^0 = 0,1 \dots 0,14;$$

для азотированных колес

$$\nu_{F \lim}^0 = 0,1 \dots 0,12.$$

Зубчатое колесо можно рассматривать как последовательную систему, состоящую из  $z$  элементов — зубьев. Разрушение колеса (системы) отождествляем с разрушением наименее прочного зуба — слабого звена. Среднее значение и коэффициент вариации предела выносливости наименее прочного зуба меньше, чем аналогичные характеристики предела выносливости зубьев. Это учитывается введением в расчетные зависимости коэффициентов:  $K_z$  — при определении среднего значения  $\bar{\sigma}_{F \lim}$ ;  $\alpha_z$  — при определении коэффициента вариации  $\nu_{F \lim}$  предела выносливости рассчитываемого колеса.

Коэффициенты  $K_z$  и  $\alpha_z$  определяют по зависимостям распределения крайнего (минимального) члена выборки из нормальной совокупности:

$$K_z = 1 - \mu \nu_{F \lim}^0; \quad \alpha_z = \epsilon / K_z, \quad (14.24)$$

где  $\mu$ ,  $\epsilon$  — параметры, выбираемые в зависимости от объема выборки, т.е. числа зубьев рассчитываемого колеса.

Значения коэффициентов  $K_z$  и  $\alpha_z$  для числа зубьев  $z = 20 \dots 100$  в зависимости от различных значений  $\nu_{F \lim}^0$  (меньшие значения  $K_z$  и  $\alpha_z$  соответствуют большим значениям зубьев):

$\nu_{F \lim}^0$ .....	0,08	0,10	0,12	0,14
$K_z$ .....	0,85 ... 0,80	0,80 ... 0,75	0,77 ... 0,70	0,75 ... 0,65
$\alpha_z$ .....	0,62 ... 0,54	0,65 ... 0,57	0,68 ... 0,60	0,70 ... 0,66

Рекомендации по определению коэффициента  $K_{FL}$  и произведения корректирующих коэффициентов  $\prod K_i$  можно найти в ГОСТ 21534—75.

Среднее значение предела выносливости зубьев  $\bar{\sigma}_{F \lim}^0$  само является случайной величиной вследствие колебаний твердости, радиуса выкружки, межплавочного рассеяния. Таким образом, коэффициент вариации  $\nu_{F \lim}$  предела выносливости зубчатого колеса больше коэффициента вариации предела выносливости базового образца, что отражается вторым слагаемым:

$$\nu_{F \lim} = \sqrt{(\alpha_z \nu_{F \lim}^0)^2 + 0,14^2}, \quad (14.25)$$

где  $\alpha_z$  — параметр, учитывающий многоэлементность зубчатого колеса;  $\nu_{F \lim}^0$  — коэффициент вариации предела выносливости базового колеса, имеющего одинаковое с рассчитываемым колесом число зубьев.

В статистическом аспекте рассеяние предела выносливости зубчатого колеса, оцениваемое коэффициентом вариации  $\nu_{F \lim}$ ,

складывается из рассеяния пределов выносливости внутри зубчатого колеса (первое слагаемое в формуле (14.25)) и между зубчатыми колесами генеральной совокупности (второе слагаемое).

На значение  $\nu_{F\lim}$  влияет также величина относительного градиента напряжений. Чем меньше относительный градиент напряжений, тем больше коэффициент вариации предела выносливости. Базовое колесо, как правило, обладает меньшими по сравнению с рассчитываемым колесом размерами и, следовательно, большими значениями относительного градиента. Таким образом, неучет влияния относительного градиента напряжений на величину  $\nu_{F\lim}$  повышает в запас прочности.

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости при изгибе  $p_F$  определяют по табл. 1.1 в зависимости от квантиля

$$u_p = \frac{\bar{n}_F - 1}{\sqrt{\bar{n}_F^2 \nu_{F\lim}^2 + \nu_{\sigma F}^2}}, \quad (14.26)$$

где  $\bar{n}_F$  — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям,

$$\bar{n}_F = \bar{\sigma}_{F\lim} / \bar{\sigma}_F.$$

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости при необходимости определяют отдельно: для шестерни и для колеса. В дальнейших расчетах принимают меньшее значение.

**Пример 14.2.** Рассчитать вероятность безотказной работы колеса прямозубой цилиндрической передачи по критерию сопротивления усталости при изгибе.

Материал зубчатого колеса — сталь 45; термообработка — улучшение; твердость зуба колеса — HB 300. Коэффициент долговечности  $K_{FL} = 1$  и корректирующие коэффициенты  $K_i = 1$ .

Среднее значение и коэффициент вариации напряжений изгиба в опасном сечении зуба соответственно  $\bar{\sigma}_F = 280$  МПа,  $\nu_{\sigma F} = 0,12$ .

**Решение.** В соответствии с рекомендациями для улучшенных колес принимаем коэффициент вариации предела выносливости базового образца  $\nu_{F\lim}^0 = 0,09$ , а среднее значение  $\bar{\sigma}_{F\lim}^0$ , МПа, вычислим по формуле

$$\bar{\sigma}_{F\lim}^0 = (1,35 \text{ HB} + 100) \frac{1}{1 + u_p \nu_{F\lim}^0} = (1,35 \cdot 300 + 100) \frac{1}{1 + 1,28 \cdot 0,09} = 571.$$

Среднее значение, МПа, и коэффициент вариации предела выносливости рассчитываемого зубчатого колеса:

$$\bar{\sigma}_{F\lim} = \bar{\sigma}_{F\lim}^0 K_z K_{FL} \prod_i K_i = 571 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot 1 = 457;$$

$$\nu_{F \text{ lim}} = \sqrt{(\alpha_z \nu_{F \text{ lim}}^0)^2 + 0,14^2} = \sqrt{(0,6 \cdot 0,9)^2 \cdot 0,14^2} = 0,15,$$

где  $K_z = 0,8$  и  $\alpha_z = 0,6$  — коэффициенты, выбранные в зависимости от значения  $\nu_{F \text{ lim}}^0$ .

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_F = \bar{\sigma}_{F \text{ lim}} / \bar{\sigma}_F = 457/280 = 1,63.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_p = -\frac{\bar{n}_F - 1}{\sqrt{\bar{n}_F^2 \nu_{F \text{ lim}}^2 + \nu_{\sigma F}^2}} = -\frac{1,63 - 1}{\sqrt{1,63^2 \cdot 0,15^2 + 0,12^2}} = 2,31.$$

По квантили  $u_p$  находим вероятность безотказной работы зубчатого колеса  $p_F = 0,9895$ .

## 14.2. Надежность подшипников качения

Применяемые во всем мире расчеты подшипников качения были первыми вероятностными расчетами машиностроительных объектов. Однако они учитывают рассеяние только динамической грузоподъемности подшипников в предположении детерминированности расчетной нагрузки.

Вероятность безотказной работы подшипников отождествляем с вероятностью выполнения условия

$$PL^{1/p} < C, \quad (14.27)$$

где  $P$  — динамическая эквивалентная нагрузка;  $L$  — заданный ресурс;  $p$  — показатель степени,  $p = 3$  для шарикоподшипников и  $p = 10/3$  для роликоподшипников;  $C$  — динамическая грузоподъемность.

В отличие от обычных расчетов рассматриваем  $P$  как случайную величину. 90%-ю динамическую грузоподъемность, значение которой приводят в каталогах и справочниках, обозначим  $C_{90}$ . Среднее значение динамической грузоподъемности в соответствии с ГОСТ 18855—82 принимаем  $\bar{C} = 1,46C_{90}$  для роликоподшипников и  $\bar{C} = 1,52C_{90}$  для шарикоподшипников (обоснование рекомендации приведено далее).

Полагаем, что динамическая эквивалентная нагрузка и динамическая грузоподъемность распределены по нормальному или близкому к нормальному закону. Тогда вероятность безотказной работы определяем по квантилю нормированного нормального распределения

$$u_p = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 \nu_C^2 + \nu_P^2}}, \quad (14.28)$$

где  $\bar{n}$  — коэффициент запаса по средним нагрузкам,  $\bar{n} = \frac{\bar{C}}{P L^{1/p}}$ ,

т.е.  $\bar{n} = \frac{1,52 C_{90}}{P L^{1/3}}$  и  $\bar{n} = \frac{1,46 C_{90}}{P L^{0,3}}$ ;  $\nu_C$  и  $\nu_P$  — коэффициенты вариации

динамической грузоподъемности и динамической эквивалентной нагрузки;  $\bar{C}$  — среднее значение динамической грузоподъемности;  $P$  — среднее значение динамической эквивалентной нагрузки.

Среднее значение динамической эквивалентной нагрузки  $P$  вычисляют по зависимостям, в которые подставляют средние значения радиальной и осевой нагрузок, действующих на подшипник.

Коэффициент вариации динамической эквивалентной нагрузки  $\nu_P$  принимаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки, действующей на подшипник. Рекомендация основана на равенстве коэффициентов вариации случайных величин, связанных между собой линейной зависимостью.

Коэффициент вариации динамической грузоподъемности принимают  $\nu_C = 0,25$  для роликоподшипников и  $\nu_C = 0,27$  для шарикоподшипников.

Основой для рекомендаций по выбору закона и параметров распределения динамической грузоподъемности послужило широко принятое, включая ГОСТ 18855—82 и ИСО, предположение о распределении ресурса подшипников по закону Вейбулла. В соответствии с этим законом связь между вероятностью безотказной работы  $p_L$  и ресурсом  $L$  выражается зависимостью

$$p_L = e^{(L/L_{90})^\alpha \ln 0,9}, \quad (14.29)$$

где  $L_{90}$  — 90%-й ресурс;  $\alpha$  — параметр формы распределения Вейбулла, связанный с рассеянием ресурса (в соответствии с ГОСТ 18855—82  $\alpha = 1,5$ ).

В расчетах подшипников качения отношение  $L/L_{90}$  называют коэффициентом надежности  $a_1$ , который определяют по формуле, вытекающей из выражения (14.29):

$$a_1 = L/L_{90} = (\ln p_L / \ln 0,9)^{1/\alpha}. \quad (14.30)$$

Зависимость коэффициента  $a_1$  от вероятности  $p_L$  при  $\alpha = 1,5$  представлена на логарифмически нормальной вероятностной бумаге (рис. 14.1).

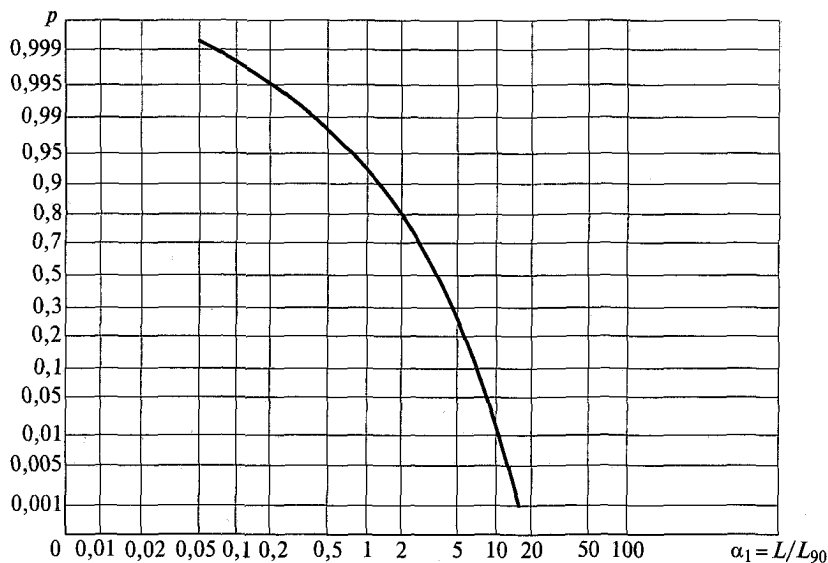


Рис. 14.1. Распределение относительного ресурса  $L/L_{90}$  подшипников качения

Учитывая, что между ресурсом  $L$  и динамической грузоподъемностью  $C$  существует соотношение  $L/L_{90} = (C/C_{90})^p$ , получаем

$$C/C_{90} = (\ln p_L / \ln 0,9)^{1/\alpha p} = a_1^{1/p}. \quad (14.31)$$

Структура формулы (14.31), выражающей зависимость  $C$  от  $p_L$ , указывает, что динамическая грузоподъемность, так же как и ресурс, распределена по закону Вейбулла. Однако для инженерных расчетов распределение динамической грузоподъемности можно аппроксимировать нормальным законом, что резко упрощает вероятностные расчеты.

При аппроксимации среднее значение динамической грузоподъемности  $\bar{C}$  принимаем равным медианному (50%-му) значению  $C_{50}$ , откуда получаем следующее соотношение:

$$\bar{C} = (\ln 0,5 / \ln 0,9)^{1/\alpha p} C_{90} = 6,58^{1/\alpha p} C_{90}. \quad (14.32)$$

Среднее квадратическое отклонение динамической грузоподъемности  $S_C$  определяем через разность 50%-го  $C_{50}$  и 90%-го  $C_{90}$  квантилей. Учитывая, что  $C_{50} = \bar{C}$ , получаем

$$S_C = (\bar{C} - C_{90})/1,28,$$

где постоянная 1,28 — 90%-й квантиль нормированного нормального распределения.

## Коэффициент вариации динамической грузоподъемности

$$\nu_C = S_C / \bar{C} = (1 - C_{90} / \bar{C}) / 1,28. \quad (14.33)$$

Подставляя в формулы (14.32) и (14.33) значения  $\alpha = 1,5$  и  $p = 3$  (для шарикоподшипников) или  $p = 10/3$  (для роликоподшипников), получаем приведенные ранее значения параметров нормального распределения динамической грузоподъемности.

Для оценки точности аппроксимации на нормальной вероятностной бумаге (рис. 14.2) построены распределения динамической грузоподъемности роликоподшипников в предположении закона Вейбулла (кривая 1) и его аппроксимация нормальным законом (кривая 2). Практическое совпадение распределений в области вероятностей 0,10...0,99 свидетельствует о корректности аппроксимации. Аналогичные результаты получены для шарикоподшипников.

Рекомендации ГОСТ 18855—82 и ИСО по выбору для роликоподшипников параметра  $\alpha$  формы распределения ресурса совпадают, т. е.  $\alpha = 1,5$ . Для шарикоподшипников ИСО рекоменду-

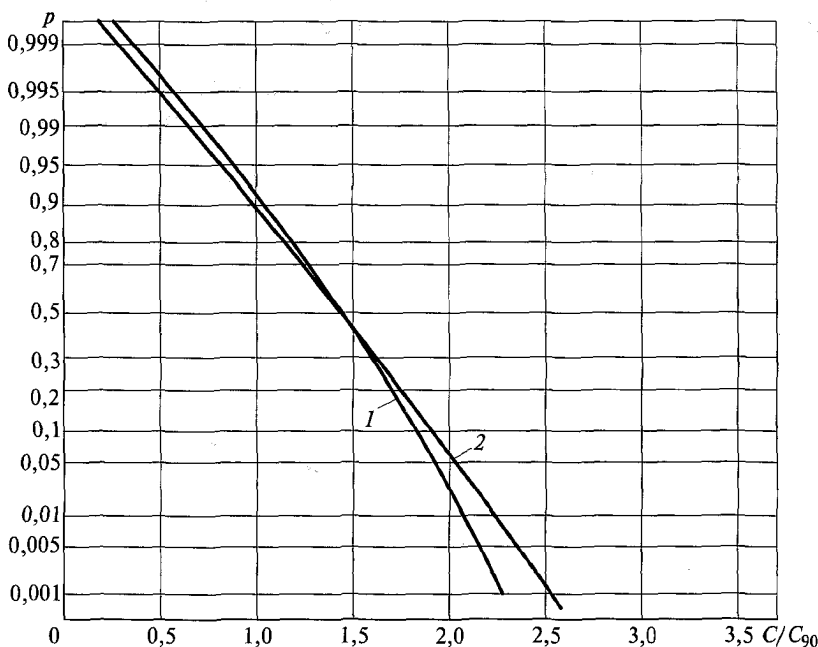


Рис. 14.2. Распределение относительной динамической грузоподъемности  $C/C_{90}$  роликоподшипников (1) и ее аппроксимации нормальным законом (2)

ет принимать  $\alpha = 10/9$ , что соответствует среднему значению динамической грузоподъемности  $\bar{C} = 1,62C_{90}$  и коэффициенту вариации  $\nu_C = 0,3$ .

Уточнение расчетных зависимостей для подшипников качения связано с дифференцированным учетом влияния таких факторов, как требуемая надежность подшипника, материал деталей, режим смазки.

В типовых расчетах это учитывается введением в формулу, определяющую ресурс подшипника, корректирующих коэффициентов:  $\alpha_1$  — коэффициента надежности,  $\alpha_{23}$  — объединенного коэффициента материала и режима смазки (в ИСО рассматривается раздельно коэффициент материала  $\alpha_2$  и коэффициент режима смазки  $\alpha_3$ ).

В предлагаемой форме расчета влияние рассматриваемых факторов учитывается введением в формулу (14.32), определяющую средние значения динамической грузоподъемности, дополнительного множителя  $\alpha_{23}^{1/p}$ .

Следующим возможным направлением уточнения вероятностных расчетов подшипников качения является учет экспериментально установленного факта непостоянства коэффициента вариации ресурса  $\nu_L$ , в частности его увеличения при росте медианного значения ресурса  $L_{50}$ .

В качестве примера на рис. 14.3 приведена зависимость  $\nu_L$  от  $L_{50}$ , полученная по результатам испытаний 63 партий роликоподшипников (в партии 20 подшипников).

В предположении описания ресурса законом Вейбулла учет непостоянства коэффициента вариации ресурса  $\nu_L$  приведет к

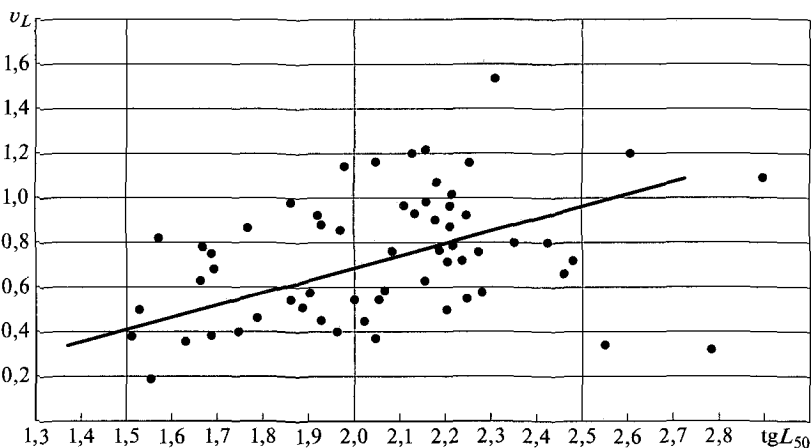


Рис. 14.3. Зависимость коэффициента вариации ресурса роликоподшипников от его медианного ресурса



пересмотру рекомендаций по выбору значения параметра формы  $\alpha$ , так как между  $\nu_L$  и  $\alpha$  существует функциональная зависимость. Следует ожидать, что с ростом медианного значения ресурса, например вследствие улучшения технологии изготовления подшипников, уменьшится значение коэффициента формы  $\alpha$ .

**Пример 14.3.** Определить вероятность безотказной работы роликоподшипника 2207, нагруженного случайной радиальной силой, коэффициент вариации которой  $\nu_F = 0,12$ . Частота вращения внутреннего кольца подшипника  $n = 300 \text{ мин}^{-1}$ , требуемый ресурс  $L_h = 3\,500 \text{ ч}$ , среднее значение эквивалентной нагрузки  $\bar{P} = 4\,500 \text{ Н}$ .

**Решение.** По каталогу-справочнику определяем 90%-ю динамическую грузоподъемность  $C_{90} = 25\,600 \text{ Н}$ .

Вычисляем заданный ресурс в миллионах оборотов

$$L = 60nL_h \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 300 \cdot 3\,500 \cdot 10^{-6} = 63.$$

Среднее значение динамической грузоподъемности, Н:

$$\bar{C} = 1,46C_{90} = 1,46 \cdot 25\,600 = 37\,400.$$

Коэффициент запаса по средним значениям  $\bar{C}$  и  $\bar{P}$  будет равен:

$$\bar{n} = \bar{C}/\bar{P}L^{1/3} = 37\,400/4\,500 \cdot 63^{3/10} = 2,40.$$

Коэффициент вариации эквивалентной динамической нагрузки принимаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки  $\nu_p = \nu_F = 0,12$ .

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_p = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 \nu_C^2 + \nu_P^2}} = -\frac{2,4 - 1}{\sqrt{2,4^2 \cdot 0,25^2 + 0,12^2}} = -2,288.$$

По таблицам нормального распределения в зависимости от полученного значения квантили  $u_p$  находим, что вероятность безотказной работы рассчитываемого подшипника  $p_L = 0,989$ .

### 14.3. Надежность подшипников скольжения

Подшипники скольжения выходят из строя из-за недостаточной несущей способности масляного слоя (толщина слоя меньше предельной в данных условиях), из-за повышенных перекосов, недостатка смазки и пр. Рассмотрим надежность по критерию толщины масляного слоя.

Под несущей способностью подшипника понимают нагрузку, при которой минимальная толщина масляного слоя достигает предельного значения  $h_{\text{lim}}$ , еще обеспечивающего работоспособность. Предельная толщина масляного слоя равна сумме высот

микронеровностей плюс для несоустанавливающихся подшипников смещение сечений вала на торцах подшипника вследствие перекоса.

При малых скоростях скольжения предельная толщина масляного слоя меньше, чем при больших. Так, по опыту станкостроения для шпиндельных подшипников без учета перекоса или с малым перекосом при  $V = 0,5$  м/с  $h_{\text{lim}} = 8$  мкм, при  $V = 0,2$  м/с  $h_{\text{lim}} = 6$  мкм, при совсем малой скорости  $h_{\text{lim}} = 3$  мкм.

Несущая способность  $F$ , Н, определяется диаметром  $d$ , мм, и длиной  $l$ , мм, подшипника, частотой вращения вала  $n$ , мин<sup>-1</sup>, динамической вязкостью масла  $\eta$ , Па·с, диаметральной зазором  $\Delta$ , мкм:

$$F = 0,107 C_R n l d^3 \eta \frac{1}{\Delta^2}, \quad (14.34)$$

где  $C_R$  — коэффициент нагруженности, характеризующий нагрузку и гидродинамический режим работы подшипника. Приближенно считают

$$C_R = \frac{m}{1 - \chi} - m, \quad (14.35)$$

где  $\chi$  — относительный эксцентриситет;  $m$  — коэффициент, следующим образом зависящий от отношения  $l/d$ :

$l/d$ .....	0,7	1	1,2
$m$ .....	0,6	0,85	1

В свою очередь,  $\chi$  связан с  $\Delta$  и минимальной толщиной масляного слоя  $h_{\text{lim}}$  зависимостью

$$h_{\text{min}} = \frac{\Delta}{2} (1 - \chi).$$

Отсюда, принимая  $h_{\text{min}} = h_{\text{lim}}$ , имеем

$$\chi = \frac{\Delta - 2h_{\text{lim}}}{\Delta}. \quad (14.36)$$

Подставляя значения (14.35), (14.36) в формулу (14.34), получаем

$$F = 0,107 n l d^3 m \frac{\eta}{\Delta^2} \left( \frac{\Delta}{2h_{\text{lim}}} - 1 \right). \quad (14.37)$$

Значение  $F$  является функцией случайных аргументов  $\Delta$  и  $\eta$ :

$$\Delta = \Delta_0 - 2a\Delta t(\alpha - \alpha_0) \cdot 10^3; \quad (14.38)$$

$$\eta = \eta_0 (t_3/t)^{m_1}, \quad (14.39)$$

где  $\Delta_0$ ,  $\eta_0$  — значения параметров  $\Delta$  и  $\eta$  при окружающей температуре  $t_0$ ;  $2a$  — двойная толщина стенки вкладыша подшипника, мм;  $\Delta t$  — избыточная температура,  $\Delta t = t - t_0$ ;  $t$  — температура подшипника;  $\alpha$ ,  $\alpha_0$  — коэффициенты линейного расширения материалов вкладыша и корпуса;  $m_1$  — показатель степени (обычно  $m_1 = 2,6 \dots 3,0$ ).

Температурное изменение зазора, мкм, учитываем как следствие разности коэффициентов линейного расширения материалов вкладыша (или заливки) и корпуса.

Обозначим среднее значение несущей способности через  $\bar{F}$ , ее среднее квадратическое отклонение  $S_F$ , действующую на подшипник радиальную нагрузку  $F_r$ . Тогда квантиль нормального распределения  $u_p$ , определяющая вероятность безотказной работы подшипника, будет связана с этими параметрами следующим выражением:

$$\bar{F} - F_r + u_p S_F = 0. \quad (14.40)$$

Значение  $\bar{F}$  вычисляем по формуле (14.37), подставляя в нее средние значения диаметрального зазора  $\Delta$  и вязкости масла  $\bar{\eta}$ . Значение  $S_F$  может быть оценено квадратическим суммированием средних квадратических отклонений значения  $F$ , вызванных рассеянием  $\Delta$  и  $\eta$ :

$$S_F \approx \frac{1}{6} \sqrt{[(F)'_{\Delta} \delta_{\Delta}]^2 + [(F)'_{\eta} \delta_{\eta}]^2}, \quad (14.41)$$

где  $(F)'_{\Delta}$ ,  $(F)'_{\eta}$  — частные производные функции  $F$  по  $\Delta$  и  $\eta$ , вычисленные при средних значениях параметров;  $\delta_{\Delta}$ ,  $\delta_{\eta}$  — допуски на параметры  $\Delta$  и  $\eta$ . В формуле принято, что средние квадратические отклонения зазора и вязкости составляют  $1/6$  полей допусков на эти параметры.

Допуск на диаметральный зазор  $\delta_{\Delta}$  определяется допусками на диаметр вкладыша  $\delta_v$  цапфы  $\delta_{ц}$  и допусками на их цилиндричность. Обычно допускаемое отклонение от цилиндричности для подшипников скольжения (в диаметральной выражении) ограничивают значением (0,16...0,25) поля допуска на диаметр. Отсюда

$$\delta_{\Delta} \approx 1,1 \sqrt{\delta_v^2 + \delta_{ц}^2}. \quad (14.42)$$

Допуск на динамическую вязкость масла оценивают по справочным данным с учетом поправки на температуру

$$\delta_{\eta} = \delta_{\eta 0} (t_0/t)^{m_1}, \quad (14.43)$$

где  $\delta_{\eta 0}$  — допуск на динамическую вязкость при температуре  $t_0$ .

Выражения для частных производных  $(F)'_{\Delta}$ ,  $(F)'_{\eta}$  различны в случае постоянства температуры подшипника, которая обеспечивается автоматически или человеком, и в случае переменности температуры, являющейся функцией режима, зазора, вязкости масла и т.д.

В случае постоянства температуры подшипника  $\Delta$ ,  $\eta$ ,  $\delta_{\eta}$  приводим к принятому значению температуры  $t$ , после чего влияние температуры можно полагать исключенным и частные производные можно находить, дифференцируя выражение (14.37):

$$F'_{\Delta} = 0,107nld^3m\bar{\eta} \left[ \frac{2}{\bar{\Delta}^3} - \frac{1}{2\bar{\Delta}^2 h_{\text{lim}}} \right]; \quad (14.44)$$

$$F' = 0,107nld^3 \frac{m}{\bar{\Delta}^2} \left( \frac{\bar{\Delta}}{2h_{\text{lim}}} - 1 \right), \quad (14.45)$$

где  $\bar{\Delta}$ ,  $\bar{\eta}$  — средние значения параметров  $\Delta$  и  $\eta$ , в свою очередь, зависят от случайного значения температуры.

Для случая переменной температуры подшипника необходимо сначала получить выражение для оценки температуры подшипника. Принимаем, что избыточная температура подшипника  $\Delta t$  пропорциональна теплообразованию, которое пропорционально вязкости и обратно пропорционально зазору:

$$\Delta t = C_0 \frac{\eta}{\Delta}, \quad (14.46)$$

где  $C_0$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от параметров подшипника и вида теплоотвода,  $\text{мкм} \cdot ^\circ\text{C}/(\text{Па} \cdot \text{с})$ .

Типичным является теплоотвод в корпус и вал; при этом можно приближенно принимать теплоотвод пропорциональным свободной поверхности подшипникового узла, коэффициенту теплоотдачи и избыточной температуре:

$$C_{0k} = 0,273 \cdot 10^{-8} \frac{ld^3 n^2}{kA_0} C_M. \quad (14.47)$$

При циркуляционной смазке происходит дополнительный теплоотвод в масло. При этом

$$C_{0M} = 0,273 \cdot 10^{-5} \frac{ld^2 n^2}{CV\rho} C_M. \quad (14.48)$$

В общем случае при наличии общих теплопроводов

$$C_0 = C_{0k} + C_{0M}, \quad (14.49)$$

где  $k$  — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $A_0$  — свободная поверхность корпуса подшипникового узла, м<sup>2</sup>;  $C_M$  — коэффициент сопротивления вращению, зависящий от  $l/d$  и  $\chi$ ;  $C$  — теплоемкость масла, Дж/(кг·°C);  $V$  — объем масла, прокачиваемого через подшипник, л/с;  $\rho$  — плотность масла, кг/м<sup>3</sup>.

Зная  $\Delta t$ , находим температуру подшипника  $t$ . Затем линеаризуем, преобразуем выражения (14.37), (14.38), (14.39) и (14.46) и отбрасываем в них слагаемые, мало влияющие на результат:

$$(F)'_{\Delta} \approx - \frac{0,107 n l d^3 m \bar{\eta}}{2 h_{\text{им}} \left( \bar{\Delta} + m_1 \bar{\eta} \frac{C_0}{t} \right)^2} \left( \frac{m_1 \bar{\eta} C_0}{t \Delta} + 1 \right), \quad (14.50)$$

где  $\bar{t}$  — среднее значение температуры подшипника.

Температуру  $\bar{t}$  можно находить методом проб и ошибок (достаточно, как правило, трех попыток) по зависимости, вытекающей из выражения (14.46):

$$\bar{t} = t_0 + C_0 \frac{\bar{\eta}_0 \left( \frac{t_0}{t_0 + \bar{\Delta} t} \right)^{m_1}}{\bar{\Delta}_0 - 2 a \bar{\Delta} t (\alpha - \alpha_0) \cdot 10^3}, \quad (14.51)$$

где  $\bar{\Delta}_0$ ,  $\bar{\eta}_0$  — средние значения зазора и вязкости, соответствующие средней температуре подшипника.

Оценку  $S_F$  производим также по выражению (14.31), но значения  $\delta_{\Delta}$  и  $\delta_{\eta}$  вычисляем для среднего значения температуры подшипника.

Известно, что линеаризация тем короче, чем меньше отличие функции от линейной и меньше диапазоны рассеяния случайных аргументов. В рассматриваемом случае (см. рис. 14.2) диапазон рассеяния зазора соизмерим с его средним значением, что обусловливает некоторую погрешность расчета. Однако функция  $F = f(\Delta)$  убывающая вогнутая, поэтому погрешность направлена в сторону занижения несущей способности, что увеличивает запас надежности. Это позволяет при выполнении приближенных расчетов не вводить в формулы поправочные коэффициенты.

**Пример 14.4.** Оценить вероятность безотказной работы  $p$  подшипника, если известно:  $F_r = 20\,000$  Н,  $n = 1\,000$  мин<sup>-1</sup>,  $d = 80$  мм,  $l = 56$  мм,

$2a = 5$  мм,  $\alpha = 20 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ ,  $\alpha_0 = 12 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ , посадка цапфы во вкладыш Н7/е8, шероховатость поверхности цапфы  $R_{z_1} = 0,8$  мкм, вкладыша  $R_{z_2} = 3,2$  мкм, динамическая вязкость масла при температуре 50 °С характеризуется средним  $\bar{\eta} = 0,04$  Па·с и допуском  $\delta_{\eta} = 0,013$  Па·с. Температура подшипника поддерживается равной 50 °С.

*Решение.* Данной посадке соответствует среднее значение измеренного зазора 98 мкм. Расчетный зазор больше измеренного на величину  $1,2(R_{z_1} + R_{z_2})$ . Поэтому среднее значение расчетного зазора составляет  $\bar{\Delta}_0 = 103$  мкм при 20 °С и  $\bar{\Delta} = 101$  мкм при 50 °С.

Скорость цапфы составляет 4,2 м/с, поэтому принимаем  $h_{\text{lim}} = 8$  мкм. По формуле (14.36) для значения  $\Delta$  получаем  $\chi = 0,843$ . По этому значению и  $l/d = 56/80 = 0,7$  находим  $C_R = 3,12$ , отсюда по формуле (14.34)  $F = 36\,800$  Н.

Допуск для размера  $\varnothing 80$  Н7 составляет  $\delta_B = 30$  мкм, а для размера  $\varnothing 80$  е8  $\delta_{\text{ц}} = 46$  мкм. Отсюда  $\delta_{\Delta} = 57$  мкм. Допуск для вязкости  $\delta_{\eta} = 0,013$  Па·с.

Принимая  $m = 0,6$ , по формулам (14.44) и (14.45) находим  $(F)'_{\Delta} = -309$ ,  $(F)'_{\eta} = 951\,000$ . Подставляя значения в формулу (14.41), получаем  $S_F = 3,617$  Н. Отсюда по формуле (14.40)  $u_p = -4,64$ , что соответствует  $p > 0,999$ .

## Контрольные вопросы

1. Какие нагрузки возникают при работе зубчатых передач и как они влияют на их надежность? 2. Какова последовательность проведения расчета вероятности безотказной работы зубчатых передач по критерию сопротивления контактной усталости? 3. Как ведется расчет выносливости зубчатых передач на сопротивление усталости при изгибе? 4. Чем отличаются динамическая эквивалентная нагрузка и динамическая грузоподъемность подшипников качения? 5. Что означает ресурс подшипника качения и какие факторы влияют на его значение? 6. Что понимается под несущей способностью подшипников скольжения? 7. Какие факторы влияют на несущую способность подшипников скольжения? 8. Как оценивается вероятность безотказной работы подшипников скольжения?

## Список литературы

1. *Дальский А. М.* Технологическое обеспечение надежности высоко-точных деталей машин / А. М. Дальский. — М. : Машиностроение, 1975.
2. Диагностика и надежность автоматизированных систем / Б. М. Бржозовский, А. А. Игнатьев, В. В. Мартынов, А. Г. Схиртладзе. — Старый Оскол : ТНТ, 2006.
3. *Дианов В. Н.* Диагностика и надежность автоматических систем / В. Н. Дианов. — М. : Изд-во МГИУ, 2005.
4. *Дружинин С. В.* Надежность автоматизированных систем / С. В. Дружинин. — М. : Энергия, 1977.
5. *Еремин Р. П.* Надежность электрических машин / Р. П. Еремин, И. Г. Жерихин. — М. : Энергия, 1976.
6. *Митрейкин Н. А.* Надежность и испытания радиодеталей и радио-элементов / Н. А. Митрейкин, А. И. Озерский. — М. : Радио и связь, 1981.
7. *Козлов Б. А.* Справочник по расчету надежности аппаратуры радио-электроники и автоматики / Б. А. Козлов, И. А. Ушаков. — М. : Советское радио, 1975.
8. *Котеленец Н. Ф.* Испытания и надежность электрических машин / Н. Ф. Котеленец, Р. А. Кузнецов. — М. : Высш. шк., 1988.
9. *Линчин Ц. Н.* Надежность самолетных навигационно-вычис-лительных устройств / Ц. Н. Линчин, Л. Ц. Линчин. — М. : Машино-строение, 1973.
10. Надежность и диагностирование технологического оборудования / под ред. К. В. Фролова, Е. Г. Нахалетяна. — М. : Наука, 1987.
11. Надежность и качество электрических машин малой мощности / под ред. В. В. Хрущева. — Л. : Наука, 1971.
12. Надежность технических систем : справочник / под ред. И. А. Уша-кова. — М. : Радио и связь, 1985.
13. *Решетов Д. Н.* Надежность машин / под ред. Д. Н. Решетова. — М. : Высш. шк., 1988.
14. *Слюдинов М. Н.* Надежность и точность механизмов приводов систем управления летательными аппаратами : справочник / М. Н. Слюдинов. — М. : Машиностроение, 1984.
15. *Соломонов П. А.* Безотказность авиационной техники и безопасность полетов / П. А. Соломонов. — М. : Транспорт, 1977.
16. *Сырицин Т. А.* Эксплуатация и надежность гидро- и пневмоприво-дов / Т. А. Сырицин. — М. : Машиностроение, 1990.

## Оглавление

Введение .....	3
<b>Глава 1. Основные понятия теории надежности .....</b>	<b>7</b>
1.1. Основные термины и определения.....	7
1.2. Показатели надежности .....	10
1.3. Случайные величины и их характеристики .....	11
1.4. Оценка параметров надежности.....	14
1.5. Различные периоды работы технических устройств .....	17
1.6. Надежность в период нормальной эксплуатации.....	23
1.7. Надежность в период постепенных отказов, возникающих из-за износа и старения .....	25
1.8. Совместное действие внезапных и постепенных отказов .....	37
1.9. Особенности надежности восстанавливаемых изделий .....	38
<b>Глава 2. Надежность неремонтируемых объектов .....</b>	<b>41</b>
2.1. Показатели надежности неремонтируемых объектов.....	41
2.2. Теоретические распределения наработки до отказа.....	48
<b>Глава 3. Надежность ремонтируемых объектов .....</b>	<b>61</b>
3.1. Показатели надежности ремонтируемых объектов, не восстанавливаемых в процессе применения.....	61
3.2. Показатели надежности ремонтируемых объектов, восстанавливаемых в процессе применения .....	67
3.3. Ремонтопригодность и готовность технических устройств .....	78
3.4. Методы испытания на надежность и статистической обработки опытных данных .....	86
<b>Глава 4. Надежность систем различных структур .....</b>	<b>90</b>
4.1. Общие сведения.....	90
4.2. Надежность систем из последовательно и параллельно соединенных элементов .....	92
4.3. Надежность последовательных систем при нормальном распределении нагрузки по однотипным подсистемам.....	95
4.4. Оценка надежности систем, построенных в виде цепи .....	100
4.5. Надежность систем с резервированием.....	104
<b>Глава 5. Формирование показателей надежности на стадиях проектирования .....</b>	<b>112</b>
5.1. Выбор и обоснование показателей надежности .....	112
5.2. Назначение норм надежности.....	117
5.3. Распределение норм надежности системы по элементам .....	127



<b>Глава 6. Методы расчета надежности систем различных типов.....</b>	<b>136</b>
6.1. Расчет надежности систем по последовательно-параллельным логическим схемам.....	136
6.2. Выбор значений показателей надежности элементов.....	138
6.3. Коэффициентный способ расчета .....	142
6.4. Расчет систем с неодновременно работающими элементами.....	143
6.5. Учет цикличности работы аппаратуры.....	146
6.6. Применение формулы полной вероятности при расчете надежности систем.....	147
6.7. Переход от логической схемы для расчета надежности к графу состояний системы.....	149
6.8. Логико-вероятностный метод расчета надежности систем .....	152
<b>Глава 7. Надежность автоматизированных систем управления .....</b>	<b>155</b>
7.1. Особенности оценки надежности автоматизированных систем управления .....	155
7.2. Оценка надежности программ цифровых ЭВМ .....	157
7.3. Оценка безотказности программ по наработке .....	160
7.4. Оценка готовности программ.....	164
7.5. Надежностные характеристики оператора.....	167
<b>Глава 8. Испытания на надежность.....</b>	<b>172</b>
8.1. Специфика оценки надежности по результатам испытаний.....	172
8.2. Определительные испытания .....	173
8.3. Форсирование режима испытаний и сокращение числа образцов .....	178
8.4. Расчетно-экспериментальная оценка надежности по критериям работоспособности .....	183
8.5. Контрольные испытания .....	190
8.6. Планирование испытаний на надежность.....	193
<b>Глава 9. Принципы конструирования, обеспечивающие получение надежных систем.....</b>	<b>199</b>
9.1. Общие принципы обеспечения надежности.....	199
9.2. Роль этапа конструирования в обеспечении надежности.....	200
9.3. Задачи службы надежности на этапе конструирования.....	202
9.4. Влияние требований надежности на конструирование .....	204
9.5. Практические методы конструирования надежных систем .....	205
9.6. Методы конструирования, обеспечивающие получение высокой надежности.....	207
9.7. Анализ надежности конструкции.....	211
9.8. Функции службы надежности при разработке изделий.....	214
<b>Глава 10. Надежность технологического оборудования.....</b>	<b>218</b>
10.1. Повышение производительности и надежности технологического оборудования методами технической диагностики.....	218
10.2. Требования к качеству и показатели надежности АЛ и ГПС .....	219

10.3. Надежность станков .....	227
10.4. Надежность промышленных роботов .....	232
<b>Глава 11. Надежность электрических машин .....</b>	<b>236</b>
11.1. Общие положения .....	236
11.2. Надежность коллекторно-щеточного узла .....	240
11.3. Надежность контактных колец .....	247
11.4. Надежность подшипниковых узлов электрических машин .....	248
<b>Глава 12. Надежность электронных блоков .....</b>	<b>251</b>
12.1. Концепция бездефектного технологического процесса сборки блоков на печатных платах .....	251
12.2. Типовой технологический процесс контроля при сборке электронных блоков на печатных платах .....	253
12.3. Повышение надежности электронных блоков путем введения процесса электротермотренировки .....	255
12.4. Расчет надежности электронных блоков .....	257
<b>Глава 13. Надежность соединений .....</b>	<b>262</b>
13.1. Надежность соединений с натягом .....	262
13.2. Надежность сварных соединений .....	266
13.3. Надежность резьбовых соединений .....	269
<b>Глава 14. Надежность типовых узлов механических систем .....</b>	<b>277</b>
14.1. Надежность зубчатых передач .....	277
14.1.1. Расчет на сопротивление контактной усталости .....	277
14.1.2. Расчет на сопротивление усталости при изгибе .....	285
14.2. Надежность подшипников качения .....	290
14.3. Надежность подшипников скольжения .....	295
<b>Список литературы .....</b>	<b>301</b>



# НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ISBN 574-5-7e95-5251-8



9 785759 562518

Издательский центр «Академия»  
[www.academia-moscow.ru](http://www.academia-moscow.ru)